

Mgr inż. Marek Kret  
marek@educax.net  
Dr hab. inż. Piotr Skawiński  
[psk@simr.pw.edu.pl](mailto:psk@simr.pw.edu.pl)

Politechnika Warszawska, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Instytut  
Podstaw Budowy Maszyn

## **BADANIE WPŁYWU PARAMETRÓW TECHNOLOGII BAZOWEJ NA GEOMETRIĘ UZĘBIENIA PRZEKŁADNI STOŻKOWYCH O KOŁOWO- ŁUKOWEJ LINII ZĘBA**

**Streszczenie:** Przygotowywany w ramach zadania badawczego ZB3 komputerowy system obliczeń przekładni systemu Gleasona zawiera moduły obliczeniowe, w tym technologię bazową i symulację obróbki uzębienia. Obliczenia technologii bazowej, niezależnie od metody frezowania uzębienia, są podstawowym pakietem danych do określenia wielkości ustawczych różnych typów frezarek do uzębień sterowanych mechanicznie (konwencjonalnych), jak i numerycznie. Zachodzi zatem potrzeba zbadania wpływu parametrów technologii bazowej na geometrię uzębienia.

**Słowa kluczowe:** przekładnie stożkowe kołowo-łukowe, technologia bazowa, symulacja obróbki.

## **STUDYING THE EFFECTS OF THE IMPACT OF BASE TECHNOLOGY PARAMETERS ON THE GEOMETRY OF THE TEETH OF SPIRAL BEVEL GEARS**

**Summary:** Prepared in the framework of the key project research task ZB3 computer system for Gleason spiral bevel gears calculations contains software packages including the base technology and cutting simulation. The calculation of the base technology, regardless of the method of milling of teeth, are the primary package data for determining machines set up of different types of milling machines mechanically controlled (conventional) and numerically. It is important to examine the influence of the base technology parameters on the geometry of the teeth.

**Keywords:** spiral bevel gears, basic technology, cutting simulation.

### **1. Wstęp**

Przekładnie stożkowe o krzywoliniowej linii zęba na etapie projektowania, w odróżnieniu od przekładni walcowych, wymagają spójnych obliczeń konstrukcyjno-technologicznych. Obliczenia konstrukcyjne to więcej niż sama geometria uzębienia, gdyż powiązane muszą być z doбором noży i średnicy czołowej głowicy frezowej. A to już wiąże się z technologią wykonania, w czym istotne są szerokości rozstawień noży głowicy frezowej i jej średnice punktowe. Dobór głowicy frezowej (rozstawienie noży, średnice, promienie zaokrąglenia wierzchołków noży) wiąże się z trwałością przekładni.

Dlatego też ta faza obliczeń musi być powiązana z obliczeniami wytrzymałościowymi weryfikującymi naprężenia w stopie zęba i naciski powierzchniowe  $W$  przypadku niespełnienia warunków konieczne jest ponowne wykonanie obliczeń doboru głowicy frezowej, a niekiedy również geometrii. Kolejny krok to obliczenia tzw. technologii bazowej będącej w gruncie rzeczy zdefiniowaniem ustawienia wirtualnej obrabiarki mogącej realizować obróbkę koła i zębniaka.

Wyniki obliczeń technologii bazowej umożliwiają przejście na konkretne modele frezarek do uzębień niezależnie czy są to maszyny sterowane mechanicznie czy numerycznie. Danymi do obliczeń technologii bazowej są w zasadzie rezultaty obliczeń geometrii uzębienia i luki międzyzębnej (głowica frezowa i noże) oraz wielkości jak kąty zarysów noży do obróbki zgrubnej i wykończeniowej, współczynnik długości śladu współpracy i inne zalecane współczynniki poprawkowe pozwalające poprawnie uzyskać poprawne obliczenia technologiczne.

Na przykładzie metody SGM (Spiral Generated Modified Roll) firmy Gleason zostanie pokazane, iż przy prawidłowych danych wejściowych i zalecanych współczynnikach poprawkowych, rezultaty technologii bazowej nie są akceptowalne z punktu widzenia możliwości ustawczych wybranej do obróbki frezarki.

## 2. Obliczenia technologii bazowej

Obliczenia konstrukcyjno-technologiczne prowadzone są we własnym systemie komputerowym KONTEPS zawierającym również moduł do symulacji obróbki uzębienia generujący modele bryłowe koła i zębniaka. Istnienie tego modułu ułatwia proces projektowania technologicznego, gdyż umożliwia on weryfikację poprawności obliczeń nie tylko technologicznych, ale i geometrycznych. Właśnie obserwowanie rezultatów symulacji, a w szczególności uzyskanych wyników technologii bazowej wymusiło konieczność głębszej analizy danych wejściowych.

Jedną z danych wejściowych jest sumaryczny współczynnik beczkowatości  $K_p$  wpływający na szerokość śladu współpracy zębów, który zgodnie z zaleceniem firmy Gleason należy przyjmować z przedziału 0 - 8. Im węższy ma być ślad po sprawdzeniu na maszynie kontrolnej w procesie lokalizacji śladu współpracy, tym w kolejnych obliczeniach należy przyjmować większy współczynnik  $K_p$ . Zwiększanie współczynnika  $K_p$  mimo, że jest on z zalecanego przedziału może prowadzić do uzyskania wyników technologii bazowej niemożliwych do ustawienia na konkretnej frezarce. Innymi słowy, niektóre wielkości ustawcze mogą przekraczać zakresy nastaw frezarki np. ustawienia promieniowego, przesunięcia hipoidalnego, ustawienia poosiowego, itp.

W celu analizy wpływu sumarycznego współczynnika beczkowatości  $K_p$ , zbudowano aplikację w Excelu, która dla różnych wartości  $K_p$  przy stałych średnicach punktowych głowicy do obróbki zębniaka i stałym współczynnikiem długości śladu współpracy, oblicza wielkości ustawcze technologii bazowej.

Algorytm obliczeń technologii bazowej bazuje na formułach programu KONTEPS, zaś danymi wejściowymi są rezultaty obliczeń konstrukcyjno-technologicznych z programu KONTEPS. Wykonując wiele obliczeń przekładni o różnych przełożeniach stwierdzono, że niemal w każdej obliczanej przekładni przy różnych wartościach  $K_p$  otrzymuje się rezultaty technologii bazowej w nieakceptowanych zakresach ustawczych.

W niniejszym artykule na przykładzie przekładni o przełożeniu 33:34 dokonano analizy wpływu współczynnika  $K_p$ . Dane wejściowe geometryczne do aplikacji Excel będące rezultatem obliczeń programu KONTEPS pokazano w tablicy 1, zaś dane wejściowe do technologii bazowej w tablicy 2.

Tablica 1. Dane wejściowe geometryczne

Geometria			
1.	Kąt stopy zęba zębniaka	TETF 1, $\Theta f1$	2,581
2.	Kąt stopy zęba koła	TETF 2, $\Theta f2$	2,719
3.	Liczba zębów zębniaka	Z1, NZ1	33,000
4.	Liczba zębów koła	Z2, ZN2	34,000
5.	Długość tworzącej stożka podziałowego	Rm, R	28,658
6.	Kąt stożka podziałowego zębniaka	DEL 1, $\delta 1$	44,145
7.	Kąt stożka podziałowego koła	DEL 2, $\delta 2$	45,855
8.	Kąt pochylenia linii zęba	BET, $\beta m$	30,000
9.	Kąt stożka głów zębniaka	DELA 1, $\delta a1$	46,864
10.	Kąt stożka głów koła	DELA 2, $\delta a2$	48,436
11.	Kąt stożka stóp zębniaka	DELf 1, $\delta f1$	41,564
12.	Kąt stożka stóp koła	DELf 2, $\delta f2$	43,136
13.	Szerokość wieńca zębatego	B	9,650
14.	Średnica głowicy nozowej	D0	50,800
15.	SZER.ROZSTAWIENIA NOZY DO OBR. WYK.KOLA	W2 RZECZYW	0,940
16.	WYSOKOSC STOPY ZEBA koła	WHF2, hf2	1,180
17.	WYSOKOSC STOPY ZEBA zębniaka	WHF1, hf1m	1,120
18.	KIERUNEK POCHYLENIA LINII ZEBA ZEBNIKA	LZZ	LEWY

Tablica 2. Dane wejściowe do technologii bazowej

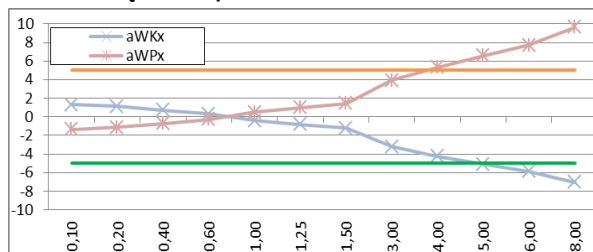
Dane wejściowe do obliczeń technologii bazowej SGM					
1.	Kąty zarysu noży do obróbki koła	$\alpha 2WK$	20,000	$\alpha 2WP$	20,000
2.	Kąty zarysu noży do obróbki zębniaka	$\alpha 1WK$	20,000	$\alpha 1WP$	20,000
3.	Współczynnik długości śladu współpracy	BWK (P3B)	zmienny	BWP (P3B)	zmienny
4.	Sumaryczny współczynnik beczkowatości	KpWK	0,1-8	KpWP	0,1-8
5.	Poprawka kąta stożka podziałowego	$\Delta \delta WK$	0,000	$\Delta \delta WP$	0,000
6.	Poprawka przesunięcia hipoidalnego	$\Delta a WK$	0,000	$\Delta a WP$	0,000

Tabela 3. Wyniki obliczeń technologii bazowej

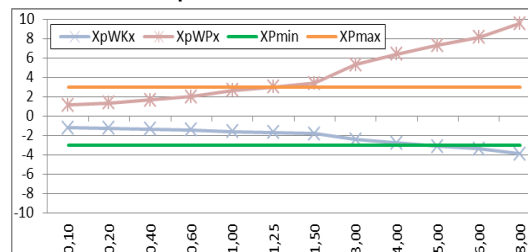
KP	0,10000	0,20000	0,40000	0,60000	1,00000	1,25000	1,50000	3,00000	4,00000	5,00000	6,00000	8,00000
d01WK	51,308	51,308	51,308	51,308	51,308	51,308	51,308	51,308	51,308	51,308	51,308	51,308
d01WP	50,292	50,292	50,292	50,292	50,292	50,292	50,292	50,292	50,292	50,292	50,292	50,292
aWKx	1,312	1,104	0,703	0,320	-0,396	-0,811	-1,206	-3,191	-4,234	-5,110	-5,855	-7,056
aWPx	-1,351	-1,132	-0,703	-0,286	0,513	0,990	1,452	3,924	5,335	6,582	7,704	9,624
kMWK	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
kMWP	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
XBWKx	0,960	0,989	1,049	1,107	1,226	1,297	1,369	1,773	2,014	2,232	2,428	2,767
XBWPx	-0,602	-0,720	-0,949	-1,172	-1,594	-1,844	-2,087	-3,360	-4,076	-4,694	-5,250	-6,189
XpWKx	-1,190	-1,234	-1,324	-1,412	-1,591	-1,697	-1,807	-2,415	-2,779	-3,107	-3,403	-3,914
XpWPx	1,164	1,342	1,688	2,023	2,659	3,037	3,403	5,322	6,401	7,331	8,170	9,586
UWKx	27,515	27,322	26,946	26,588	25,915	25,525	25,152	23,264	22,263	21,418	20,695	19,523
UWPx	27,066	27,314	27,799	28,271	29,173	29,711	30,233	33,015	34,600	35,992	37,248	39,392
iodtWKx	0,718	0,7214	0,729	0,737	0,752	0,761	0,770	0,820	0,850	0,877	0,903	0,948
iodtWPx	0,6769	0,671	0,661	0,651	0,632	0,622	0,612	0,565	0,542	0,523	0,507	0,482
qbWKx	58,061	57,890	57,557	57,234	56,625	56,262	55,918	54,106	53,102	52,219	51,439	50,120
qbWPx	44,287	44,421	44,679	44,923	45,373	45,632	45,874	47,072	47,685	48,201	48,632	49,321
P3B WK	0,308	0,310	0,318	0,323	0,338	0,345	0,355	0,415	0,463	0,518	0,585	0,788
P3B WP	0,305	0,305	0,308	0,310	0,315	0,318	0,320	0,335	0,343	0,353	0,360	0,373

W tabeli 3 zestawiono wyniki obliczeń technologii bazowej dla współczynnika sumarycznej beczkowatości  $K_p$  zmieniającego się w przedziale od 0,1 do 8, oczywiście przy stałych średnicach głowicy frezowej do obróbki strony wklęsłej i wypukłej zęba zębniaka, co przekłada się również na stałą wartość współczynnika długości śladu współpracy. Przeglądając rozwiązania, wartości danych ustawczych formalnie nie powinny budzić żadnych zastrzeżeń. Jednakże kilka rozwiązań (zaznaczono w tabeli szarymi polami) są nieakceptowane z uwagi na przekroczenie możliwych wartości ustawczych na frezarce do obróbki uzębienia zębniaka. Zatem formalnie istniejące rozwiązania (ustawienia frezarki) nie są możliwe do realizacji na maszynie. Przyglądając się tabeli 3 można zauważyć, iż wszystkie rozwiązania dla współczynnika  $K_p \geq 1.25$  są nie spełniają oczekiwań z ustawczego punktu widzenia, a konkretnie przekroczone są wartości ustawienia osiowego zębniaka. Dalsza analiza wyników wskazuje, że dla  $K_p \geq 4$ , kolejne dane ustawcze przekraczają zalecane wartości np. przesunięcie hipoidalne. Najlepiej ilustrują to wykresy na rys. 1, gdzie pokazano przebieg kilku wybranych wartości ustawczych zaznaczając dopuszczalny przedział możliwy do przyjęcia. Oczywiście dla innej przekładni przedział dopuszczalnych wartości może być inny.

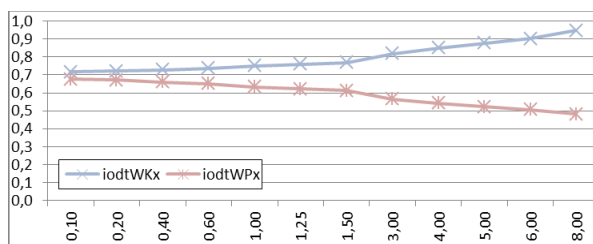
Przesunięcie hipoidalne



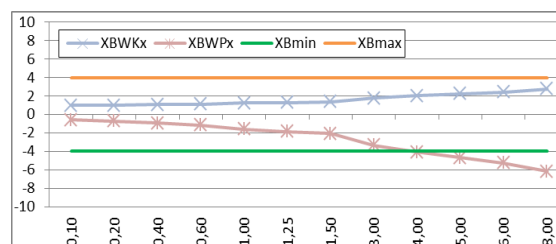
Ustawienie poosiowe



Przełożenie odtaczania



Ustawienie stołu

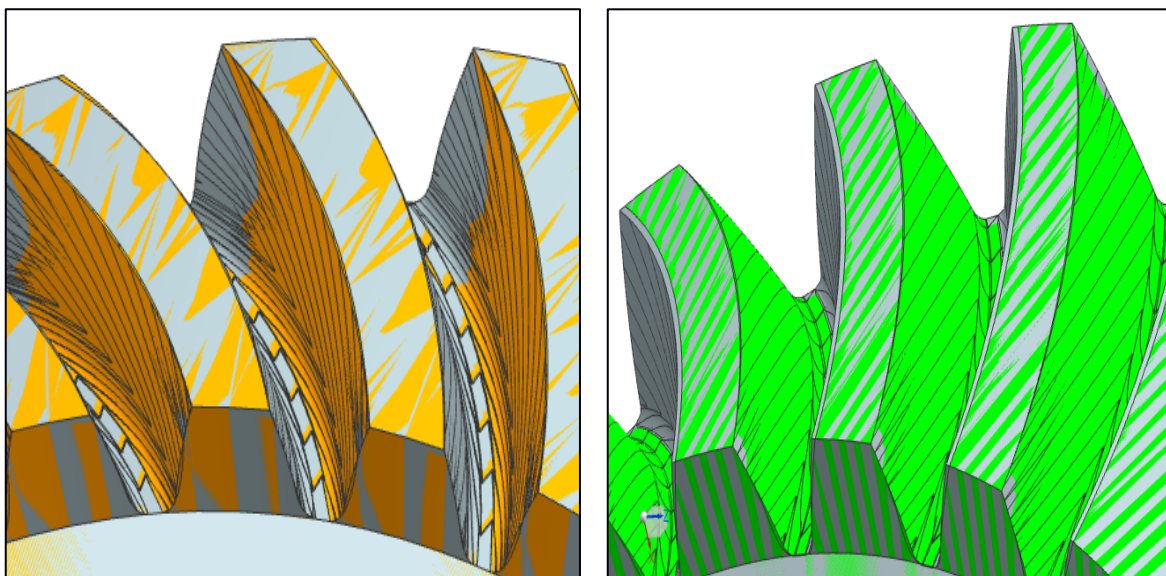


Rys. 1. Graficzna ilustracja zmienności wybranych wartości ustawczych

Interesująco przedstawiają się przebiegi krzywizny wzdłużnej i poprzecznej (profilu zęba zębniaka) dla badanego zakresu współczynnika  $K_p$ .

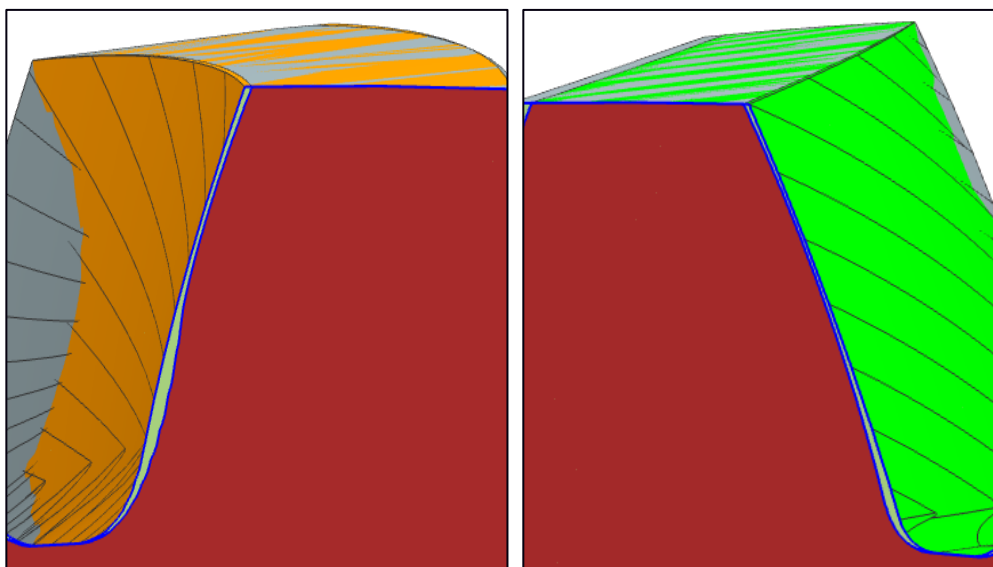
By zilustrować graficznie przebiegi wykonano symulację obróbki zębniaka dla skrajnych wartości współczynnika  $K_p$  tj. dla  $K_p=0,1$  i  $K_p=8$ , nakładając na siebie porównywane modele, przy czym punktem odniesienia był wierzchołek zęba dla strony wklęsłej i wypukłej na zewnętrznej stronie wieńca (od strony dużego modułu).

Na kolejnych rysunkach 2 i 3 pokazano różnice zarówno w krzywiznie wzdłużnej jak i poprzecznej (zarysu zęba) dla pracującej strony zęba zębniaka (strona wklęsła) i niepracującej (strona wypukła).



Rys.2. Porównanie krzywizny wzdłużnej; a) strona wklęsła, b) strona wypukła zęba zębnika. Kolor pomarańczowy  $K_p=0,1$  – strona wklęsła, zielony  $K_p=0,1$  – strona wypukła,  $K_p=8$  – kolor szary

Różnice w krzywiznie w środku szerokości wieńca zębatego i na wewnętrznej stronie (na małym module) zmierzono wykorzystując środowisko edytora graficznego. Wyniosły one odpowiednio: w środku  $40 \mu\text{m}$  dla strony WK i  $15 \mu\text{m}$  na wewnętrznej stronie wieńca, zaś dla strony wypukłej w środku szerokości wieńca  $36 \mu\text{m}$  i  $3 \mu\text{m}$  na wewnętrznej stronie wieńca. Nie są to duże wartości, jednakże należy zwrócić uwagę na fakt, iż wartości ustawcze dla  $K_p=8$  wykraczają poza dopuszczalny przedział odniesiony do konkretnej frezarki np. Gleason 116G, w przeciwieństwie do środowiska systemu CAD, gdzie takie ograniczenia nie występują.



Rys.3. Porównanie krzywizny poprzecznej; a) strona wklęsła, b) strona wypukła zęba zębnika. Kolor pomarańczowy  $K_p=0,1$  – strona wklęsła, zielony  $K_p=0,1$  – strona wypukła,  $K_p=8$  – kolor szary

Badanie różnic krzywizn profilu zęba zębniaka przeprowadzono dla tych samych wartości współczynnika  $K_p$  jak w przypadku krzywizny wzdłużnej. Analogicznie jak poprzednio w środowisku CAD nałożono na siebie porównywane modele przyjmując jako wspólny punkt na wierzchołku zęba na zewnętrznej stronie wieńca (od strony dużego modułu). Zarysy porównywano w środku szerokości wieńca oceniając różnice na głowie zęba, na stożku podziałowym i stopie zęba. Rysunek 2a ilustruje rezultaty porównań, które wartościowo przedstawiają się następująco:  $K_p=0,1$  i  $K_p=8$  strona wklęsła na głowie zęba zębniaka – 34  $\mu\text{m}$ , stożek podziałowy 23  $\mu\text{m}$ , stopa zęba 70  $\mu\text{m}$ . Dla strony wypukłej odpowiednio (rys. 2b): 26  $\mu\text{m}$ , 19  $\mu\text{m}$ , i 52  $\mu\text{m}$ . Tak duże różnice, co jest zrozumiałe, są konsekwencją przesunięcia hipoidalnego, które jak zaznaczono wcześniej (Tabela 3,  $K_p=8$ ) przekraczają akceptowalne dla tej przekładni wartości ustawcze frezarki.

### 3. Wnioski

Zaproponowana aplikacja w programie Excel pełni rolę pomocniczą w procesie projektowania przekładni stożkowej. Przed przystąpieniem do obliczeń technologicznych (technologii bazowej) wykorzystując tę aplikację warto sprawdzić, czy przyjmowane wartości sumarycznego współczynnika beczkowatości  $K_p$  pozwolą na otrzymanie poprawnych, z technologicznego punktu widzenia wartości ustawczych, które z kolei przełożą się na ustawienia konkretnej frezarki do uzębień. Aplikacja ta współpracuje z systemem KONTEPS obliczeń konstrukcyjno-technologicznych przekładni stożkowych.

### 4. Literatura

1. Kiedryński W.N., Pismanik K.M.: Obróbka stożkowych kół zębatych, Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa 1961.
2. Stadtfeld H. J.: Handbook of bevel and hypoid gears, Rochester Institute of Technology, Rochester 1993.
3. Skawinski P.: Integracja projektowania i wytwarzania kół zębatych stożkowych o zębach kołowo-łukowych, Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2010.
4. Litvin F.L., Fuentes A.: Gear geometry and applied theory. Cambridge University Press New York 2004, wyd. 2.

Badania realizowane w ramach Projektu „Nowoczesne technologie materiałowe stosowane w przemyśle lotniczym”, Nr POIG.01.01.02-00-015/08-00 w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (PO IG). Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.