

## MODEL ANALITYCZNY DO WYZNACZANIA NOŚNOŚCI STATYCZNEJ I OBCIĄŻALNOŚCI PARY ROLKA – ŚRUBA W ROLKOWEJ PRZEKŁADNI TOCZNEJ NA PODSTAWIE TEORII HERTZA

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono rozkład sił na gwincie. Opracowano model kontaktu współpracujących elementów. W programie CATIA wyznaczono promienie krzywizn współpracujących elementów. Opisano model matematyczny pozwalający wyznaczyć nośność statyczną oraz obciążalność przekładni. Opracowany model pozwala na wyznaczenie pola kontaktu elementów, oraz panujących naprężeń przy zadanym obciążeniu.

**Słowa kluczowe:** rolkowe przekładnie toczne, nośność statyczna, obciążalność, wzory Hertza

## ANALYTICAL MODEL FOR DETERMINATE STATIC LOAD CAPACITY BETWEEN ROLLER AND BOLT IN THREAD ROLLER SCREW BASE ON HERTZ THEORY

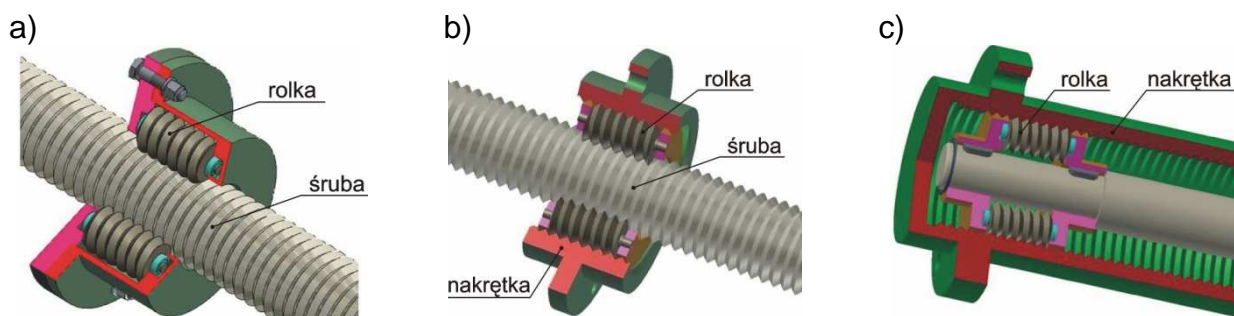
**Abstract:** The article describing load distribution in the thread. Model of contacting elements was created. In CATIA software was determined radii of curvature contacting components. Additionally was described mathematical model allowing establishing a static load capacity and load gearbox transmission. The results allowing determine the stress for contact elements.

**Keywords:** thread roller screw, static load rating, load distribution, Hertz theory

### 1. WPROWADZENIE

Rolkowe przekładnie toczne służą do zamiany ruchu obrotowego na postępowy. Podstawowymi elementami tego rodzaju przekładni są: śruba, nakrętka, oraz współpracujące z nimi rolki. Liczba rolek jest uwarunkowana konstrukcją przekładni. Istnieją 3 podstawowe rozwiązania konstrukcyjne tych przekładni:

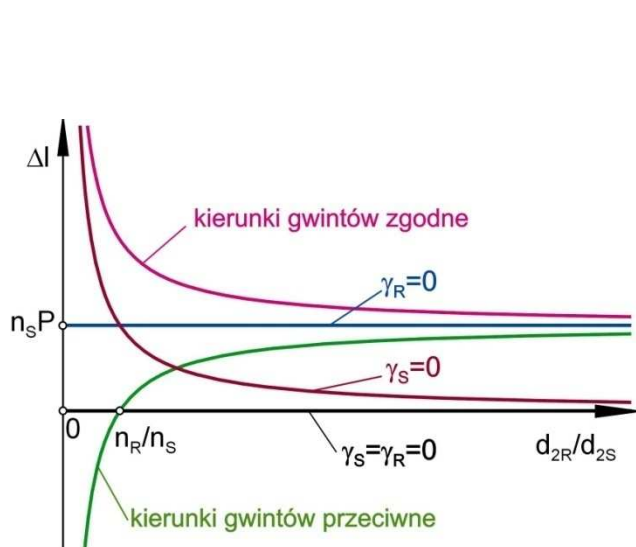
- rolka współpracuje tylko ze śrubą (rys.1.1a),
- rolka współpracuje ze śrubą i nakrętką jednocześnie (rys.1.1b),
- rolka współpracuje jedynie z nakrętką (rys.1.1c).



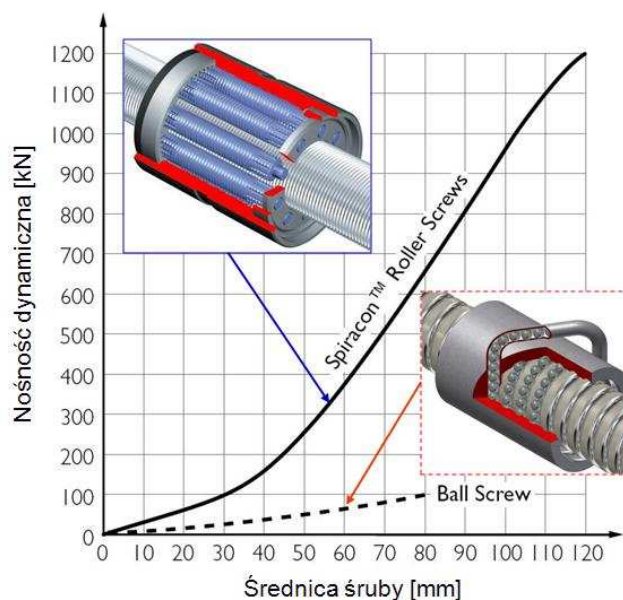
Rys.1.1. Rozwiązania konstrukcyjne rolkowych przekładni tocznych: a) rolka współpracuje jedynie ze śrubą, b) rolka współpracuje ze śrubą i nakrętką, c) rolka współpracuje jedynie z nakrętką

Głównymi zaletami tego typu przekładni są:

- wysoka sprawność,
- wysoka sztywność osiowa,
- możliwość uzyskania wskaźnika kinematycznego  $\Delta I$  (przesuw na obrót) w bardzo szerokim zakresie (rys.1.2) [9],
- większa nośności w stosunku do przekładni kulkowych toczych (rys. 1.3).



Rys. 1.2. Wskaźnik kinematyczny w funkcji stosunku średnic elementów



Rys.1.3. Porównanie nośności przekładni

Jedną z wad przekładni rolkowych jest konieczność wyznaczenia i stosowania sprzężonych (ze względu na zjawisko interferencji) zarysów gwintu współpracujących elementów przekładni.

Celem pracy jest opracowanie modelu matematycznego do wyznaczania nośności statycznej i obciążalności pary śruba – rolka w rolkowej przekładni toczych.

## 2. WPROWADZONE POJĘCIA

Badania właściwości statycznych przekładni przeprowadzono definiując jak niżej pojęcia nośności statycznej oraz obciążalności:

**Nośność statyczna  $C_0$**  jest to zdolność do przenoszenia obciążenia przez elementy przekładni w stanie spoczynku, lub obracającymi się elementami z niewielkimi prędkościami (do 10 obr/min). Definiuje się ją jako obciążenie wywołujące odkształcenie równe 0,0001 mniejszej średnicy krzywizny stykających się elementów [11].

**Obciążalność przekładni  $F_{max}$**  jest maksymalną siłą jaką można obciążyć przekładnie, w wyniku której naprężenia kontaktowe nie będą przekraczały dopuszczalnych (założonych) naprężeń  $k_{Hdop}$ .

Nośność statyczną przekładni  $C_0$  oraz maksymalne obciążenie przekładni  $F_{max}$  można obliczyć z zależności (2.1):

$$\begin{cases} C_0 = C_{01} \cdot z \cdot z_z \cdot k_p \\ F_{max} = F_{1max} \cdot z \cdot z_z \cdot k_p \end{cases} \quad (2.1)$$

gdzie:

$C_0$  – nośność statyczna przekładni [N],

$C_{01}$  – nośność statyczna przypadająca na jeden zwój [N],

$F_{max}$  – obciążalność przekładni [N],

$F_{1max}$  – obciążalność przypadająca na jeden zwój [N],

$z$  – ilość rolek,

$z_z$  – ilość współpracujących zwojów na jednej rolce,

$k_p$  – współczynnik uwzględniający nierównomierność rozkładu obciążeń na poszczególne zwoje gwintu.

### 3. ZAŁOŻENIA MODELOWE

W opracowanym modelu przyjęto założenia:

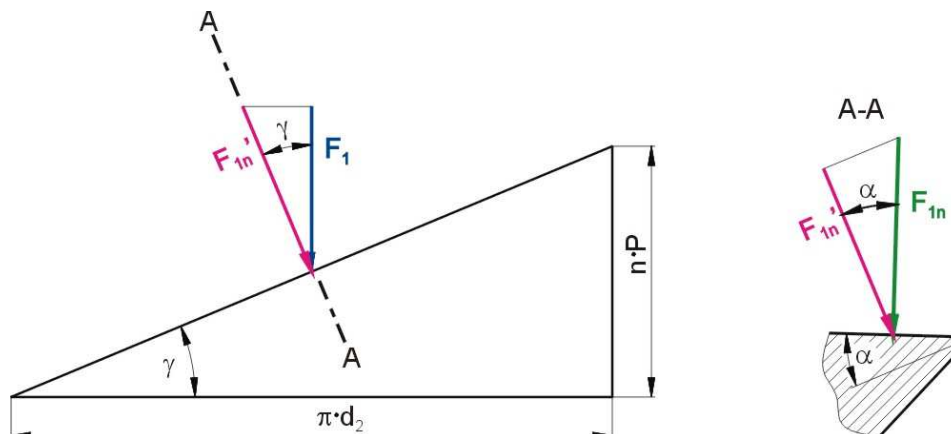
- współpracujące powierzchnie elementów są idealnie gładkie,
- przekładnia znajduje się w spoczynku,
- w żadnym punkcie nie pojawiają się odkształcenia plastyczne,
- nie występują siły tarcia,
- krzywizny stykających się ciał (rolka – śruba) zmieniają się w sposób ciągły w otoczeniu miejsca styku.

W wyniku przyjętych założeń do opisu rozkładu naprężeń normalnych w obszarze kontaktu przyjęto teorię Hertza [3, 5, 6].

Wstępnie obliczenia przeprowadzono odnosząc wyniki do współpracy tylko jednego zwoju gwintu rolki z jednym zwojem śruby. Następnie korzystając z zależności (2.1) obliczona została obciążalność i nośność statyczna przekładni.

### 4. MODELE KONTAKTU

W modelu Hertza siła dociskająca elementy do siebie działa wzdłuż normalnej do płaszczyzny stycznej stykających się powierzchni. W tak przyjętym modelu na podstawie analizy pozycji literaturowych [4, 7] wyznaczono siłę normalną do powierzchni gwintu dla zadanej siły w kierunku osiowym. Na rys. 4.1 przedstawiono rozkład sił na zwoju gwintu.



Rys. 4.1. Rozkład sił na gwincie

Na podstawie analizy rozkładu sił w gwincie przedstawionym na rys.4.1 siłę normalną do powierzchni gwintu  $F_{1n}$  można wyznaczyć z zależności:

$$F_{1n} = \frac{F_1}{\cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha)} \quad (4.1)$$

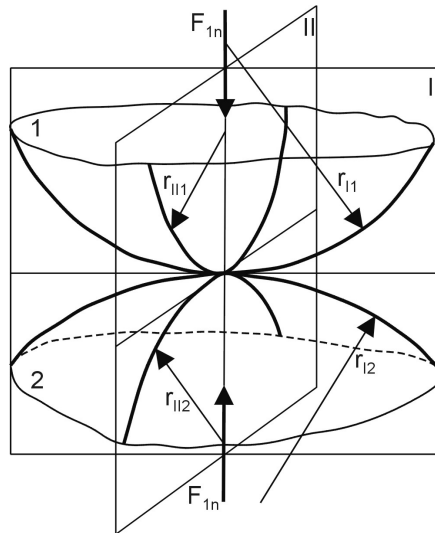
gdzie:

$F_1$  – siła obciążająca jeden zwój, działająca wzdłuż osi [N],

$\alpha$  – półkął zarysu gwintu [°]

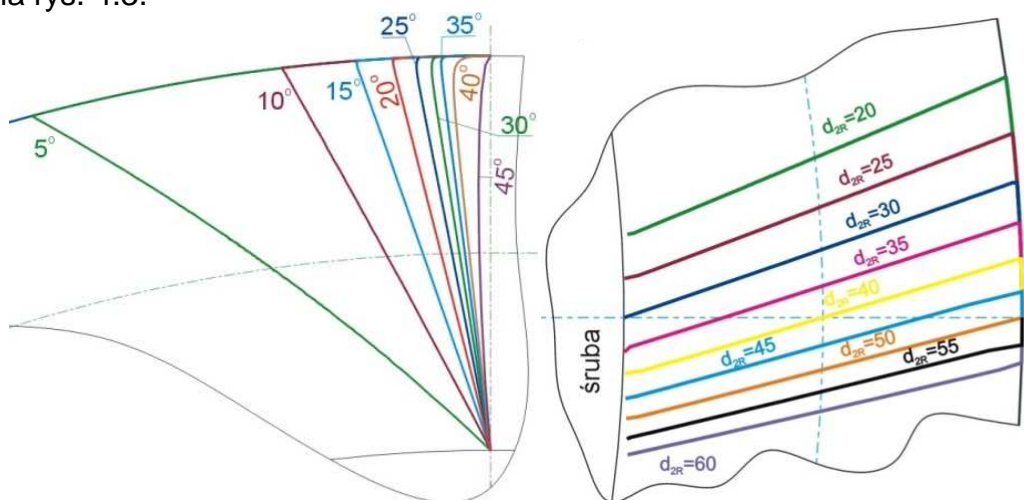
$\gamma$  – kąt wzniosu linii śrubowej [°]

W przypadku ogólnym należałoby rozważyć kontakty współpracujących elementów: rolki ze śrubą, w kolejnych punktach styku o krzywiznach ciał w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach wg rys.4.2.



Rys.4.2. Geometria styku punktowego [2]

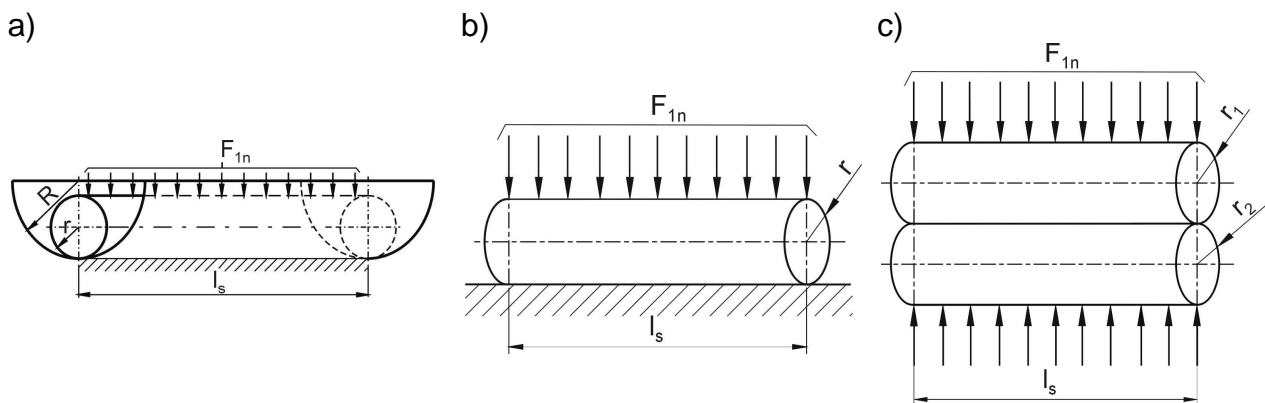
Jednak na podstawie przeprowadzonych analiz chwilowego śladu styku stwierdzono, że kontakt pomiędzy współpracującymi elementami przekładni (rolki ze śrubą) ma charakter zbioru punktów układających w otoczeniu linii prostej. Linię styku uzyskano stosując aproksymację liniową metodą najmniejszych kwadratów [12]. Przykładowe ślad styku pokazano na rys. 4.3.



Rys.4.3. Przykładowe położenie chwilowego śladu styku śruby z rolką [8]

Do dalszej analizy przyjęto więc liniowy styk elementów. W badaniu zjawiska kontaktu o charakterze liniowym przyjmowane są modele przedstawione na rys. 4.4.:

- walca z walcową powierzchnią wklęsłą o osiach równoległych (rys.4.4.a),
- walca z płaszczyzną (rys.4.4.b)
- dwóch walców o osiach równoległych (rys.4.4.c).



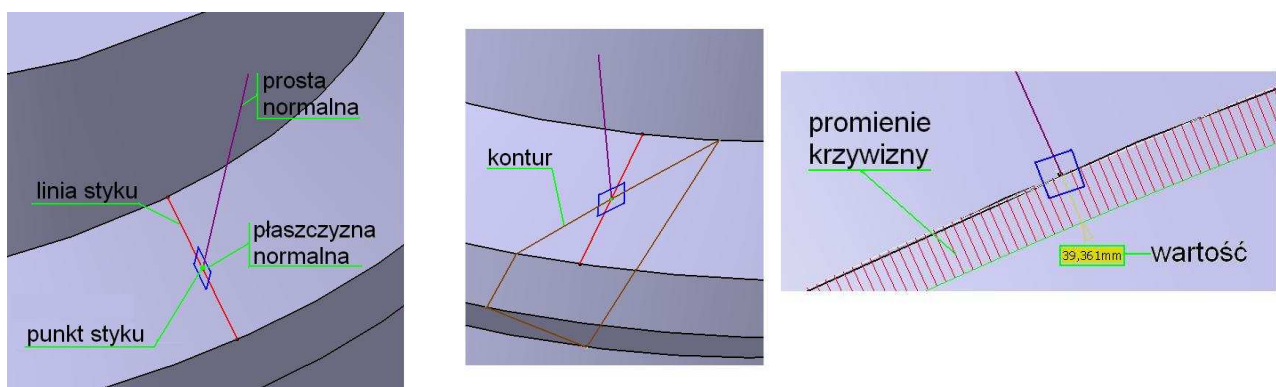
Rys.4.4. Modele o liniowym kontakcie: a) walec z powierzchnią wklęsłą, b) walec z płaszczyzną, c) dwa walce o osiach równoległych [3]

Następnie określono, który z powyższych modeli lepiej odzwierciedla rzeczywistą geometrię styku elementów (śruba – rolka). W tym celu dokonano analiz zmian promieni krzywizny. Analizę tę przeprowadzono w systemie CATIA wg następującego algorytmu:

- 1) utworzono model 3D-CAD jednego zwoju gwintu,
- 2) zaznaczono linię chwilowego styku,
- 3) wybrano dowolny punkt na linii styku,
- 4) wprowadzono prostą normalną do powierzchni zarysu gwintu, przechodzącą przez wybrany punkt styku,
- 5) wprowadzono płaszczyznę normalną do powierzchni zarysu gwintu przechodzącą przez wybrany punkt styku,
- 6) znaleziono promień krzywizny konturu uzyskanego w wyniku przecięcia zarysu gwintu z wprowadzoną płaszczyzną w wybranym wcześniej punkcie styku,
- 7) zmieniono płaszczyznę poprzez jej obrót wokół prostej normalnej do powierzchni zarysu gwintu przechodzącej przez badany punkt o pewien kąt i szukano nowej wartości promienia krzywizny.

Punkt 7 powyższego algorytmu przeprowadzono dla różnych kątów obrotu dzięki czemu znaleziono w jakim położeniu płaszczyzny normalnej względem linii styku wartości promieni są najmniejsze.

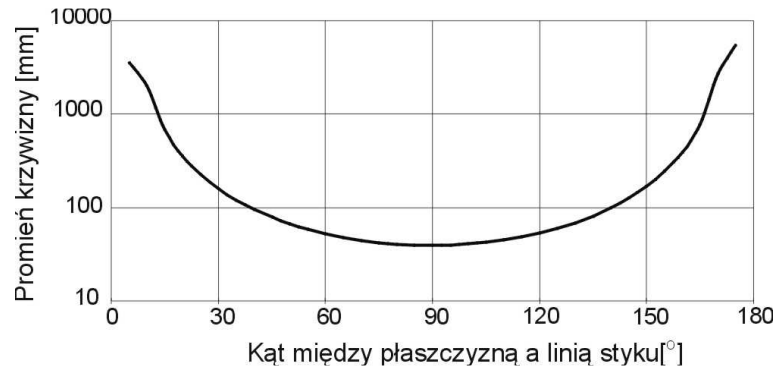
Powyższy algorytm należy zastosować do każdego z punktów styku zarówno na śrubie jak i rolce. Na rys. 4.5. pokazano metodę wyznaczania promieni krzywizny dla wybranego przykładu zarysu powierzchni gwintu. Przy wykonywaniu analiz skorzystano z prac [1, 10]



Rys. 4.5. Elementy opisane w analizie promieni krzywizny

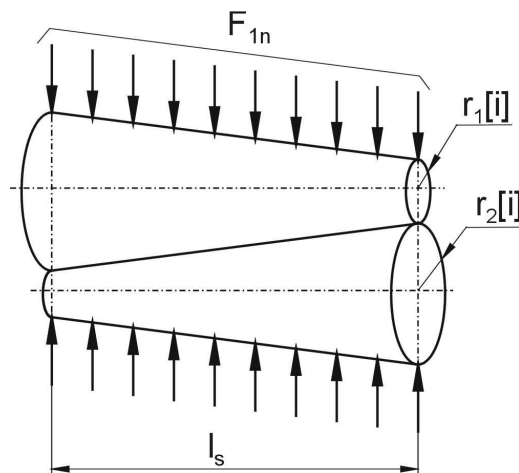


Powyższa metoda wyznaczania promieni została przeprowadzona dla różnych zarysów współpracujących elementów jak również w różnych punktach styku. W każdej z przeprowadzonych analiz otrzymano styk dwóch powierzchni wypukłych. Najmniejsza wartość promieni krzywizny znajdowała się płaszczyźnie prostopadłej do wyznaczonej linii styku współpracujących elementów. Na rys. 4.6. przedstawiono jedną z otrzymanych zależności zmiany promienia krzywizny w funkcji kąta między płaszczyzną normalną a linią styku.



Rys. 4.6. Przykładowa zależność promienia krzywizny w funkcji kąta między płaszczyzną a linią styku

Wartości promieni krzywizny zmieniają się wzdłuż linii styku. Na podstawie przeprowadzonych analiz nasuwa się wniosek, iż do dalszych analiz należałoby przyjąć model kontaktu dwóch walców o osiach równoległych o różnych promieniach ( $r_1$  i  $r_2$ ). Jednak zmiana wartości promieni wzdłuż linii styku powoduje że model ten nie odzwierciedla rzeczywistych warunków kontaktu. Wobec czego opracowano nowy model kontaktu, gdzie do opisu zjawisk przyjęto kontakt dwóch stożków o osiach równoległych (rys.4.7).



Rys.4.7. Model kontaktu dwóch stożków

Wartość maksymalnego naprężenia normalnego w poszczególnych punktach styku dla kontaktu dwóch stożków przedstawia poniższa zależność:

$$\sigma_{\max} [i] = \sqrt{\frac{F_{1n}}{\pi \cdot l_s} \cdot \frac{\frac{1}{r_1[i]} + \frac{1}{r_2[i]}}{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}}} \quad (4.2)$$

gdzie:

$F_{1n}$  – siła normalna do linii styku dociskająca stożki [N]

$l_s$  – długość linii styku [mm]

$r_1[i], r_2[i]$  – promienie stykających się stożków w i-tym punkcie styku [mm]

$E_1, E_2$  – moduły Younga [MPa]

$\nu_1, \nu_2$  – liczby Poissona

Warunek wytrzymałościowy przyjmuje postać:

$$\sigma_{\max}[i] \leq k_{Hdop} \quad (4.3)$$

gdzie:

$k_{Hdop}$  – dopuszczalne naprężenia kontaktowe Hertza dla słabszego materiału [MPa]

Po przekształceniach otrzymano:

$$\sigma_{\max}[i] = \sqrt{\frac{F_{1n}}{\pi} \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{E_2 \cdot (1-\nu_1^2) + E_1 \cdot (1-\nu_2^2)} \cdot \frac{r_1[i] + r_2[i]}{l_s \cdot r_1[i] \cdot r_2[i]}} \leq k_{Hdop} \quad (4.4)$$

Szerokość powierzchni styku  $2b[i]$  w i-tym punkcie styku wywołanej siłą  $F_{1n}$  obliczana jest z wzoru:

$$b[i] = \frac{2 \cdot F_{1n}}{\pi \cdot \sigma_{\max}[i] \cdot l_s} \quad (4.5)$$

Podstawiając zależność (4.4) do wzoru (4.5) otrzymano:

$$b[i] = \sqrt{\frac{4 \cdot F_{1n}}{\pi} \cdot \frac{E_2 \cdot (1-\nu_1^2) + E_1 \cdot (1-\nu_2^2)}{E_1 \cdot E_2} \cdot \frac{r_1[i] \cdot r_2[i]}{l_s \cdot (r_1[i] + r_2[i])}} \quad (4.6)$$

## 5. OBCIĄŻALNOŚĆ PRZEKŁADNI

Korzystając z zależności (4.4) można obliczyć maksymalną siłę normalną  $F_{1n\max}[i]$  jaką można obciążyć współpracujący jeden zwój aby w i-tym punkcie nie zostały przekroczone naprężenia dopuszczalne wyznacza się ją z następującej zależności:

$$F_{1n\max}[i] = \pi \cdot \frac{k_{Hdop}^2 \cdot [E_2 \cdot (1-\nu_1^2) + E_1 \cdot (1-\nu_2^2)]}{E_1 \cdot E_2} \cdot \frac{l_s \cdot r_1[i] \cdot r_2[i]}{r_1[i] + r_2[i]} \quad (5.1)$$

Na podstawie zależności (5.1) wyznacza się wartość siły, taką aby w żadnym z punktów styku nie zostały przekroczone naprężenia dopuszczalne. Siłę tą opisuje zależność:

$$F_{1n\max} = \pi \cdot \frac{k_{Hdop}^2 \cdot [E_2 \cdot (1-\nu_1^2) + E_1 \cdot (1-\nu_2^2)]}{E_1 \cdot E_2} \cdot l_s \cdot \min\left(\frac{r_1[i] \cdot r_2[i]}{r_1[i] + r_2[i]}\right) \quad (5.2)$$

Podstawiając zależność (4.1) do wzoru (5.2) otrzymano wartość siły osiowej przypadającą na współpracę tylko jednego zwoju jaką można obciążyć przekładnię aby w żadnym punkcie nie zostały przekroczone naprężenia dopuszczalne:

$$F_{1\max} = \pi \cdot \frac{k_{Hdop}^2 \cdot [E_2 \cdot (1 - \nu_1^2) + E_1 \cdot (1 - \nu_2^2)]}{E_1 \cdot E_2} \cdot I_S \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \min \left\{ \frac{r_1[i] \cdot r_2[i]}{r_1[i] + r_2[i]} \right\} \quad (5.3)$$

Na podstawie zależności (5.3) i (2.1) wyznaczono dopuszczalne obciążenie przekładni, opisuje je następująca zależność:

$$F_{\max} = \pi \cdot \frac{k_{Hdop}^2 \cdot [E_2 \cdot (1 - \nu_1^2) + E_1 \cdot (1 - \nu_2^2)]}{E_1 \cdot E_2} \cdot I_S \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \min \left\{ \frac{r_1[i] \cdot r_2[i]}{r_1[i] + r_2[i]} \right\} \cdot z \cdot z_z \cdot k_p \quad (5.4)$$

Wartości panujących naprężeń oraz szerokości pola styku w poszczególnych punktach styku przy obciążeniu przekładni siłą F opisuje zależność:

$$\begin{cases} \sigma_{\max}[i] = \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot z \cdot z_z \cdot k_p} \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{E_2 \cdot (1 - \nu_1^2) + E_1 \cdot (1 - \nu_2^2)} \cdot \frac{r_1[i] + r_2[i]}{I_S \cdot r_1[i] \cdot r_2[i] \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma)}} \\ b[i] = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi \cdot z \cdot z_z \cdot k_p} \cdot \frac{E_2 \cdot (1 - \nu_1^2) + E_1 \cdot (1 - \nu_2^2)}{E_1 \cdot E_2} \cdot \frac{r_1[i] \cdot r_2[i]}{I_S \cdot (r_1[i] + r_2[i]) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma)}} \end{cases} \quad (5.5)$$

Przyjmując, że współpracujące elementy wykonane są z tego samego materiału czyli:  $E=E_1=E_2$  oraz  $\nu=\nu_1=\nu_2$  zależności (5.4) i (5.5) można zapisać w postaci:

$$\begin{cases} \sigma_{\max}[i] = \sqrt{\frac{F}{2 \cdot \pi \cdot z \cdot z_z \cdot k_p} \cdot \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{r_1[i] + r_2[i]}{I_S \cdot r_1[i] \cdot r_2[i] \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma)}} \\ b[i] = \sqrt{\frac{8 \cdot F}{\pi \cdot z \cdot z_z \cdot k_p} \cdot \frac{1 - \nu^2}{E} \cdot \frac{r_1[i] \cdot r_2[i]}{I_S \cdot (r_1[i] + r_2[i]) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma)}} \\ F_{\max} = 2 \cdot \pi \cdot z \cdot z_z \cdot k_p \cdot \frac{k_{Hdop}^2 \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot I_S \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot \min \left\{ \frac{r_1[i] \cdot r_2[i]}{r_1[i] + r_2[i]} \right\} \end{cases} \quad (5.6)$$

## 6. NOŚNOŚĆ STATYCZNA PRZEKŁADNI

W celu wyznaczenia wartości nośności statycznej  $C_{01}$  określono wartość siły powodującą odkształcenie  $\Delta$  równe 0,0001 mniejszej średnicy krzywizny stykających się ciał w każdym z punktów. Tak więc:

$$\Delta[i] = 0,0002 \cdot r_{\min}[i] \quad (6.1)$$

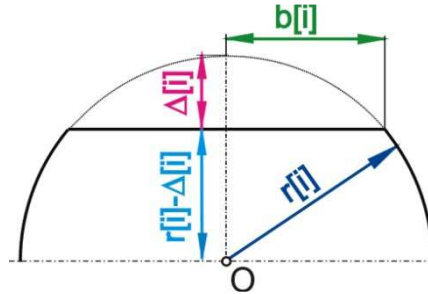
gdzie:

$$r_{\min}[i] = \min\{r_1[i]; r_2[i]\} \quad (6.2)$$



Wartość dopuszczalnego odkształcenia wyznacza się z zależności:

$$\Delta_{dop} = \min\{\Delta[i]\} \quad (6.3)$$



Rys.6.1. Wartość odkształcenia  $\Delta$

Na podstawie rys.6.1. sformułowano zależność na szerokość obszaru kontaktu:

$$b^2[i] = r_{\min}^2[i] - (r_{\min}[i] - \Delta[i])^2 \quad (6.4)$$

Po podstawieniu zależności (6.1) i przekształceniach otrzymano:

$$b^2[i] = 0,00039996 \cdot r_{\min}^2[i] \approx 0,0004 \cdot r_{\min}^2[i] \quad (6.5)$$

Podstawiając (6.5) do wzoru (4.6) wyznaczono siłę normalną przypadającą na jeden zwój powodującą odkształcenie  $\Delta[i]$  opisaną zależnością:

$$F_{1n}[i] = \frac{\pi}{10000} \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{E_2 \cdot (1 - \nu_1^2) + E_1 \cdot (1 - \nu_2^2)} \cdot \frac{I_s \cdot (r_1[i] + r_2[i]) \cdot r_{\min}^2[i]}{r_1[i] \cdot r_2[i]} \quad (6.6)$$

Na podstawie zależności (6.6) wartość siły normalnej przypadającą na jeden zwój powodującą odkształcenie  $\Delta[i]$  w każdym z punktów styku opisuje zależność:

$$F_{1n} = \frac{\pi}{10000} \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{E_2 \cdot (1 - \nu_1^2) + E_1 \cdot (1 - \nu_2^2)} \cdot I_s \cdot \min \left\{ \frac{(r_1[i] + r_2[i]) \cdot r_{\min}^2[i]}{r_1[i] \cdot r_2[i]} \right\} \quad (6.7)$$

W wyniku podstawienia zależności (4.1) do wzoru (6.7) otrzymano zależność opisującą maksymalną siłą jaką można obciążyć przekładnię przy współpracy jednego zwoju, która powoduje odkształcenie  $\Delta_{dop}$ :

$$F_1 = \frac{\pi}{10000} \cdot \frac{(E_1 \cdot E_2) \cdot [I_s \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma)]}{E_2 \cdot (1 - \nu_1^2) + E_1 \cdot (1 - \nu_2^2)} \cdot \min \left\{ \frac{(r_1[i] + r_2[i]) \cdot r_{\min}^2[i]}{r_1[i] \cdot r_2[i]} \right\} \quad (6.8)$$

Całkowite obciążenie przekładni, które spowoduje odkształcenie  $\Delta_{dop}$  obliczono na podstawie wzorów: (6.8) i (2.1). Obciążenie to jest zarazem nośnością statyczną przekładni i opisuje ją zależność:

$$F = C_0 = \frac{\pi \cdot (E_1 \cdot E_2) \cdot [z \cdot z_z \cdot k_p \cdot l_s \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma)]}{10000 \cdot [E_2 \cdot (1 - \nu_1^2) + E_1 \cdot (1 - \nu_2^2)]} \cdot \min \left\{ \frac{(r_1[i] + r_2[i]) \cdot r_{\min}^2[i]}{r_1[i] \cdot r_2[i]} \right\} \quad (6.9)$$

Przyjmując podobnie jak przy wyznaczaniu obciążalności, tzn. że współpracujące elementy wykonane są z tego samego materiału czyli:  $E=E_1=E_2$  oraz  $\nu=\nu_1=\nu_2$  zależność (6.9) można zapisać w postaci:

$$C_0 = \frac{\pi}{20000} \cdot \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot l_s \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma) \cdot z \cdot z_z \cdot k_p \cdot \min \left\{ \frac{(r_1[i] + r_2[i]) \cdot r_{\min}^2[i]}{r_1[i] \cdot r_2[i]} \right\} \quad (6.10)$$

## 7. WNIOSKI I KIERUNKI DALSZYCH ANALIZ

Na podstawie przeprowadzonej analizy można wyciągnąć następujące wnioski:

- promienie krzywizny stykających się ciał (rolki i śruby) zmieniają się wzdłuż linii styku,
- najmniejsza wartość promienia krzywizny znajduje się w płaszczyźnie prostopadłej do linii styku,
- najlepiej rzeczywiste warunki kontaktu odzwierciedla model kontaktu dwóch stożków,
- znając geometrię śruby i rolki można wyznaczyć:
  - siłę  $F_{\max}$  jaką można obciążyć przekładnię, aby w żadnym z punktów styku nie zostały przekroczone naprężenia dopuszczalne wg (5.6),
  - wielkość pola kontaktu oraz związanego z nim stanu naprężeń w poszczególnych punktach styku dla zadanego obciążenia przekładni siłą  $F$  wg (5.6),
  - siłę  $F = C_0$  jaką można obciążyć przekładnię (odpowiadającą nośności statycznej) aby w żadnym z punktów styku nie było większego odkształcenia niż  $\Delta_{dop}$  wg (6.10).

Kierunki dalszych badań:

- Opracowanie modelu matematycznego do wyznaczania nośności statycznej i obciążalności dla pary rolka – nakrętka,
- Opracowanie modelu do wyznaczania nośności dynamicznej przekładni.

## LITERATURA

- [1] Budzik G., Marciniak A.: *Komputerowe wspomaganie projektowania z zastosowaniem systemu CATIA : podstawy modelowania : materiały pomocnicze*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej. Rzeszów 2010
- [2] Krzemiński –Freda H.: *Łożyska toczne*. PWN Warszawa 1989
- [3] Niezgodziński M, Niezgodziński T.: *Wzory wykresy i tablice wytrzymałościowe*. WNT Warszawa 1996
- [4] Osiński Z., Bajon W., Szucki T.: *Podstawy konstrukcji maszyn*. PWN Warszawa 1986

- [5] Paluch M.: *Podstawy teorii sprężystości i plastyczności z przykładami*. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej. Kraków 2006.
- [6] Radzevich S.P.: *Theory of GEARING: Kinetics, Geometry, and Synthesis*. Boca Raton : CRC Press / Taylor & Francis Group, 2012
- [7] Ryś J.: *Urządzenia i konstrukcje mechaniczne*. Kraków 1982
- [8] Warchoł S.: *Analiza porównawcza zarysów gwintu i śladów współpracy dla wybranych rozwiązań konstrukcyjnych rolkowych przekładni tocznych*, Miesięcznik Naukowo – Techniczny Mechanik 2/2013
- [9] Warchoł S.: *Kinematyka rolkowych przekładni tocznych*, Miesięcznik Naukowo – Techniczny Mechanik 2/2014
- [10] Wyleżoł M.: *Modelowanie bryłowe w systemie CATIA. Przykłady i ćwiczenia*. Helion 2002
- [11] Katalog firmy „POWER JACKS LTD”
- [12] <http://www.algorytm.org/procedury-numeryczne/metoda-najmniejszych-kwadratow.html>