

dr inż. Piotr DANIELCZYK,  
*pdanielczyk@ath.bielsko.pl*

Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku - Białej

## WYKORZYSTANIE WIĘZÓW SYMETRII CYKLICZNEJ W OPTYMALIZACJI Z UŻYCIEM METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono rozwiązanie zadania poszukiwania optymalnego kształtu i wymiarów bębna głównego zgrzeblarki wałkowej z punktu widzenia minimalizacji amplitudy ugięcia. Do analiz przygotowano parametryczny, efektywny obliczeniowo, dyskretny model bębna z wykorzystaniem MES. Przy jego budowie wykorzystano więzy symetrii cyklicznej. Pokazano korzyści wynikające z przyjętej metodyki modelowania.

**Słowa kluczowe:** zgrzeblarka wałkowa, bęben główny, metoda elementów skończonych, optymalizacja

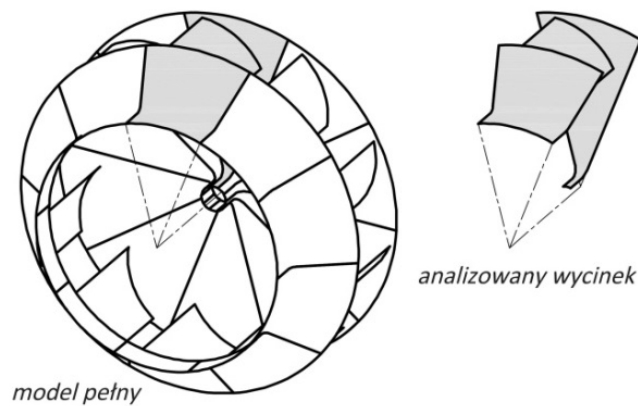
## APPLICATION OF CYCLIC SYMMETRY CONSTRAINTS IN OPTIMIZATION WITH THE USE OF FINITE ELEMENT METHOD

**Abstract:** The paper presents a solution to the problem of finding an optimal shape and dimensions of the carding machine main cylinder from the point of view of minimizing the amplitude of deflection. With the use of the FEM method, a computationally efficient parametric discreet model of the cylinder was prepared for the analyses. The model's construction involved cyclic symmetry constraints. The article shows benefits of the adopted modelling methodology.

**Key words:** carding machine, main cylinder, finite element method, optimization

### 1. WPROWADZENIE. CEL ANALIZY

Rozwiązywanie zadania optymalizacji parametrycznej z wykorzystaniem metody elementów skończonych jest procesem iteracyjnym, co szczególnie w przypadku złożonych modeli obliczeniowych i skomplikowanych analiz np. z nieliniowościami materiałowymi, bądź geometrycznymi, w zadaniach dynamiki, czy też zagadnieniach mechaniki płynów wymaga zaangażowania znaczących mocy obliczeniowych. W kolejnych iteracjach wyznacza się rozwiązania pośrednie, rozwiązując zdefiniowane zadanie, np. zadanie analizy strukturalnej, modalnej, dynamicznej itp. Zwykle wykonanie pojedynczej iteracji związane jest z koniecznością przebudowy siatki węzłów elementów skończonych [7], a tym samym każdorazowo konieczna jest ingerencja w bazę modelu oraz przechowanie wyników o aktualnym rozwiązaniu. Dlatego też, dla poprawy efektywności rozwiązywania zadań optymalizacji, korzystne jest wykorzystanie metod pozwalających na redukcję rozmiaru zadania, którego miarą jest liczba stopni swobody modelu obliczeniowego. Najprostsze stosowane są uproszczenia bazujące na cechach geometrycznych analizowanych obiektów. Tu do dyspozycji mamy przede wszystkim wiązania symetrii i antysymetrii, a dla zagadnień osiowosymetrycznych z powodzeniem stosuje się więzy symetrii cyklicznej (rys. 1).

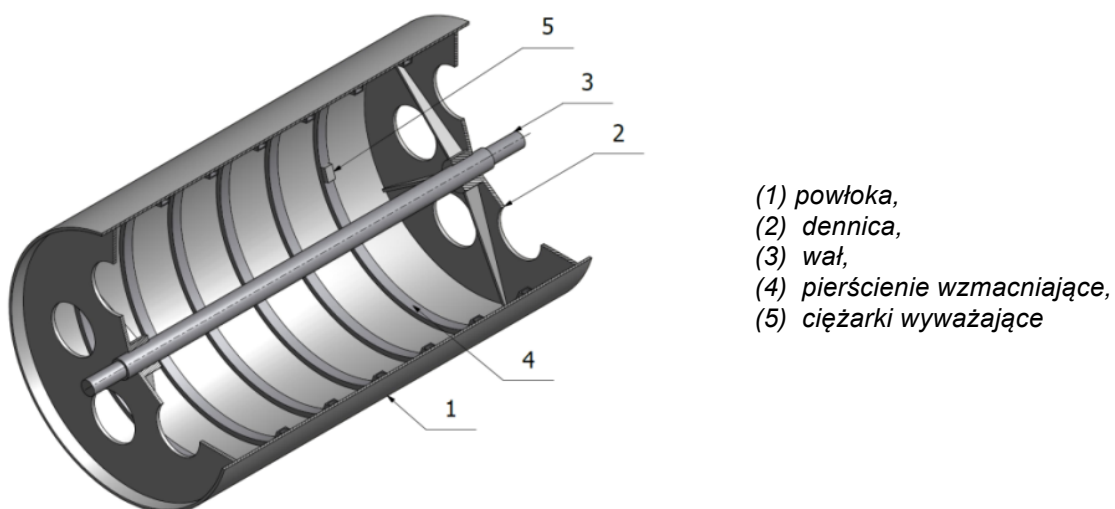


Rys.1 Idea wykorzystania więzów symetrii cyklicznej

W prezentowanej pracy, która w założeniu ma być studium efektywności wykorzystania więzów symetrii cyklicznej w rozwiązywaniu zadania optymalizacji parametrycznej z wykorzystaniem metody elementów skończonych, przedstawiony zostanie model obliczeniowy do znalezienia optymalnych wymiarów bębna roboczego maszyny włókienniczej – zgrzeblarki. Pokazane zostaną rozwiązania tego samego zadania przy wykorzystaniu modelu pełnego bębna oraz modelu wycinka bębna przygotowanego do wykorzystania więzów symetrii cyklicznej. Ocenie będą podlegały zarówno rozwiązania dotyczące samego obiektu analizy jak i wyniki pozwalające stwierdzić o efektywności numerycznej przedstawionych modeli obliczeniowych. Ponadto zostaną wskazane ograniczenia tego typu modeli.

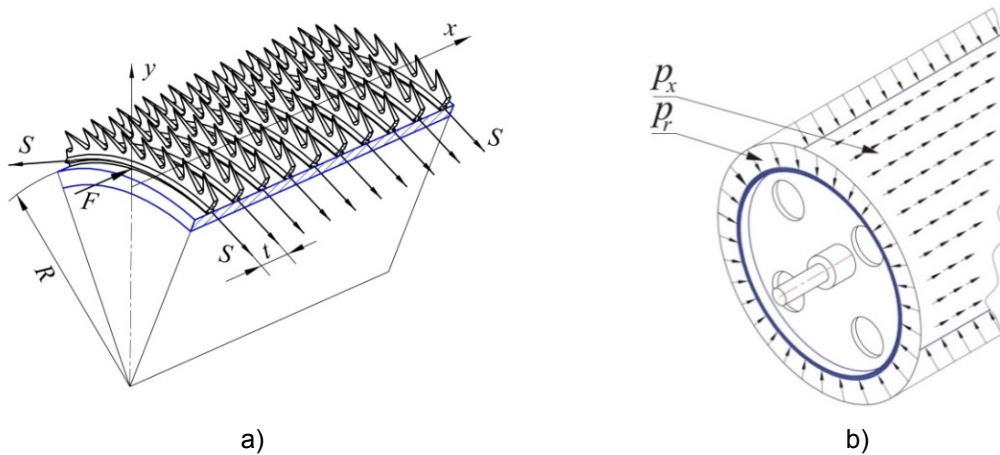
## 2. OBIEKT ANALIZY - KONSTRUKCJA, OBCIĄŻENIA, WYMAGANIA

Począwszy od lat pięćdziesiątych ubiegłego wieku, dzięki pracom opisanym m.in. w [6], w zgrzeblarkach wałkowych stosuje się bębny robocze z pierścieniami wzmacniającymi. Budowę typowego bębna roboczego zgrzeblarki przedstawia rys. 2. Składa się on z powłoki zwiniętej z arkusza blachy i spawanej wzdłuż tworzącej, dennicy wykonanej z blach ze wzmocnieniami, wału oraz pierścieni wzmacniających w postaci zwiniętych kształtowników o przekroju ceowym.



Rys. 2 Konstrukcja bębna głównego zgrzeblarki

Na bęben roboczy nawinięte jest obicie zgrzeblące mające postać drutu piłowego. Schematycznie przedstawiono to na rys. 3a. W rzeczywistości zwoje drutu są dociśnięte do siebie i wspierają się na tzw. drucie skrajnym. Siły działające na bęben podczas pracy wynikają przede wszystkim z nawinięcia z naciągiem drutu piłowego obicia, ciężaru własnego konstrukcji i siły odśrodkowej (bęben pracuje z prędkością roboczą wynoszącą maksymalnie 200 obr/min). Siły oddziaływania włókien na zęby obicia podczas zgrzeblenia są zaniedbywane.



Rys. 3 Siły działające na powłokę bębna podczas nawijania drutu piłowego

Nawinięcie drutu piłowego na powłokę bębna z naciągiem  $S$  wywołuje nacisk na powłokę bębna skierowany promieniowo do wewnątrz o wartości [6]:

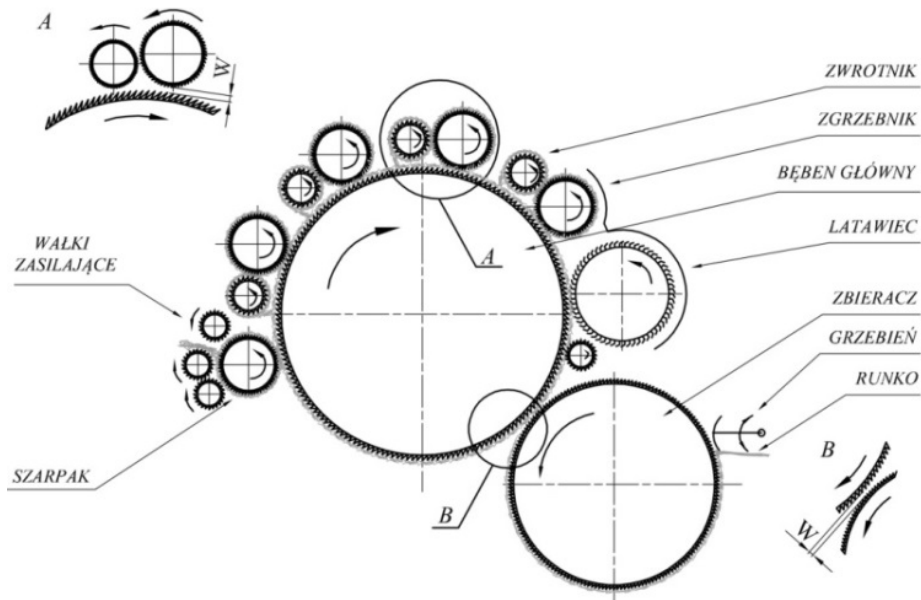
$$p_r = \frac{S}{tR} \quad (1)$$

Oprócz tego, jak wykazano w pracy [8], należy uwzględnić w analizie wartość siły powierzchniowej działającej w kierunku osi bębna. Powstaje ona podczas nawijania drutu, kiedy to zwoje dociskane są do siebie siłą  $F$  działającą w kierunku osi bębna i do tzw. drutu skrajnego będącego pierścieniem oporowym. Powstaje wtedy nacisk osiowy  $p_x$  (rys.3b) będący skutkiem resztkowych sił tarcia między drutem piłowym a powłoką bębna. Jego wartość wyraża wzór:

$$p_x = \mu p_r \quad (2)$$

gdzie  $\mu$  jest współczynnikiem tarcia dla zestawienia materiałów drutu piłowego i powłoki.

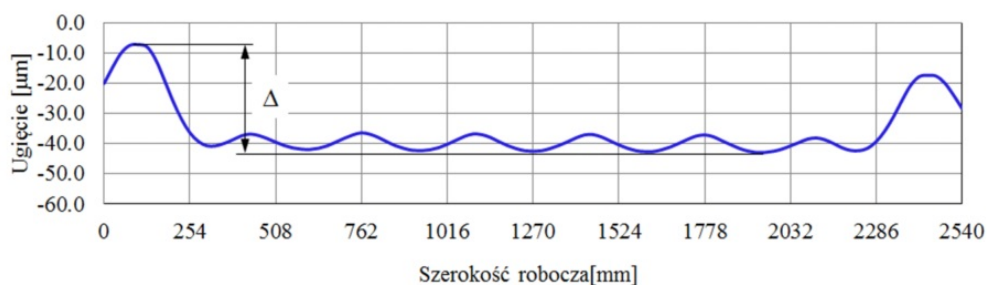
Naciski działające na powłokę bębna powodują jej uginanie do wewnątrz. Z punktu widzenia technologii włókienniczej jest to zjawisko niepożądane, gdyż wpływa niekorzystnie na wielkość  $W$  oraz kształt szczeliny pomiędzy bębniem głównym a współpracującymi z nim wałkami (rys. 4), a to od nich zależy głównie jakość całego procesu zgrzeblenia [5]. Przy przerobie cienkich włókien wymagana wysokość szczeliny  $W$  wynosi od 0,3 do 0,15 mm, a z uwagi na pożądaną równomierność półproduktu włókienniczego zwanego runkiem, jej kształt powinien być zbliżony do prostokąta.



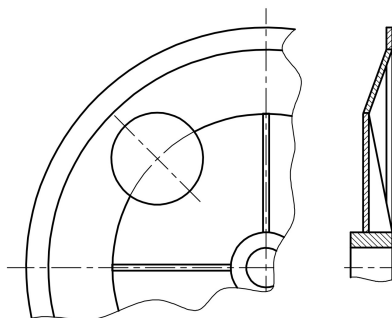
Rys. 4 Schemat technologiczny zgrzeblarki wałkowej

Wobec powyższego, podczas rozwiązywania zadania optymalizacji zasadniczym celem będzie minimalizacja amplitudy ugięcia bębna.

Analiza linii ugięcia (rys. 5) powłoki bębna z dennicami prostymi o optymalnej grubości z pierścieniami o optymalnych wymiarach [2] prowadzi do wniosku, iż dalsze zmniejszanie amplitudy ugięcia  $D$  wymaga zastosowania specjalnej konstrukcji dennic (rys. 6), które byłyby podatne w kierunku osiowym, a przy tym zapewniałyby wymaganą sztywność całego bębna zarówno podczas pracy jak i podczas jego wykonywania (szlifowanie powierzchni przed nawinięciem drutu piłowego) [4].



Rys. 5 Linia ugięcia bębna z dennicami prostymi

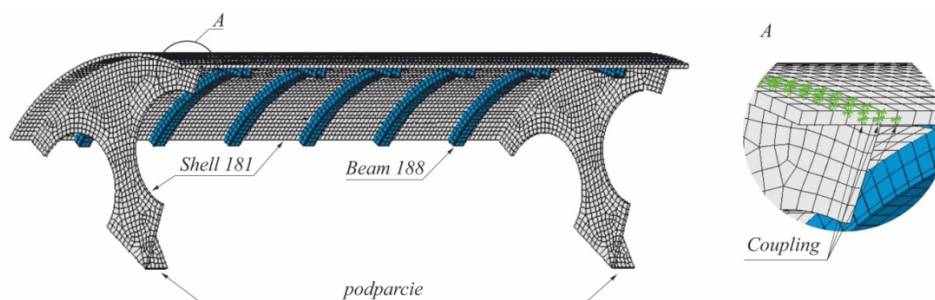


Rys. 6 Dennica z pierścieniem stożkowym

### 3. MODEL OBLICZENIOWY

Do analizy przygotowano model obliczeniowy (pakiet ANSYS), bazujący na wycinku bębna z dennicą stożkową obejmującym jeden, powtarzalny fragment konstrukcji (rys. 7). Do jego budowy wykorzystano elementy *Shell 181* oraz *Beam 188*. Element *Shell 181* jest czterowęzłowym elementem powłokowym posiadającym w każdym węźle sześć stopni swobody – trzy translacje i trzy rotacje. Posłużył on do wykonania siatki MES na powłoce bębna oraz do zamodelowania dennic. *Beam 188* to dwuwęzłowy element belkowy spełniający założenia teorii belek Timoshenki [1]. Elementem tym modelowano wzmocnienia. Ponieważ w rzeczywistej konstrukcji krawędź obręczy styka się z powłoką na pewnej powierzchni, do modelu wprowadzono równania więzów (*coupling*) łączące każdy węzeł na obwodzie obręczy z węzłami sąsiednimi na powłoce bębna. Dla tak przygotowanego modelu zdefiniowano więzy symetrii cyklicznej, pozwalające uwzględnić w prowadzonej analizie jedynie wycinek bębna. Model podparto przegubowo nieprzesuwnie na lewym, a przegubowo przesuwnie na prawym końcu w miejscach łożyskowania bębna, pomijając wykonanie modelu samego wału.

To ostatnie uproszczenie wymaga komentarza. Zasady dobrej praktyki przy budowie modeli obliczeniowych nakazują, aby do wykonania modelu wału (por. rys. 2) wykorzystać elementy belkowe, które są elementami jednowymiarowymi. Wtedy jednak, nie jest możliwe wyznaczenie par węzłów definiujących odpowiedni wycinek do analizy i zastosowanie więzów symetrii cyklicznej. Ogranicza to nieco zakres stosowalności tej metody. Jednakże, w przypadku bębna, jak wykazano w [9], wpływ ugięcia wału na linię ugięcia powłoki bębna jest znikomy i można go pominąć w dalszej analizie.

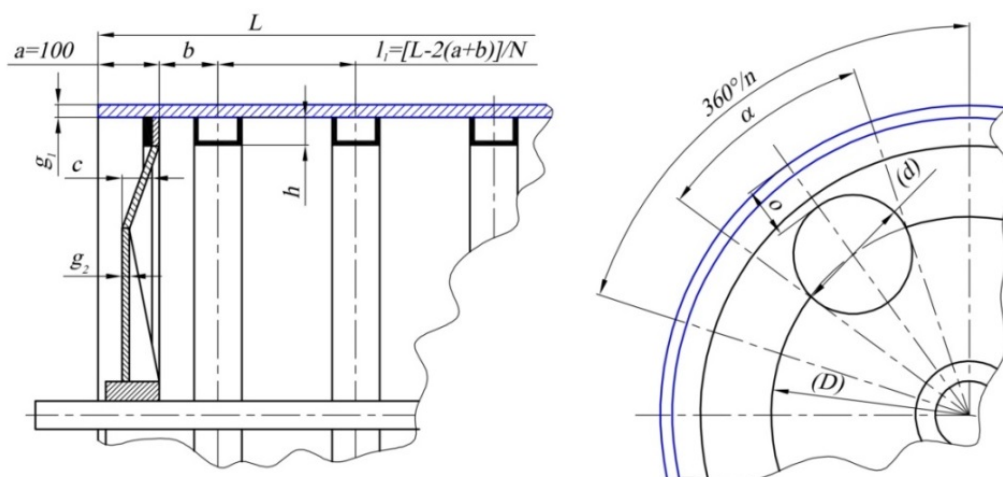


Rys. 7 Model dyskretny wycinka (dennica stożkowa)

Obliczenia przeprowadzono dla dwóch schematów obciążeń. W pierwszym przypadku (A) model obciążono naciskami powierzchniowymi  $p_r$  oraz  $p_x$ , natomiast w przypadku drugim (B) dodatkowo uwzględniono wpływ ciężaru własnego konstrukcji oraz siły odśrodkowej.

### 4. ZADANIE OPTYMALIZACJI

Wykorzystując przygotowane modele obliczeniowe rozwiązano zadanie optymalizacji wymiarów bębna. Jako funkcję celu przyjęto wartość maksymalnej amplitudy linii ugięcia  $D \dot{g} \min$ . W zadaniu zmiennymi decyzyjnymi są (rys. 8): grubości powłoki  $g_1$  oraz dennicy  $g_2$ , odległość pomiędzy obręczą a pierwszym pierścieniem wzmocniającym  $b$ , wymiar  $c$  charakteryzujący postać konstrukcyjną dennicy, wymiar wzmocnienia  $h$  oraz wymiary określające położenie otworu rewizyjnego w dennicy  $a$  i  $o$ .



Rys. 8. Oznaczenia zmiennych decyzyjnych w zadaniu optymalizacji

Ponadto założono, że masa konstrukcji o wymiarach optymalnych nie powinna przekroczyć masy konstrukcji wyjściowej. Pozostałe warunki ograniczające wynikają m.in. z uwarunkowań technologicznych, takich jak trudności związane z poprawnym wykonaniem powłoki przez zwijanie płaskiego arkusza blachy o grubościach powyżej 14 mm oraz z granicznych wymiarów kształtownika na pierścienie wzmacniające. Szczegółowy opis zadania optymalizacji można odnaleźć w [3].

## 5. WYNIKI OBLICZEŃ

Testy numeryczne przeprowadzono dla dwunastu postaci konstrukcyjnych bębna różniących się liczbą otworów rewizyjnych w dennicy  $n$  oraz liczbą pierścieni wzmacniających  $N$  (rys. 8). Dla porównania pokazano wyniki uzyskane z rozwiązania takiego samego zadania optymalizacji dla modelu pełnego bębna, który powstał przez powielenie wycinka przedstawionego na rys. 7. Każdorazowo odnotowano wielkość maksymalnej amplitudy ugięcia dla rozwiązania optymalnego.

Analizując uzyskane rezultaty (tab. 1) można stwierdzić, że rozwiązania optymalne, niezależnie od schematu obciążeń, są niemal identyczne. Rozbieżności nie przekraczają setnych części mikrometra

Tab. 1 Maksymalna amplituda ugięcia  $D$  dla analizowanych bębnow [μm]

MODEL DLA SCHEMATU OBCIĄŻEŃ A				MODEL DLA SCHEMATU OBCIĄŻEŃ B					
		LICZBA OTWORÓW REWIZYJNYCH $n$					LICZBA OTWORÓW REWIZYJNYCH $n$		
		4	5	6			4	5	6
LICZBA PIERŚCIENI WZMACNIAJĄCYCH $N$	6	8.42	9.34	9.08	LICZBA PIERŚCIENI WZMACNIAJĄCYCH $N$	6	8.41	9.36	9.08
	8	8.42	7.38	6.77		8	8.43	7.38	6.77
	10	6.71	5.50	5.77		10	6.71	5.51	5.76
	12	7.28	6.35	6.10		12	7.28	6.35	6.10

W tabelach 2 i 3 zebrano czasy obliczeń konieczne do rozwiązania zadania optymalizacji dla obu schematów obciążenia uzyskane z analizy obu modeli: modelu pełnego oraz modelu wycinka z więzami symetrii cyklicznej. Ponieważ w każdym, odpowiadającym sobie przypadku liczba iteracji niezbędna do wyznaczenia optimum była taka sama, zestawienie jest miarą efektywności przyjętego sposobu postępowania.

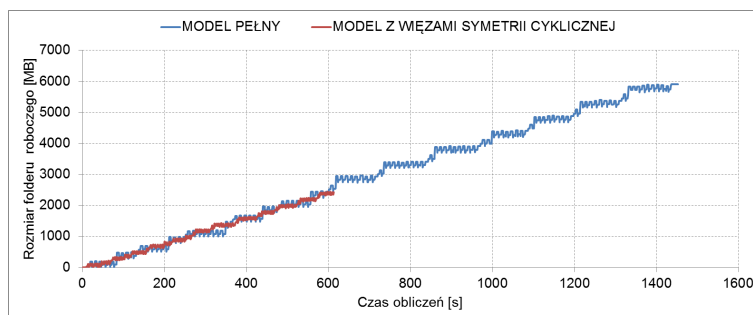
Tab. 2 Zestawienie czasów obliczeń [s] dla schematu obciążeń A

MODEL PEŁNY				MODEL Z WIĘZAMI SYMETRII CYKLICZNEJ					
		LICZBA OTWORÓW REWIZYJNYCH $n$					LICZBA OTWORÓW REWIZYJNYCH $n$		
		4	5	6			4	5	6
LICZBA PIERŚCIENI WZMACNIAJĄCYCH $N$	6	124	116	116	LICZBA PIERŚCIENI WZMACNIAJĄCYCH $N$	6	62	48	43
	8	115	121	121		8	56	49	44
	10	124	130	119		10	61	54	44
	12	114	120	132		12	55	49	48

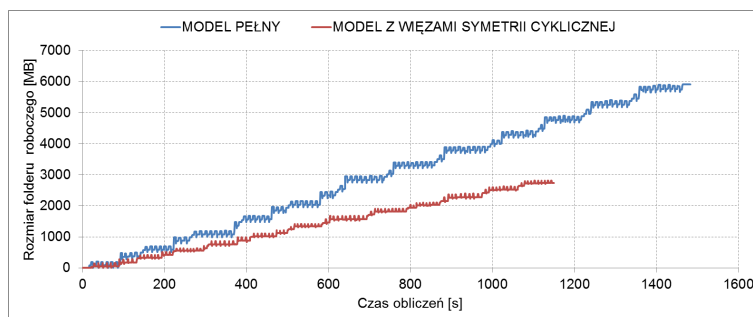
Tab. 3 Zestawienie czasów obliczeń [s] dla schematu obciążeń B

MODEL PEŁNY				MODEL Z WIĘZAMI SYMETRII CYKLICZNEJ					
		LICZBA OTWORÓW REWIZYJNYCH $n$					LICZBA OTWORÓW REWIZYJNYCH $n$		
		4	5	6			4	5	6
LICZBA PIERŚCIENI WZMACNIAJĄCYCH $N$	6	135	121	123	LICZBA PIERŚCIENI WZMACNIAJĄCYCH $N$	6	115	90	83
	8	115	122	122		8	105	92	84
	10	125	133	120		10	114	98	83
	12	114	119	133		12	105	90	91

Ponadto, do oceny efektywności działań opracowano skrypt działający w interpreterze *Windows Power Shell*, w czasie rzeczywistym monitorujący rozmiar folderu roboczego pakietu Ansys. Na poniższych rysunkach przedstawiono przebieg zmian jego rozmiaru w czasie analizy przy różnych schematach obciążeń, łącznie dla wszystkich przeprowadzonych 12 analiz.



Rys.9 Zestawienie sumarycznego czasu obliczeń i zużycia zasobów dyskowych dla schematu obciążeń A



Rys.10 Zestawienie sumarycznego czasu obliczeń i zużycia zasobów dyskowych dla schematu obciążeń B

## 6. WNIOSKI I SPOSTRZEŻENIA

Przygotowując parametryczny model obliczeniowy do optymalizacji z wykorzystaniem metody elementów skończonych warto, od samego początku, mieć na uwadze jego efektywność obliczeniową. W przypadku rozpatrywanego bębna zgrzeblarki wałkowej, wykorzystanie w modelowaniu więzów symetrii cyklicznej przynosi zmniejszenie tego czasu: przy obciążeniu osiowosymetrycznym (schemat A) łącznie o około 58%, przy obciążeniu z uwzględnieniem obciążeń niecyklicznych (schemat B) o ponad 22%. Tak znaczne różnice w czasach obliczeń pomiędzy dwoma schematami obciążeń wynikają z konieczności, dla schematu B, rozwiązania szeregu dodatkowych zadań dla obciążeń niecyklicznych i superponowanie uzyskanych wyników cząstkowych z wynikami z analizy dla modelu osiowosymetrycznego.

Warto zauważyć, że do przeprowadzenia kompletnej analizy potrzeba o blisko 54% mniej miejsca na dysku dla schematu obciążeń A oraz 59% mniej dla obciążeń wg schematu B w stosunku do modelu pełnego.

Odnosząc się do obiektu analiz, można stwierdzić, że konstrukcja bębna z dennicą stożkową o wymiarach optymalnych umożliwi zgrzeblenie cienkich włókien chemicznych w tym mikrowłókien. Maksymalna amplituda ugięcia bębna zmniejszyła się z 35  $\mu\text{m}$  (rys. 2.) do niecałych 6  $\mu\text{m}$  (tab.1). W analizie tego typu konstrukcji można pominąć wpływ ciężaru własnego oraz siły odśrodkowej, co korzystnie wpływa na czas obliczeń.

## LITERATURA

- [1] Ansys Help SYSTEM, 2008.
- [2] Danielczyk P.: *Optymalizacja wymiarów konstrukcji powłokowej z wykorzystaniem MES*, Mechanik 2011, nr 7.
- [3] Danielczyk P., Stadnicki J.: *Optimization of the structural form of the carding machine main cylinder*, Textile Research Journal, vol. 82, 18: pp. 1897-1905.
- [4] Danielczyk P., Stadnicki J.: *Reconstruction of the main cylinder of carding machine - optimization of dimensions with the use of the finite element method*, The Archive of Mechanical Engineering, 2012, Vol. 59, No. 2.
- [5] Chylewska B., Domagała M.: *Laboratorium z przędzalnictwa wełny i włókien wełnopodobnych*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1994.
- [6] Stadnicki J.: *Optimal design of the cylindrical shell of a card machine*, Textile Research Journal 1997, vol.67 no.1 s.6-10.
- [7] Stadnicki J.: *Teoria i praktyka rozwiązywania zadań optymalizacji z przykładami zastosowań technicznych*, WNT, Warszawa, 2006.
- [8] Stadnicki J., Wróbel I.: *Practical engineering calculations for working cylinders on carding*, Textile Research Journal 2003, vol.73 no.6, s.525-529.
- [9] Wróbel I.: *Wpływ wybranych czynników konstrukcyjno-technologicznych na ugięcie powłoki bębna roboczego zgrzeblarki*: praca doktorska, ATH Bielsko-Biała, 2002.