

dr inż. Jacek PACANA
pacana@prz.edu.pl
Politechnika Rzeszowska

dr inż. Jadwiga PISULA
jpisula@prz.edu.pl
Politechnika Rzeszowska

ANALITYCZNO-NUMERYCZNE OBLICZENIA WYTRZYMAŁOŚCIOWE KÓŁ ZĘBATYCH LOTNICZEJ PRZEKŁADNI STOŻKOWEJ

Streszczenie: W niniejszym opracowaniu przedstawione zostały analityczne i numeryczne metody projektowania zębatej przekładni stożkowej o kołowej linii zęba. W pierwszej części artykułu zaprezentowano metodykę postępowania przy analitycznych obliczeniach geometrycznych i wytrzymałościowych przeprowadzanych w oparciu o normy ISO. Następnie omówiono sposób przygotowania i przeprowadzania analizy numerycznej z wykorzystaniem metody MES, w programie Abaqus. Porównanie i analiza wyników z obydwu metod pozwoliły ocenić ich poprawność i uzasadnić stosowanie metody elementów skończonych przy projektowaniu. Jako model do analizy wybrano zębatą przekładnię stożkową będącą kluczowym elementem napędu silnika lotniczego.

Słowa kluczowe: zębata przekładnia stożkowa, MES, obliczenia wytrzymałościowe

THE ANALYTICAL AND NUMERICAL STRENGTH CALCULATION OF AVIATION SPIRAL BEVEL GEARS

Summary: In this paper are presented the analytical and numerical methods of designing spiral bevel gear. The first part of the article presents the methodology of the analytical calculation of geometry and strength carried out on the basis of ISO standards. The article also discusses how to prepare and carry out numerical analysis using FEM method, in the Abaqus program. The comparison and the analysis of the results from both methods allowed to assess their correctness and justify the application of the finite element method in the designing. As the analysis model a spiral bevel gear has been selected, which is a key component of an aircraft engine.

Keywords: spiral bevel gear, FEM, strength calculations

1. WPROWADZENIE

Projektowanie przekładni stożkowych, jest procesem skomplikowanym, w którym należy uwzględnić wiele czynników wpływających na ostateczny kształt i właściwości współpracujących kół zębatach. Obliczenia przeprowadza się z wykorzystaniem ogólnej wiedzy z zakresu konstrukcji maszyn, materiałoznawstwa, czy wytrzymałości, jednak także w oparciu o doświadczenie konstruktorów, będących specjalistami w określonych dziedzinach techniki. Ujednolicona metodyka przeprowadzania obliczeń geometrii kół zębatach przekładni stożkowych oraz ich wytrzymałości właściwa do projektowania tego typu przekładni przedstawiona jest w odpowiednich normach. Jednak ze względu na złożoność zagadnienia i pewne ograniczenia w ich stosowaniu, obliczenia powinny być przeprowadzane przez doświadczonego konstruktora przekładni zębatach, który jest w stanie ustalić właściwe wartości przyjmowanych współczynników.

Nowoczesne programy komputerowe pomagają inżynierom w rozwiązywaniu skomplikowanych zadań obliczeniowych, których często nie można rozwiązać w sposób

analityczny lub obliczenia trwały by bardzo długo. Programy te oparte są na zasadach obowiązujących w obliczeniowych metodach dyskretnych, a jedną z najczęściej stosowanych jest metoda elementów skończonych (MES). Metoda ta znana już od wielu lat jako metoda analityczna, stała się bardzo popularna od czasu opracowania modeli obliczeniowych pozwalających przenieść ją na komputery osobiste. Znacznie przyspieszyło to prace projektowe i częściowo zastąpiło skomplikowane i kosztowne badania eksperymentalne, jednak, otrzymane w metodzie MES rozwiązania, należy poddać weryfikacji przy pomocy innych technik obliczeniowych lub doświadczeń [1], [14], [15].

W niniejszym opracowaniu zaprezentowano wyniki obliczeń geometrycznych i wytrzymałościowych zębatej przekładni stożkowej w oparciu o normy ISO. Zaprezentowano również sposób przygotowania modeli obliczeniowych do analizy numerycznej wykorzystującej metodę MES w programie Abaqus. Przedstawione zostały także wyniki obliczeń numerycznych dotyczące analizowanej przekładni stożkowej.

Ostatecznie dokonano zestawienia wyników otrzymanych w obliczeniach przeprowadzonych zgodnie z normami ISO z odpowiadającymi im rozwiązaniami uzyskanymi z zastosowaniem metody MES. Porównanie i analiza wyników z obydwu metod pozwoliła ocenić ich poprawność i uzasadnić stosowanie metody elementów skończonych przy projektowaniu kół zębatach przekładni stożkowej.

2. OBLICZENIA NA PODSTAWIE NORM ISO

Tematykę związaną z zębatymi przekładniami stożkowymi opisuje norma ISO 10300:2001 „Obliczanie nośności kół zębatach stożkowych” („Calculation of load capacity of bevel gears”), która składa się z trzech arkuszy [4], [5], [6]. Nie wszystkie jednak problemy konstrukcyjne dotyczące konstrukcji kół zębatach stożkowych znajdują w niej odniesienie. Należy również korzystać z innych norm dotyczących kół zębatach, a projektowanie powinno także przestrzegać ogólnych zasad stosowanych w budowie maszyn [8], [15], [16].

Metodyka obliczeń wytrzymałościowych zębatych przekładni stożkowych przedstawiona w ISO 10300 jest bardzo rozbudowana, w kompleksowy sposób traktująca kolejne kroki projektowe. Pozwala jednak na bardzo elastyczne podejście do obliczeń na każdym ich etapie.

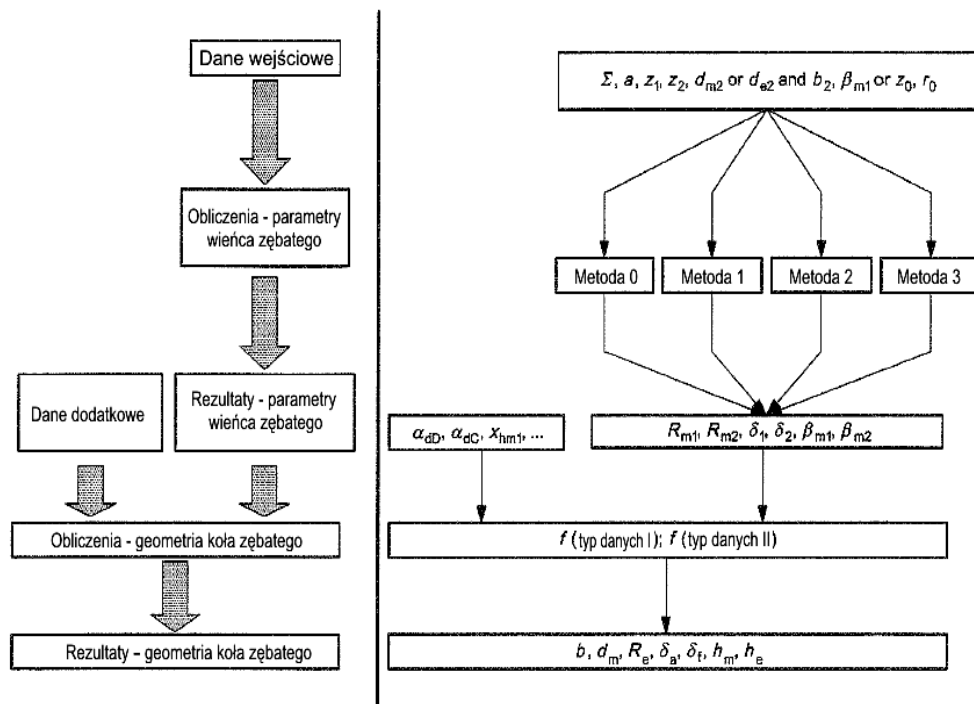
W dalszej części artykułu zaprezentowano, ze względu na obszerność tematu, jedynie ogólny schemat przeprowadzonych obliczeń parametrów geometrycznych oraz wytrzymałościowych zalecany podczas projektowania zębatej przekładni stożkowej. Obliczenia geometrii wykonano w oparciu o normę ISO 23509 „Geometria stożkowych i hipoidalnych kół zębatach”, dla następujących danych wejściowych:

Dane podstawowe

• Liczba zębów zębnika	z_1	=	61
• Liczba zębów koła	z_2	=	59
• Moduł czołowy	m	=	1,954 [mm]
• Kąt skrzyżowania osi	Σ	=	70 [°]
• Przesunięcie hipoidalne	a	=	0 [mm]
• Szerokość wieńca zębatego	b	=	13,665 [mm]
• Kąt przyporu w płaszczyźnie czołowej	α_n	=	20 [°]
• Kąt pochylenia linii zęba zębnika na środku wieńca	β_{m1}	=	35 [°]
• Przełożenie	u	=	0,967

Podstawowe parametry geometryczne dla stożka podziałowego przekładni stożkowej można wyznaczyć na podstawie wzorów podanych w punkcie 6 normy ISO 23509. Norma

przewiduje cztery metody postępowania oznaczone numerami od 0 do 3, w zależności od posiadanych danych wejściowych i oczekiwanych wyników. Algorytm postępowania podczas przeprowadzania obliczeń zalecany przez normę ISO 23509 zaprezentowany został na rysunku 2.1.



Rys. 2.1 Przebieg obliczeń przekładni stożkowej według ISO 23509 [3]

Dla przyjętych danych wejściowych oraz zgodnie z prezentowanym w normie ISO 23509 schematem postępowania, przeprowadzono obliczenia analityczne wymiarów geometrycznych przekładni stożkowej. W ich wyniku otrzymano kompletną listę parametrów konstrukcyjnych wieńców obydwu kół, niezbędną zarówno dla dalszych obliczeń wytrzymałościowych jak i do budowania modelu wirtualnego analizowanej przekładni stożkowej. Wybrane parametry geometryczne oznaczone zgodnie z wytycznymi normy ISO 23509 zostały zaprezentowane w tabeli 2.1.

Tab. 2.1 Wybrane parametry geometryczne analizowanej przekładni stożkowej

Nazwa	Description of term	Oznaczenie	Wartość/ Jednostka
Kąt pochylenia linii zęba na środku wieńca	Mean spiral angle of pinion	$\beta_{m1} = \beta_{m2}$	35[°]
Kąt stożka podziałowego zębnika	Pinion pitch angle	δ_1	35,669[°]
Kąt stożka podziałowego koła	Wheel pitch angle	δ_2	34,331[°]
Moduł czołowy na środku wieńca zębatego	Mean transverse module	m_{mt}	2[mm]
Moduł normalny na środku wieńca zębatego	Mean normal module	m_{mn}	1,6[mm]
Średnica podział. zębnika na środku wieńca	Pinion mean pitch diameter	d_{m1}	119,18[mm]
Średnica podziałowa koła na środku wieńca	Wheel mean pitch diameter	d_{m2}	115,27[mm]
Długość tworzącej na środku wieńca zębnika	Pinion mean cone distance	R_{m1}	102,2[mm]
Długość tworzącej na środku wieńca koła	Wheel mean cone distance	R_{m2}	102,2[mm]

Obliczenia wytrzymałościowe analizowanej przekładni stożkowej przeprowadzono według zaleceń i wzorów podanych w normie ISO 10300. Kluczowymi problemami do rozwiązania są: wyznaczenie naprężeń zginających u podstawy zęba dla koła zębatego i zębnika oraz określenie poziomu naprężeń stykowych na powierzchniach bocznych

współpracujących zębów. W obliczeniach, należy uwzględnić dużą liczbę współczynników oraz wyznaczyć lub przyjąć wiele parametrów pomocniczych. Przez co obliczenia przekładni stożkowej stają się procesem długotrwałym i skomplikowanym.

Poniżej zaprezentowano wyniki obliczeń wytrzymałościowych dla analizowanej przekładni stożkowej. Główny tok obliczeń, przeprowadzony został zgodnie z zaleceniami normy ISO 10300, jednak część współczynników należy wyznaczyć w oparciu o inne normy dotyczące konstrukcji i wytrzymałości kół zębatych walcowych. Wykorzystano także normy: PN-ISO 1328-1:2000 - „Przekładnie zębate walcowe. Dokładność wykonania według ISO” [11] oraz PN-ISO 6336-1:2000 – „Przekładnie zębate walcowe. Obliczanie nośności kół” [12]. Poza przyjętymi wcześniej danymi wejściowymi, do analizy przyjęto dodatkowo obciążenie momentem obrotowym o wartości $T_L=340$ [Nm] oraz prędkość obrotową zębownika równą $R_{pn}=18630$ [obr/min]. W tabeli 2.2 przedstawiono obliczone analitycznie wartości naprężeń, które zostaną porównane z wynikami otrzymanymi z wykorzystaniem metody MES.

Tab. 2.2 Wybrane wyniki obliczeń wytrzymałościowych analizowanej przekładni stożkowej

Nazwa	Oznaczenie	Wartość/ Jednostka
Dopuszczalne naprężenia kontaktowe	σ_{HP}	1426 [MPa]
Obliczeniowe naprężenia kontaktowe	σ_H	1020 [MPa]
Dopuszczalne naprężenia zginające u podstawy zęba zębownika	σ_{FP}	938 [MPa]
Obliczeniowe naprężenie zginające u podstawy zęba zębownika	σ_F	888 [MPa]
Dopuszczalne naprężenia zginające u podstawy zęba koła	σ_{FP}	1033 [MPa]
Obliczeniowe naprężenie zginające u podstawy zęba koła	σ_F	785 [MPa]

Otrzymane wyniki naprężeń, mieszczące się w dopuszczalnym zakresie, pozwalają ocenić wyznaczoną geometrię przekładni stożkowej jako poprawną i dają podstawę do wykonania modeli wirtualnych. Modele trójwymiarowe, kół analizowanej przekładni, zostały przygotowane w programie CATIA, na podstawie geometrii obliczonej bezpośrednio z norm oraz wygenerowanych powierzchni bocznych zębów z modelu numerycznego [7], [10].

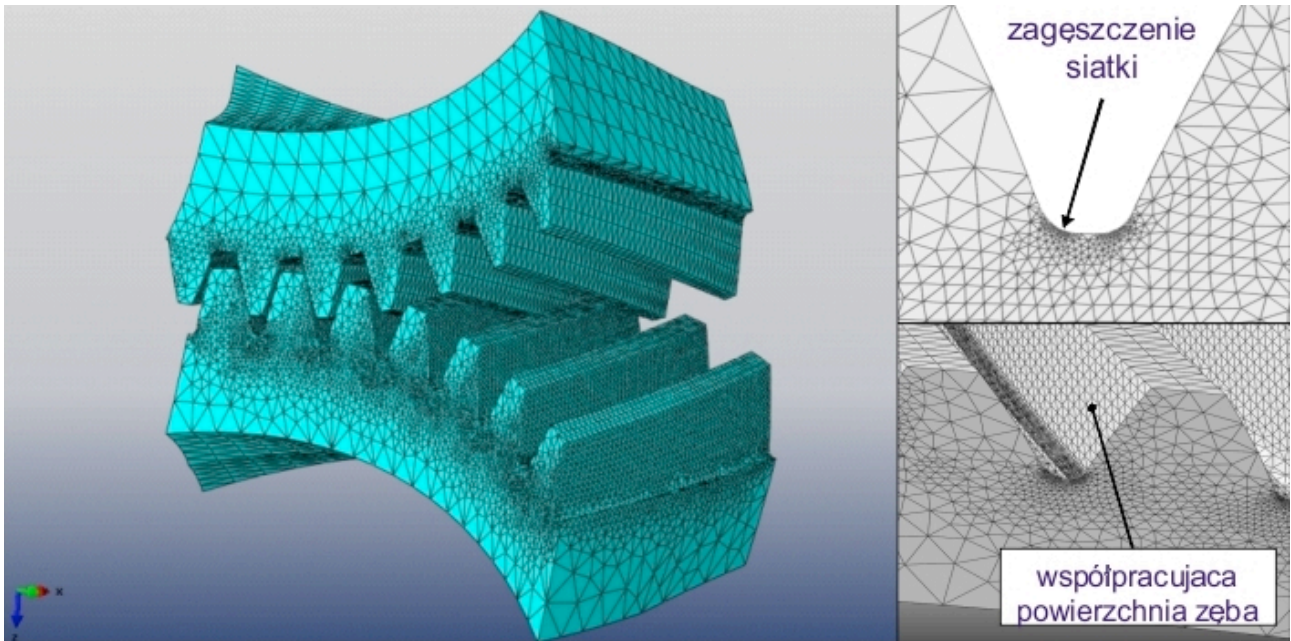
3. MODEL OBLICZENIOWY MES

W analizowanym przypadku, wstępnie wykonano pełne modele kół zębatych, a następnie przycięto je, ograniczając każde z kół przekładni stożkowej jedynie do 7 zębów. Tak przygotowane modele zaimportowano do programu Abaqus w postaci plików Parasolid *.x_t. Ograniczenie geometryczne kół pozwoliło na zmniejszenie liczby elementów skończonych użytych w procesie ich dyskretyzacji, nie wpływało natomiast na poprawność wyników [2], [9]. Widok okna programu Abaqus z modelami kół przekładni stożkowej przygotowanym do obliczeń przedstawiony został na rys. 3.1.

Ponieważ oczekiwano możliwie dokładnych wyników w zakresie naprężeń stykowych na powierzchniach bocznych zębów oraz naprężeń zginających u jego podstawy, w tych obszarach przyjęto znacznie większą gęstość utworzonej siatki elementów skończonych. Wyraźnie widoczne zagęszczenie siatki elementów skończonych można zaobserwować na rys.3.1.

Aby prześledzić współpracę kilku kolejnych par zębów obydwu kół przekładni stożkowej, zadano obrót zębownika o kąt 30° . Obciążenie przekładni, przyjęto takie samo jak we wcześniej przeprowadzonych obliczeniach na podstawie norm ISO, wynoszące 340 [Nm]. Zarówno obrót jak i obciążenie zostały tak zdefiniowane, by zapewnić współpracę kół, z zachowaniem zgodnych z rzeczywistymi warunków pracy. Także właściwości materiałowe przyjęto odpowiadające wcześniej przyjętym w obliczeniach analitycznych.

Całość zadania podzielona została na sto kroków obliczeniowych co zapewniło precyzyjne wyznaczenie wyników na dowolnym etapie zazębienia dla kilku środkowych par zębów.



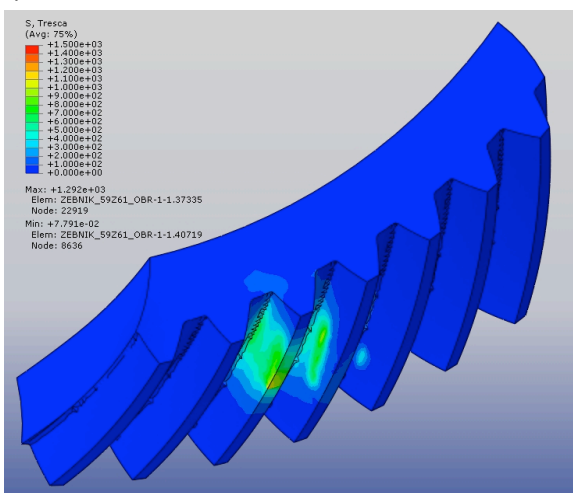
Rys. 3.1 Widok okna programu Abaqus z modelami kół zębatych przekładni stożkowej

W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymano rozwiązania dla wszystkich założonych kroków obliczeniowych. Odrzucono jednak z dalszej analizy wyniki dotyczące początkowego i końcowego etapu obliczeń, gdyż ze względu na ograniczenie geometryczne modeli mogły one wpłynąć na poprawną współpracę zębów kół. Uzyskane wyniki obliczeń MES, w postprocesorze programu Abaqus, można przeglądać i analizować w formie graficznej jako rozkłady naprężeń na modelach, w formie wykresów oraz postaci tekstowej.

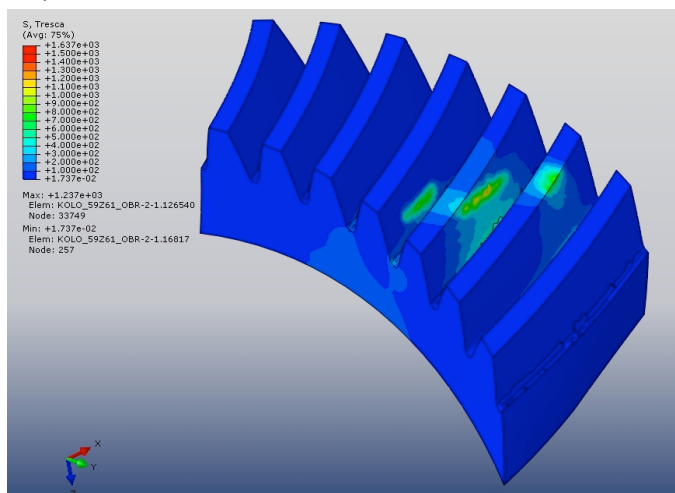
3.1. WYNIKI OBLICZEŃ MES – NAPRĘŻENIA STYKOWE

Obserwując współpracę kół, można zauważyć, że głównie zachodzi współpraca trzech par zębów obydwu kół, jednak występuje również przypór dwuparowy. Rysunek 3.2 przedstawia rozkłady naprężeń zredukowanych na modelach zębnika i koła zębatego właśnie dla przyporu trzyparowego.

a)



b)



Rys. 3.2 Naprężenia zredukowane w zazębieniu trzyparowym dla: a) zębniaka, b) koła

Wartości naprężeń stykowych na boku zęba zębniaka nie osiągnęły poziomu 1300[MPa], więc są niższe od wyznaczonych wcześniej analitycznie, odpowiadających im wartości dopuszczalnych. Wartości uzyskane z wykorzystaniem obliczeń MES różnią się nieznacznie od tych otrzymanych w wyniku obliczeń na podstawie normy ISO 10300:2001, jednak różnice nie przekraczają 10%.

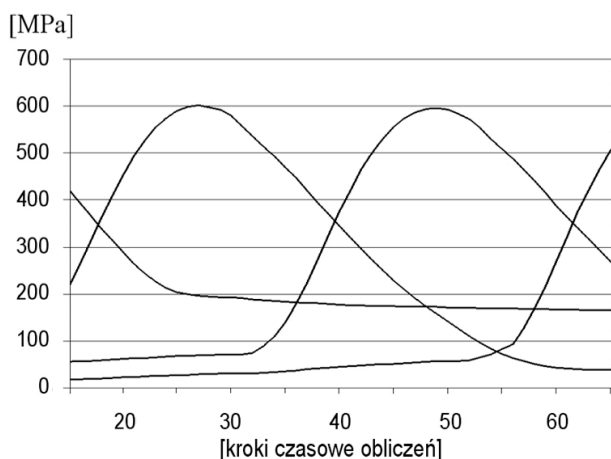
3.2. WYNIKI OBLICZEŃ – NAPRĘŻENIA ZGINAJĄCE U PODSTAWY ZĘBA

Kolejnym z rezultatów jakie można uzyskać, na podstawie przeprowadzonych w programie Abaqus, obliczeń numerycznych MES są wartości naprężeń zginających u podstawy zęba. Wyniki obliczeń MES wykazały, że obszary podwyższonych naprężeń zginających zlokalizowane są u podstawy współpracujących zębów zębniaka i koła zębatego, po stronie przeciwnej zęba niż działające na niego obciążenie. Lokalizację oraz poziom naprężeń zginających można obserwować i wizualnie ocenić bezpośrednio na modelach kół zębatych, jednak taka ocena nie jest wystarczająco dokładna.

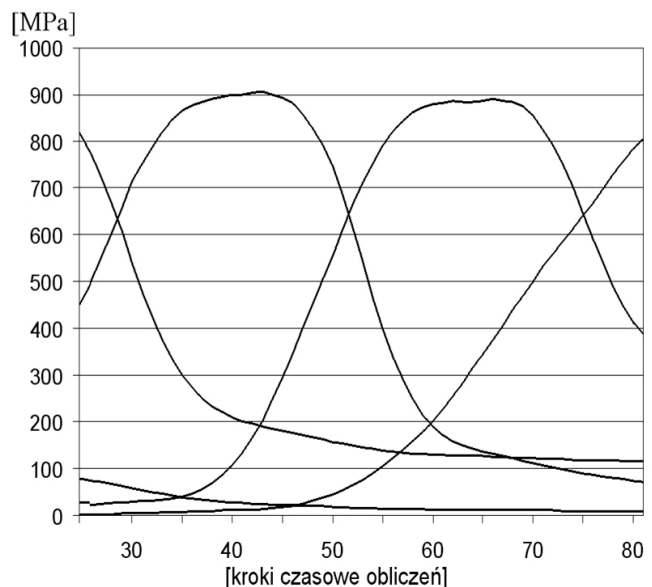
Otrzymane rozkłady naprężeń na modelach obliczeniowych pozwoliły jednak znaleźć węzły siatki, w których wartości tych naprężeń osiągają najwyższe wartości. U podstawy każdego z zębów obydwu kół określono po jednym takim punkcie, a następnie utworzono dla nich wykresy zmiany naprężeń w czasie pracy przekładni.

Na rysunku 3.3 zaprezentowano wykres wartości naprężeń zginających u podstawy zęba zębniaka oraz analogiczny wykres dotyczący koła zębatego. Na osi rzędnych oznaczono numery kolejnych kroków czasowych obliczeń, natomiast na osi odciętych wartości naprężeń w [MPa]. Wykresy ograniczono jedynie do kilku zębów, dla których uzyskano powtarzalny, charakterystyczny przebieg.

a)



b)



Rys. 3.3 Wykresy naprężeń zredukowanych u podstawy zębów: a) koła zębatego, b) zębniaka

W przypadku zębniaka, naprężenia zginające u podstawy zęba osiągają znacznie wyższe wartości niż analogiczne naprężenia dla współpracującego z nim koła zębatego. Także dla zębniaka, poziom wysokich wartości naprężeń utrzymuje się dłużej tworząc wypłaszczenie na wierzchołku wykresu dotyczącego każdego z zębów. Różny kształt wykresów, jest konsekwencją wymiarów geometrycznych wieńców kół zębatych, a także odmiennego sposobu obciążania zębów każdego z nich. W przekładniach zębatych

stożkowych o kołowo-łukowej linii zęba, ząb zębника współpracuje swoją wklęsłą stroną z wypukłą stroną zęba koła. Ze względu na fakt, że ząb nie jest symetryczny, także i skutki działania tego samego obciążenia dla koła zębatego i zębника nie będą takie same

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W niniejszym opracowaniu zaprezentowano porównanie wyników obliczeń przekładni stożkowych przeprowadzanych w oparciu o normy ISO, z rozwiązaniami uzyskanymi na podstawie obliczeń numerycznych z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Obliczenia dotyczące geometrii kół zębatach przeprowadzone zgodnie z wytycznymi normy ISO 23509, pozwoliły na zbudowanie modeli wirtualnych użytych następnie w programie Abaqus. Zadania dotyczące sprawdzenia wytrzymałości przekładni stożkowej rozwiązano analitycznie zgodnie z procedurami opisanymi w normie ISO 10300. Obszerność omawianych norm oraz duża liczba współczynników które należy przyjąć w trakcie obliczeń przekładni stożkowej mogą być kłopotliwe, a otrzymane wyniki nie dają pełnych odpowiedzi co do charakteru współpracy i trwałości kół przekładni stożkowej. Dlatego w kolejnej części pracy przedstawione zostały obliczenia numeryczne przekładni stożkowej przeprowadzone z wykorzystaniem metody elementów skończonych dające pełniejszy obraz odnośnie rozkładu naprężeń i ich wartości w poszczególnych fragmentach kół oraz pozwalające na prześledzenie zmian obciążenia w sposób dynamiczny w trakcie współpracy kół.

Ze względu na obszerność tematu, w niniejszym opracowaniu skupiono się na wyznaczeniu i porównaniu jedynie wybranych wyników, uzyskanych metodą analityczną i numeryczną. Ocenie poddano naprężenia stykowe na bokach współpracujących zębów kół przekładni stożkowej oraz naprężeniach zginających u podstawy zęba.

W zakresie naprężeń stykowych na boku zęba otrzymane obydwiema metodami wyniki nie różniły się znacząco. Ponieważ w przypadku obliczeń MES istnieje możliwość określenia wielu wartości naprężeń stykowych odpowiadających różnym etapom współpracy zębów, więc jako wartość wynikową do porównania przyjęto najwyższy zanotowany poziom naprężeń, który wystąpił podczas współpracy dwuparowej i wyniósł dla zębника 1292 [MPa], a dla koła 1237 [MPa]. Odczytane wartości są bliskie do uzyskanych w wyniku obliczeń analitycznych, co może potwierdzać dużą dokładność wykonania modeli i staranne przygotowanie obliczeń numerycznych.

Maksymalne naprężenia zginające u podstawy zęba w metodzie MES odczytywano, w postprocesorze programu Abaqus, bezpośrednio na modelach kół zębatach oraz na podstawie utworzonych wykresów obciążenia zębów. Zauważono znaczne podobieństwo, w wielkościach maksymalnych naprężeń dla obydwu metod obliczeniowych. Dla zębника maksymalne wartości osiągają poziom 904,38 [MPa] chociaż dla większości zębów utrzymują się poniżej 900 [MPa], przy obliczonej według norm ISO odpowiadającej im wartości 888,45 [MPa]. W przypadku dla koła zębatego, uzyskane w metodzie MES, naprężenia zginające u podstawy zęba wynoszą 608,43 [MPa], przy wcześniej obliczonej analitycznie wielkości 784,65 [MPa]. Tak więc dla koła zębatego różnica wyników uzyskanych obydwiema metodami jest największa i wynosi 22%. Jak można zauważyć dla obydwu kół analizowanej przekładni stożkowej, w wyniku obliczeń analitycznych otrzymano wyższe wartości. Należy jednak zauważyć, że także wspomniana norma przyjmuje pewne uproszczenia i wprowadza współczynniki korekcyjne w obliczeniach naprężeń zginających u podstawy. Norma ISO 10300-3 przewiduje jedynie obciążenie stałego przekroju zęba momentem od nominalnej siły obwodowej F_{mt} na ramieniu h_{Fa} , natomiast model numeryczny uwzględnia zmianę kształtu zęba wzdłuż jego długości oraz znacznie bardziej złożony charakter obciążania.

Porównanie otrzymanych obydwiema metodami wyników obliczeń, a także analiza rozkładów naprężeń na modelach kół pozwala ocenić analizowaną przekładnię jako poprawnie zaprojektowaną i spełniającą wstępnie przyjęte założenia.

LITERATURA

- [1] Bąk R., Burczyński T.: *Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2001.
- [2] Budzik G., Pacana J.: *Analiza poprawności rozwiązania MES w zależności od rodzaju oraz liczby zastosowanych elementów skończonych*. Acta Mechanica Slovaca 3-A/2008, PRO-TECH-MA Ročník 12, Kosiče 2008.
- [3] ISO 23509 - „*Geometria stożkowych i hipoidalnych kół zębatach*”
- [4] ISO 10300-1 - „*Introduction and general influence factors*”.
- [5] ISO 10300-2 - „*Calculations of surface durability (pitting)*”.
- [6] ISO 10300-3 - „*Calculation of tooth Root strength*”.
- [7] Marciniak A., Pisula J., Płocica M., Sobolewski B.: *Projektowanie przekładni stożkowych z zastosowaniem modelowania matematycznego i symulacji w środowisku CAD*. Mechanik, nr 7/2011.
- [8] Markowski T. Mijał. M. Rejman E.: *Podstawy Konstrukcji Maszyn. Napędy mechaniczne*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1996.
- [9] Pacana J., Budzik G., Kudasik T.: *Wyznaczanie naprężeń zginających w kołach zębatych z zastosowaniem metody elementów skończonych*. Acta Mechanica Slovaca 3-A/2008, PRO-TECH-MA Ročník 12, Kosiče 2008r.
- [10] Pisula J., Sobolewski B.: *Metoda hybrydowa tworzenia modelu 3D-CAD stożkowego koła zębatego o kołowo-łukowej linii zęba* - Mechanik nr 2/2014.
- [11] PN-ISO 1328-1:2000 - „*Przekładnie zębate walcowe. Dokładność wykonania według ISO*”.
- [12] PN-ISO 6336-1:2000 – „*Przekładnie zębate walcowe. Obliczanie nośności kół*”.
- [13] Skawiński P., Siemiński P.: *Badanie śladu współpracy i generowanie wykresów ruchowych spiralnych przekładni stożkowych w środowisku programów CAD*. Zeszyty naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr 259, Mechanika z.75(2008).
- [14] Sobolak M., Budzik G.: *Experimental method of tooth contact analysis (TCA) with rapid prototyping (RP) use*, Rapid Prototyping Journal, Volume 14 Number 4 2008.
- [15] Wiktor J.: *Analityczno numeryczne metody analizy parametrów geometrycznych, zakłóceń ruchu i wytrzymałości przekładni walcowych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2004.
- [16] Wójcik Z.: *Przekładnie stożkowe systemu Gleason, konstrukcja i technologia*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej. Rzeszów 2004.