

*notacja Denavita – Hartenberga, parametryzacja RPY, przestrzeń robocza manipulatora, kinematyka pozycyjna  
D-H notation, parameterization RPY, manipulator workspace, positional kinematics*

Tomasz MAZUR<sup>1</sup>

## ANALITYCZNE ROZWIĄZANIE ZADANIA ODWROTNEGO KINEMATYKI DLA MANIPULATORA ROBOTA GMF S-420F

W pracy wyprowadzono analityczne zależności do obliczeń współrzędnych konfiguracyjnych dla sześcioposiowego manipulatora robota przemysłowego GMF S-420F. Do rozwiązania zastosowano notację Denavita – Hartenberga i przekształcenia kinematyki pozycyjnej. Zamieszczono wyniki przykładowych obliczeń współrzędnych konfiguracyjnych a ich poprawność wykazano przez porównanie z rzeczywistymi wartościami uzyskanymi z kontrolera robota.

## ANALYTICAL SOLUTION OF INVERSE KINEMATICS FOR MANIPULATOR OF GMF S-420F ROBOT

In this paper the analytical formulae for calculating of configuration coordinates for 6-axis manipulator of GMF S-420F industrial robot are given. To solve the D-H notation and transformations of positional kinematics are used. The paper presents the results of sample calculations of configuration coordinates. Accuracy of these calculations is demonstrated by comparison with the actual values obtained from the robot controller

### 1. WSTĘP

Przy programowaniu robota jednym z ważniejszych zagadnień jest prawidłowy dobór układu współrzędnych pracy, umiejętność jego zdefiniowania np. w związku z zastosowanym narzędziem, kształtem przedmiotu a w wielu przypadkach znajomość związków pomiędzy istniejącymi układami współrzędnych w postaci zależności analitycznych.

Sterowanie manipulatorem robota Fanuc S-420F (a ściślej położeniem i orientacją układu współrzędnych w punkcie referencyjnym narzędzia TCP, który domyślnie zlokalizowany jest na czole kiści manipulatora) odbywa się w dwóch podstawowych układach współrzędnych:

JOINT – położenie punktu charakterystycznego wynika z dodatniego lub ujemnego obrotu każdej z sześciu osi manipulatora J1÷J6, czyli od wartości kątów ( $\alpha_1, \dots, \alpha_6$ ).

WORLD – położenie punktu charakterystycznego określają współrzędne  $X, Y, Z$  względem początku tego układu a orientację układu lokalnego związanego z punktem charakterystycznym kąty  $YaW / Pitch / Roll (W, P, R)$  obrotów względem tych osi.

Z wartości kątów ( $\alpha_1, \dots, \alpha_6$ ) jednoznacznie wynikają wartości  $X, Y, Z, W, P, R$  odpowiadające danemu położeniu punktu a znalezienie ogólnych zależności (związków geometrycznych)  $X = f(\alpha_1, \dots, \alpha_6), Y = f(\alpha_1, \dots, \alpha_6), Z = f(\alpha_1, \dots, \alpha_6), W = f(\alpha_1, \dots, \alpha_6), P = f(\alpha_1, \dots, \alpha_6), R = f(\alpha_1, \dots, \alpha_6)$  wymagało rozwiązania zadania prostego kinematyki pozycyjnej dla manipulatora np. przy wykorzystaniu notacji Denavita – Hartenberga (notacja D-H) [1]. Rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki dla manipulatora opiera się na założeniach przyjętych jak do własnego rozwiązania zadania prostego kinematyki i otrzymane w oparciu o nie związki matematyczne [2]. Uzyskanie tego rozwiązania w postaci jawnej jest zdecydowanie trudniejsze (także ze względu na przegubowe połączenie osi obrotowych J2 i J3 czworobokiem przegubowym) i niejednoznaczne ze względu na wielokrotność rozwiązań, gdyż dla jednego zestawu współrzędnych WORLD ( $X, Y, Z, W, P, R$ ) może istnieć niekoniecznie jedno, lecz kilka lub nieskończenie wiele rozwiązań ( $\alpha_1, \dots, \alpha_6$ ) w układzie JOINT. Rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki jest bardziej wartościowe m. in. znajomość wszystkich istniejących rozwiązań pozwala optymalizować położenia katowe osi manipulatora np. ze względu na zużycie energii albo czas, w projektowaniu procesu technologicznego.

Docelowo rozwiązanie odwrotne (podobnie jak wcześniej rozwiązanie zadania prostego) w postaci analitycznej zostanie zaimplementowane do modelu manipulatora wykonanego w programie Solidworks i umożliwi programowanie off-line przemieszczeń geometrycznych z równoczesną wizualizacją współrzędnych w układach WORLD i JOINT, niezależnie od możliwości jakie stwarzają w tym zakresie programy typu Roboguide czy RoboCad (kontroler R-H robota nie umożliwi programowania off-line [3]).

<sup>1</sup> Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny, Wydział Mechaniczny; 26-600 Radom; ul. Krasickiego 54. tel: + 48 48 361-76-86, e-mail: tomasz.mazur@uthrad.pl

## 2. WYZNACZENIE ANALITYCZNEJ ZALEŻNOŚCI WSPÓŁRZĘDNYCH WORLD OD WSPÓŁRZĘDNYCH JOINT

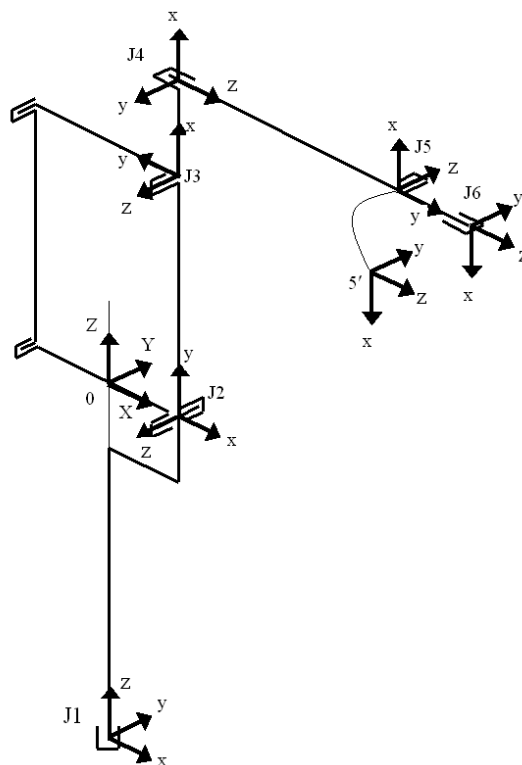
### 2.1. Założenia do rozwiązania

Do wyznaczenia zależności ( $\alpha_1, \dots, \alpha_6$ ) od wartości  $X, Y, Z, W, P, R$  w postaci jawnej wykorzystano uzyskany do rozwiązania zadania prostego kinematyki manipulatora schemat kinematyczny manipulatora (rys.1) i wynikowe macierze transformacji dla każdej z sześciu osi obrotowych, ze skróconym, umownym i często wykorzystywanym w automatyce zapisem wyrażeń z funkcjami trygonometrycznym np.  $\sin\alpha_3=s3$ ,  $\cos P=cP$ ;  $\text{tg}\alpha_1=\text{tg}I$ , mające postać:

$$A_1 = \begin{bmatrix} c1 & 0 & s1 & 270c1 \\ s1 & 0 & -c1 & 270s1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} s2 & -c2 & 0 & 900s2 \\ c2 & s2 & 0 & 900c2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} c2c3 - s2s3 & 0 & s2c3 + c2s3 & 270(c2c3 - s2s3) \\ s2c3 + c2s3 & 0 & s2s3 - c2c3 & 270(s2c3 + c2s3) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} c4 & 0 & -s4 & 0 \\ -s4 & 0 & -c4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} -c5 & 0 & s5 & 0 \\ s5 & 0 & c5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_6 = \begin{bmatrix} c6 & s6 & 0 & 0 \\ -s6 & c6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 260 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$



**Rys. 1.** Schemat kinematyczny manipulatora z zaznaczonymi układami współrzędnych poszczególnych członów [2]

Transformacja układu „0” do układu lokalnego współrzędnych w punkcie charakterystycznym (zerowym) na czole kiści robota wymaga przekształcenia [2]:

$$A_{0,6} = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_5 \cdot A_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & d_x \\ n_y & o_y & a_y & d_y \\ n_z & o_z & a_z & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

gdzie  $n_x, n_y, n_z, o_x, o_y, o_z, a_x, a_y, a_z$  to cosinusy kierunkowe kątów zawartych pomiędzy ortonormalnymi wektorami  $n, o, a$  związanymi odpowiednio z osią  $x, y, z$  lokalnego układu współrzędnych w punkcie charakterystycznym a osiami układu globalnego zaś  $d_x=X, d_y=Y, d_z=Z$  to współrzędne określające położenie układu lokalnego współrzędnych względem układu globalnego współrzędnych.

Do przekształcenia macierzy orientacji o wymiarach  $3 \times 3$  na wektor o wymiarach  $1 \times 3$  zastosowano parametryzację typu RPY (Roll / Pitch / Yaw) w postaci [2]:

$$RPY(R, P, W) = \begin{bmatrix} cRcP & -sRcW + cRsPsW & sRsW + cRsPcW & 0 \\ sRcP & cRcW + sRsPsW & -cRsW + sRsPcW & 0 \\ -sP & cPsW & cPcW & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & 0 \\ n_y & o_y & a_y & 0 \\ n_z & o_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

która pozwala określić współrzędne  $n_x, n_y, n_z, o_x, o_y, o_z, a_x, a_y, a_z$  występujące w uzyskanych wzorach w zależności od znanych wartości  $W, P, R$ .

## 2.2. Algorytm rozwiązania

Brak ogólnej metody rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki, istotna okazuje się intuicja matematyczna w rozwiązywaniu. Jedną ze wskazówek do rozwiązania jest dążenie do wyodrębnienia części współrzędnych uogólnionych tj. kątów ( $\alpha_1 \dots \alpha_6$ ) leżących w jednej płaszczyźnie w tzw. struktury szkieletowe [4], które umożliwiają wyznaczenie rozwiązania w postaci pierwiastków kwadratowych. Najwygodniejsze do obliczeń wszystkich kątów ( $\alpha_1, \dots \alpha_6$ ) okazało się przekształcenie zależności na  $A_{0,6}$  do postaci, wyodrębniającej ze struktury kinematycznej część pozycjonującą z kątami  $\alpha_2$  i  $\alpha_3$  leżącymi w jednej płaszczyźnie oraz część orientującą, jak poniżej:

$$A_{3,6} = (A_{0,3})^T \cdot A_{0,6}$$

gdzie:

$$(A_{0,3})^T = (A_1 \cdot A_2 \cdot A_3)^T = \begin{bmatrix} -c1s3 & s1 & c1c3 & -270c1s3 + 900c1s2 + 270c1 \\ -s1s3 & -c1 & s1c3 & -270s1s3 + 900s1s2 + 270s1 \\ c3 & 0 & s3 & 900c2 + 270c3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -c1s3 & -s1s3 & c3 & 270s3 + 900s2s3 - 900c2c3 - 270 \\ s1 & -c1 & 0 & 0 \\ c1c3 & s1c3 & s3 & -270c3 - 900s2c3 - 900c2s3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_{0,6} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & X \\ n_y & o_y & a_y & Y \\ n_z & o_z & a_z & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_{3,6} = A_4 \cdot A_5 \cdot A_6 = \begin{bmatrix} -c4c5c6 + s4s6 & -c4c5s6 - s4c6 & c4s5 & 260c4s5 \\ s4c5c6 + c4s6 & s4c5s6 - c4c6 & -s4s5 & -260s4s5 \\ s5c6 & s5s6 & c5 & 260c5 + 1300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Do znalezienia wzoru na kąt  $\alpha_1$  wykorzystano dwie zależności pomiędzy odpowiednimi wyrazami macierzy cząstkowych  $A_{3,6}$  i  $(A_{0,3})^T$ :

$$-260s4s5 = s1X - c1Y, \quad -s4s5 = s1a_x - c1a_y$$

skąd

$$\operatorname{tg}1 = \frac{X - 260a_x}{Y - 260a_y}.$$

Do znalezienia wzorów na kąty  $\alpha_2$  i  $\alpha_3$  wykorzystano cztery zależności pomiędzy odpowiednimi wyrazami macierzy cząstkowych  $A_{3,6}$  i  $(A_{0,3})^T$ , stanowiące bazy układ równań:

$$260c_5 + 1300 = c_1c_3X - s_1c_3Y + s_3Z + 270s_3 - 900c_2s_3 - 900s_2c_3 - 270c_3$$

$$c_5 = c_1c_3a_x + s_1c_3a_y + s_3a_z$$

$$260c_4s_5 = -c_1s_3X - s_1s_3Y + c_3Z + 270s_3 - 270 + 900s_2s_3 - 900c_2c_3$$

$$c_4s_5 = -c_1s_3a_x - s_1s_3a_y + c_3a_z$$

Po pomnożeniu równań (2) i (4) bazowego układu równań przez 260, odjęciu stronami równania (2) od równania (1) oraz równania (4) od równania (3) i przekształceniach uzyskuje się:

$$c_1(260a_x - X) + s_1(260a_y - Y) + tg\,3(260a_z - Z) + 270 + \frac{1300}{c_3} = -900s_2(ctg\,2tg\,3 + 1)$$

$$-c_1(260a_x - X) - s_1(260a_y - Y) + ctg\,3(260a_z - Z) - 270 + \frac{270}{s_3} = 900s_2(1 - ctg\,2ctg\,3).$$

Oznaczając lewe strony powyższych równań odpowiednio jako  $L_1$  i  $L_2$  i dzieląc je stronami uzyskuje się zależność

$$ctg\,2 = \frac{L_1 + L_2}{L_1ctg\,3 - L_2tg\,3},$$

która po wstawieniu do drugiego z równań, z wykorzystaniem związku:

$$s_2 = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + (ctg\,2)^2}}$$

pozwała otrzymać:

$$(L_1ctg\,3 - L_2tg\,3)^2 = 900^2 (tg\,3 + ctg\,3)^2 - (L_1 + L_2)^2.$$

Po podstawieniu za  $L_1$  i  $L_2$  oraz przekształceniach z wykorzystaniem zależności na  $tg\,1$  otrzymuje się:

$$\left( \frac{260a_x - X}{c_1} + 270 + 1300c_3 - 270s_3 \right)^2 = 900^2 - (260a_z - Z + 1300s_3 + 270c_3)^2.$$

Jest to równanie stopnia drugiego z jedną niewiadomą  $\alpha_3$ . W celu znalezienia wzoru na  $\alpha_3$  zastosowano parametryzację równania przy pomocy pomocniczej zmiennej  $t$ , której związki z  $\alpha_3$  określają zależności:

$$t = tg\,\frac{\alpha_3}{2} \rightarrow c_3 = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad s_3 = \frac{2t}{1+t^2}, \quad tg\,3 = \frac{2t}{1-t^2}$$

oraz pomocnicze zmienne o znanej wartości:

$$A = \left( \frac{260a_x - X}{c_1} + 270 \right)^2 + (260a_z - Z)^2 - 900^2 + 1300^2 + 270^2,$$

$$B = 2600 \left( \frac{260a_x - X}{c_1} + 270 \right) + 540(260a_z - Z),$$

$$C = 2600(260a_z - Z) - 540 \left( \frac{260a_x - X}{c_1} + 270 \right),$$

co pozwala uzyskać równanie w postaci:

$$(A - B)t^2 + 2Ct + (A + B) = 0,$$

z maksymalnie dwoma rozwiązaniami:

$$t_{1,2} = \frac{C \pm \sqrt{C^2 + B^2 - A^2}}{B - A}$$

i końcowym wzorem:

$$tg\,3_{1,2} = \frac{2t_{1,2}}{1 - (t_{1,2})^2}.$$

Do obliczenia kąta  $\alpha_2$  wykorzystano uzyskaną wcześniej zależność na  $\text{ctg}\alpha_2$ , z której po przekształceniach można uzyskać:

$$\text{tg } 2 = \frac{\frac{260a_x - X}{c1} + 270 + 1300c3 - 270s3}{260a_z - Z + 1300s3 + 270c3}.$$

Dwa kolejne wzory na kąty tj.  $\alpha_5$  i  $\alpha_4$  zostały uzyskane z przekształceń dwóch równań bazowego układu równań:

$$c5 = c1c3a_x + s1c3a_y + s3a_z, \quad c4 = \frac{-c1s3a_x - s1s3a_y + c3a_z}{s5}.$$

Ostatni wzór na kąt  $\alpha_6$  został uzyskany z wykorzystaniem dwóch zależności pomiędzy odpowiednimi wyrazami każdej z macierzy cząstkowych  $A_{3,6}$  i  $(A_{0,3})^T$ :

$$s5s6 = c1c3o_x - s1c3o_y + s3o_z, \quad s5c6 = c1c3n_x - s1c3n_y + s3n_z,$$

z których po podzieleniu stronami otrzymano:

$$\text{tg } 6 = \frac{c1o_x - s1o_y + \text{tg } 3o_z}{c1n_x - s1n_y + \text{tg } 3n_z}.$$

Uzyskane wzory pozwalają określić poszukiwane kąty jedynie w zakresie  $(0, \pi)$  w przypadku kątów  $\alpha_4$  i  $\alpha_5$  (funkcja  $\text{acos}(x)$ ) oraz  $(-\pi/2, \pi/2)$  w przypadku pozostałych kątów (funkcja  $\text{atan}(x)$ ). Ze względu na rzeczywisty szerszy zakres poszukiwanych wartości kątów wygodne jest zastosowanie w obliczeniach numerycznych funkcji  $\text{atan2}(x, y)$ , zwracającej kąt w zakresie  $(-\pi, \pi)$ , co pozwala skompletować możliwe rozwiązania (tab. 1) i uzyskać zależności (w radianach):

Tab. 1. Zakresy kątów w układzie JOINT z wzorami obliczeniowymi

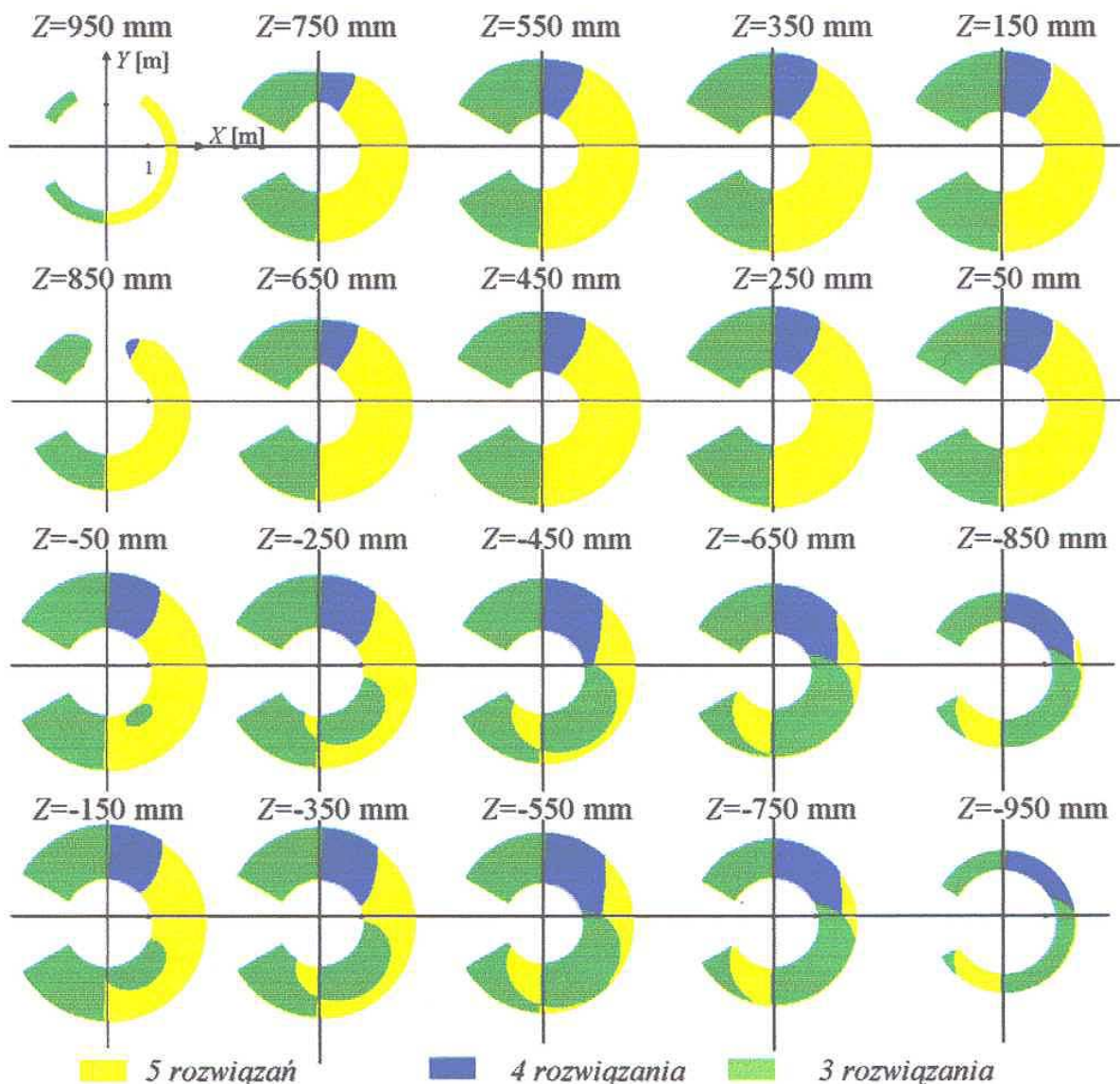
Oś	$\alpha_{\min}$ [°]	$\alpha_{\max}$ [°]	Rozwiązanie	Zakres rozwiązania
J1	-150	+150	$\alpha_1 = \text{atan2}(x, y)$	$(-\pi, \pi)$
J2	-50	+65	$\alpha_2 = \text{atan}(x)$	$(-\pi/2, \pi/2)$
	$\alpha_3 = \langle -100, -15 \rangle \Rightarrow \alpha_2 = \langle -\alpha_3 + 65, 65 \rangle$			
	$\alpha_3 = \langle -15, -5 \rangle \Rightarrow \alpha_2 = \langle -50, 65 \rangle$			
J3	-100	+30	$\alpha_{3,1} = \text{atan2}(x, y)$ $\alpha_{3,2} = \text{atan2}(x, y)$	$(-\pi, \pi)$
J4	-240	+240	$\alpha_{4,1} = \text{acos}(x)$ $\alpha_{4,2} = -\text{acos}(x)$ $\alpha_{4,3} = -2\pi + \text{acos}(x)$ $\alpha_{4,4} = 2\pi - \text{acos}(x)$	$(0, \pi)$ $(-\pi, 0)$ $(-2\pi, -\pi)$ $(\pi, 2\pi)$
J5	-120	+120	$\alpha_{5,1} = \text{acos}(x)$ $\alpha_{5,2} = -\text{acos}(x)$	$(0, \pi)$ $(-\pi, 0)$
J6	-270	+270	$\alpha_{6,1} = \text{atan2}(x, y)$ $\alpha_{6,2} = -\pi + \text{atan2}(x, y)$ $\alpha_{6,3} = \pi + \text{atan2}(x, y)$	$(-\pi, \pi)$ $(-2\pi, -\pi)$ $(\pi, 2\pi)$

Algorytm rozwiązania przygotowany w programie Excell z docelowym przeznaczeniem do zastosowania w tabeli konfiguracyjnej sterowanego modelu manipulatora w środowisku Solidworks (podobnie jak rozwiązanie zadania prostego kinematyki) ze względu na wielość rozwiązań uwzględnia eliminację części rozwiązań matematycznych. Wykorzystano do tego znane (tab. 1) konstrukcyjne ograniczenia kątów obrotu poszczególnych osi obrotowych manipulatora, z uwzględnieniem zmiennego zakresu kąta  $\alpha_2$  zależnego od  $\alpha_3$  oraz dodatkowo sprawdzenie zależności:  $-260s4s5 = s1X - c1Y$ . Po obliczeniach kątów (kolejno)  $\alpha_1$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_5$  i  $\alpha_4$  sprawdzono istnienie 16 rozwiązań (po  $4 \cdot 2 = 8$  dla każdego z dwóch kątów  $\alpha_3$ ), dzięki powyższej eliminacji liczbę tę ograniczono do co najwyżej trzech (trzech par kątów  $\alpha_4$  i  $\alpha_5$  dla jednego zestawu kątów  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ) pomijając rozwiązania niejednoznaczne (nieskończenie wiele rozwiązań). Konstrukcja osi obrotowej J6 ogranicza ilość rozwiązań matematycznych we wzorze na  $\alpha_6$  z trzech do co najwyżej dwóch, zatem maksymalna

ilość rozwiązań policzalnych wynosi 6, z maksymalnie jedną wartością kątów  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ , dwiema wartościami kąta  $\alpha_5$ , trzema wartościami kąta  $\alpha_4$  i czterema wartościami kąta  $\alpha_6$ . Na uwagę zasługuje fakt, że spośród nich dwie pary rozwiązań są tożsame w sensie geometrycznym tzn. różnica wartości kątów  $\alpha_4$  w tych rozwiązaniach wynosi  $360^\circ$  przy tych samych wartościach kątów  $\alpha_5$  i  $\alpha_6$ , ale odmienne w sensie technologicznym. Ostatnim etapem algorytmu jest sprawdzenie wartości  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $W$ ,  $P$ ,  $R$ , obliczanych ze wzorów wyprowadzonych dla zadania prostego kinematyki [2] z wartościami wejściowymi w zadaniu odwrotnym kinematyki.

### 3. PRZYKŁADOWE WYNIKI OBLICZEŃ PORÓWNAWCZYCH

Na rysunku 2 przedstawiono przestrzeń robocze manipulatora w postaci płaszczyzn współrzędnych ( $X$ ,  $Y$ ) dla 20 przykładowych współrzędnych  $Z$  przy określonych współrzędnych orientacji  $W = -107,123^\circ$ ,  $P = 0,027^\circ$ ,  $R = -102,529^\circ$ , uwidaczniając także zmieniającą się liczbę rozwiązań. W obliczeniach ilości rozwiązań z wykorzystaniem makro w programie Excell współrzędne  $X$  i  $Y$  stopniowano w zakresie  $\pm 2800$  mm co 25 mm a współrzędną  $Z$  w zakresie  $\pm 950$  mm co 100 mm.



Rys. 2. Zakres przestrzeni roboczych manipulatora z ilością rozwiązań zadania odwrotnego kinematyki dla przykładowej orientacji  $W=-107,123^\circ$ ,  $P=0,027^\circ$ ,  $R=-102,529^\circ$



W tabeli 2 przedstawiono przykładowo maksymalną ilość rozwiązań policzalnych, uzyskaną z algorytmu w programie Excel dla współrzędnych  $X=-1884,293$  mm,  $Y=920,772$  mm,  $Z=269,977$  mm,  $W=124,586^\circ$ ,  $P=37,159^\circ$ ,  $R=43,987^\circ$  z maksymalną ilością wartości kątów  $\alpha_1$  (1),  $\alpha_2$  (1),  $\alpha_3$  (1),  $\alpha_4$  (3),  $\alpha_5$  (2),  $\alpha_6$  (4). Rozwiązania I i V oraz II i VI są tożsame w sensie geometrycznym, ale odmienne w sensie technologicznym.

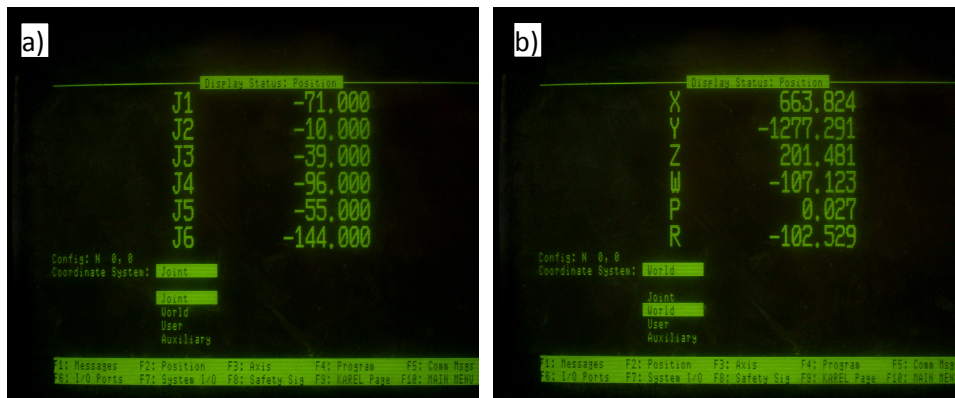
Tab. 2. Wartości obliczeniowe współrzędnych JOINT (6 rozwiązań) dla przykładowego zestawu współrzędnych WORLD

$X=-1884,293$  mm,  $Y=920,772$  mm,  $Z=269,977$  mm,  $W=124,586^\circ$ ,  $P=37,159^\circ$ ,  $R=43,987^\circ$

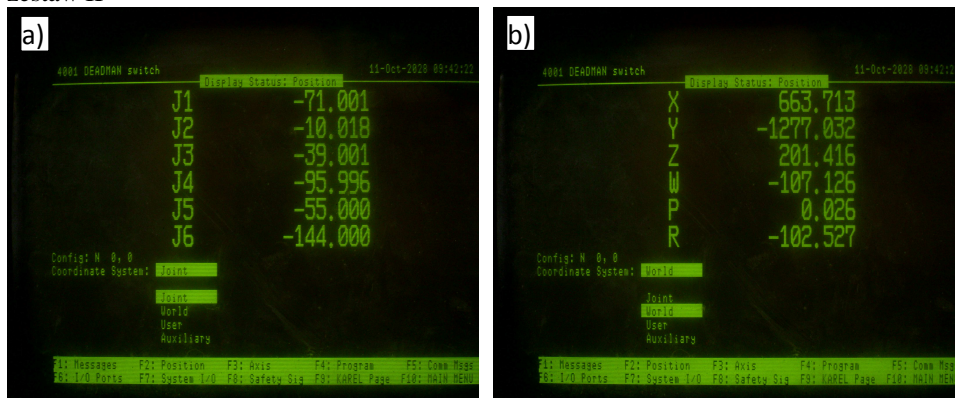
Rozwiązanie	$\alpha_1$ [°]	$\alpha_2$ [°]	$\alpha_3$ [°]	$\alpha_4$ [°]	$\alpha_5$ [°]	$\alpha_6$ [°]
I	150	50	-20	-220	120	-90
II	150	50	-20	-220	120	270
III	150	50	-20	-40	-120	90
IV	150	50	-20	-40	-120	-270
V	150	50	-20	140	120	-90
VI	150	50	-20	140	120	270

Na rysunku 3 przedstawiono zdjęcia wyświetlacza CRT z panelu operatorskiego jednostki centralnej z dwoma przykładowymi zestawami współrzędnych punktu zerowego w układzie JOINT (kąty na osiach J1, J2, J3, J4, J5, J6) i odpowiadające im współrzędne w układzie WORLD ( $X, Y, Z, W, P, R$ ). Zestaw I dotyczy współrzędnych punktu zerowego nastawionych (przy pracujących serwonapędach) z minimalnymi prędkościami obrotu osi. Zestaw II dotyczy współrzędnych punktu wyświetlonych bezpośrednio po wyłączeniu serwonapędów.

zestaw I



zestaw II



Rys. 3. Zobrazowanie dwóch zestawów współrzędnych punktu charakterystycznego w układzie: a) JOINT, b) WORLD

Zestawienie wyników obliczeń numerycznych wartości  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ , w postaci trzech rozwiązań (I, II i III) dla tych dwóch zestawów współrzędnych  $X, Y, Z, W, P, R$  (przed i po wyłączeniu serwonapędów) zawarto w tabeli 3.

Tab. 3. Wartości z obliczeń współrzędnych JOINT dla zestawów współrzędnych WORLD  
ZESTAW I:  $X=-663,824 \text{ mm}, Y=1277,291 \text{ mm}, Z=201,481 \text{ mm}, W=-107,123^\circ, P=0,027^\circ,$   
 $R=-102,529^\circ$

Rozwiązanie	$\alpha_1[^\circ]$	$\alpha_2[^\circ]$	$\alpha_3[^\circ]$	$\alpha_4[^\circ]$	$\alpha_5[^\circ]$	$\alpha_6[^\circ]$
I	-71,0000	-10,0000	-39,0004	84,0002	55,0002	35,9996
II	<b>-71,0000</b>	<b>-10,0000</b>	<b>-39,0004</b>	<b>-95,9998</b>	<b>-55,0002</b>	<b>-144,0004</b>
III	-71,0000	-10,0000	-39,0004	-95,9998	-55,0002	215,9996

ZESTAW II:  $X=-663,713 \text{ mm}, Y=1277,032 \text{ mm}, Z=201,416 \text{ mm}, W=-107,126^\circ, P=0,026^\circ,$   
 $R=-102,527^\circ$

Rozwiązanie	$\alpha_1[^\circ]$	$\alpha_2[^\circ]$	$\alpha_3[^\circ]$	$\alpha_4[^\circ]$	$\alpha_5[^\circ]$	$\alpha_6[^\circ]$
I	-71,0010	-10,0175	-39,0006	84,0048	55,0005	35,9989
II	<b>-71,0010</b>	<b>-10,0175</b>	<b>-39,0006</b>	<b>-95,9952</b>	<b>-55,0005</b>	<b>-144,0011</b>
III	-71,0010	-10,0175	-39,0006	-95,9952	-55,0005	215,9989

#### 4. WNIOSKI

Porównanie odpowiednich wartości z zestawów I i II w tabeli 3 pozwala stwierdzić, że nawet nieznaczna zmiana współrzędnych  $X, Y, Z, W, P, R$  w rozwiązaniu numerycznym powoduje nieznaczną (ale zauważalną) zmianę wartości obliczeniowych kąta obrotu osi. Dodatkowo wartości tych wielkości są zbliżone do wartości wyświetlanych na panelu operatorskim jak na rysunku 3. Liczne próby dla różnych zakresów  $X, Y, Z, W, P, R$  potwierdziły zgodność wyników rozwiązania numerycznego z prezentowanymi na panelu operatorskim w zakresie wartości kątów  $\alpha$ , jak również ilości rozwiązań, co potwierdza poprawność rozwiązania analitycznego zadania odwrotnego kinematyki dla tego manipulatora. Ponadto sposób sformułowania tego rozwiązania umożliwi jego zastosowanie w programie SolidWorks do wspomagania programowania off-line przemieszczeń z wykorzystaniem modelu manipulatora.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

- [1] Craig, J. J.: *Wprowadzenie do robotyki. Mechanika i sterowanie*. Warszawa, WNT, 1995.
- [2] Mazur T.: *Analityczne rozwiązanie zadania prostego kinematyki dla manipulatora robota GMF S-420F*. Mechanik 1/2012.
- [3] Kost G., Świder J i inni: *Programowanie robotów on-line*. Gliwice, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2008.
- [4] Kozłowski K., Dutkiewicz P., Wróblewski W.: *Modelowanie i sterowanie robotów*. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2003.
- [5] *S-420F Maintenance manual*. Auburn Hills, Mich., USA, GMF Robotics Corporation, 1988.