

Dr inż. Borys BOROWIK  
Politechnika Częstochowska  
Instytut Technologii Mechanicznych

DOI: 10.17814/mechanik.2015.7.212

## ANALIZA KINEMATYKI MANIPULATORÓW NA PRZYKŁADZIE ROBOTA LINIOWEGO O CZTERECH STOPNIACH SWOBODY

*Streszczenie: W pracy wyznaczono zadanie proste i odwrotne kinematyki manipulatorów na przykładzie skonstruowanego robota liniowego o czterech stopniach swobody.*

### ANALYSIS OF MANIPULATOR KINEMATICS ON THE EXAMPLE OF A 4-DOF LINEAR ROBOT

*Abstract: In the paper the straight and inverse problem for the developed 4-dof robot have been solved.*

*Słowa kluczowe: kinematyka robotów, programowanie*  
*Keywords: kinematic of robots, programming*

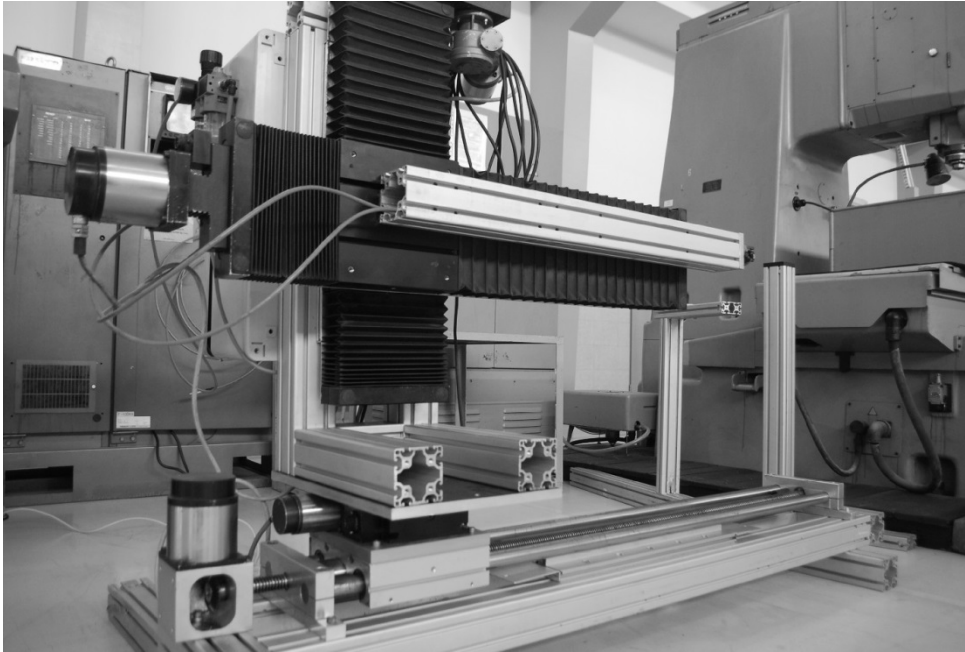
#### 1. WPROWADZENIE

Podstawowym zadaniem w procesie konstruowania manipulatorów i robotów jest obliczenie długości i wzajemnych połączeń członów robota, które umożliwią wykonanie zadania zleconego przez operatora. Konieczne jest obliczenie maksymalnych współrzędnych położenia chwytaka w przestrzeni i dobranie takich wielkości członów i połączeń między nimi, aby można było te współrzędne osiągnąć. Należy wykonać zadanie proste i odwrotne kinematyki robotów. Przy skomplikowanych, przestrzennych konstrukcjach wielocłonowych robotów, zadania te nigdy nie są łatwe. Zwykle obliczenia są wykonywane przy zastosowaniu współrzędnych Denavita–Hartenberga [1-4]. Ponieważ prowadzi to do zastosowania rachunku macierzowego wygodnie jest obliczenia wykonać w programie MATLAB.

#### 2. BUDOWA ROBOTA LINIOWEGO

Konstrukcja robota liniowego pokazana jest na rys. 1. Wykonano go z profili aluminiowych Bosch-Rexrouth oraz prowadnic liniowych. Na powierzchni zastosowano śrubę pociągową, dzięki której robot porusza się wzdłuż toru (oś  $x$ ). Na wózku poruszającym się zastosowano podielnicę, która powoduje obrót. Na niej zamocowano wieże, z dwoma przegubami przesuwными (oś  $x$  i  $z$ ). We wszystkich osiach zastosowano silniki krokowe, które precyzyjnie kontrolują ruchy robota w danym kierunku. Końcówkę roboczą stanowi pneumatyczny chwytak zasilany z zewnętrznego źródła.

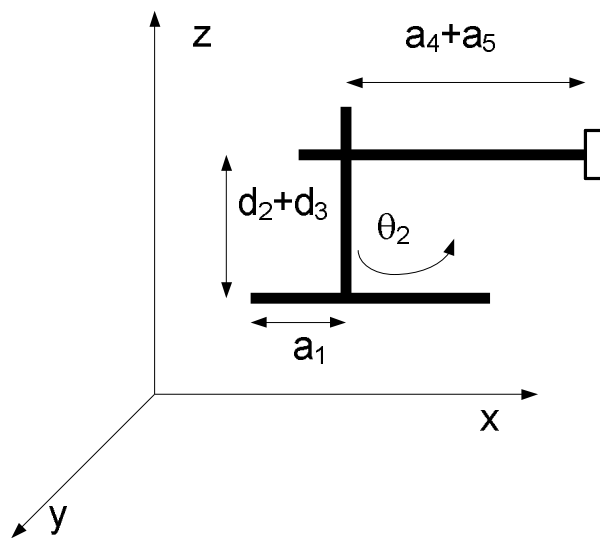
Robot sterowany jest z komputera PC poprzez port LPT. Sterowanie silnikami krokowymi odbywa się za pomocą programu MACH3 [5].



Rys. 1. Robot liniowy

### 3. ZADANIE PROSTE KINEMATYKI

Schemat kinematyczny robota liniowego pokazany jest na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat kinematyczny robota liniowego

Robot posiada cztery stopnie swobody. Porusza się po podłożu wzdłuż osi  $x$ , następnie zastosowany przegub obrotowy pozwala obrócić główny człon  $(x,y)$ . Potem następują przesunięcia kolejnych członów  $(x,z)$ . Zadanie proste kinematyki polega na obliczeniu pozycji i orientacji końcówki roboczej, posiadając dane o zmiennych przegubowych. Jego kinematykę możemy opisać za pomocą notacji Denavita–Hartenberga w tab. 1.

Tabela 1. Parametry kinetyczne robota

układ	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	0	0	$a_{1,var}$	0
2	$\theta_{2,var}$	$d_2+d_{3,var}$	0	0
3	0	0	$a_4+a_{5,var}$	0

gdzie:  $d_2$  i  $a_4$  są wielkościami stałymi i wynoszą:  $d_2 = 0,49$  m,  $a_4 = 0,84$  m, natomiast pozostałe zmienne możemy dowolnie zmieniać w następujących zakresach:  $a_1 = 0-1,31$  m,  $\theta_2 = 0-360^\circ$ ,  $d_3 = 0-0,35$  m,  $a_5 = 0-0,53$  m

Z tabeli 2 otrzymujemy:

dla układu I

$$A_1 = Trans_{x,a_1}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dla układu II

$$A_2 = Rot_{z,\theta_2} \cdot Trans_{z,d_2+d_3}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2+d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dla układu III

$$A_3 = Trans_{x,a_4+a_5}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_4+a_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Wyliczając, otrzymujemy

$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & a_1 + (a_4 + a_5) \cdot \cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & (a_4 + a_5) \cdot \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & d_2 + d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Przykładowo przyjmując następujące wielkości:  $a_1 = 0,8$  m,  $\theta_2 = 60^\circ$ ,  $d_3 = 0,2$  m,  $a_5 = 0,3$  m otrzymujemy, korzystając z programu MATLAB [6]

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 1,37 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0,5 & 0 & 0,9873 \\ 0 & 0 & 1 & 0,69 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

czyli końcówka robocza w naszym przypadku znajdzie się w następujących współrzędnych ( $x = 1,37$  m,  $y = 0,9873$  m,  $z = 0,69$  m).

Wykorzystując powyższe obliczenia, możemy wyznaczyć maksymalne położenie manipulatora w poszczególnych osiach ( $x$  od  $-1,14$  m do  $1,92$  m,  $y$  od  $-1,14$  m do  $1,14$  m,  $z$  od  $0,49$  m do  $0,84$  m).

#### 4. ZADANIE ODWROTNE KINEMATYKI

Zadanie kinematyki odwrotnej jest znacznie częściej wykorzystywane, gdyż pozwala przy znanych współrzędnych końcówki roboczej znaleźć odpowiednie ustawienia zmiennych przegubowych robota. Jest ono znacznie trudniejsze do rozwiązania, ponieważ zależnie od liczby zmiennych, może być zadaniem nierozwiązalnym bądź rozwiązań może być kilka. Czasem zdarza się również, że rozwiązanie nie istnieje, gdy współrzędne końcówki ( $x, y, z$ ) znajdują się poza zasięgiem manipulatora.

W naszym przypadku przy wyznaczaniu kinematyki odwrotnej skorzystamy z notacji Denavita–Hartenberga

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & a_1 + (a_4 + a_5) \cdot \cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & (a_4 + a_5) \cdot \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & d_2 + d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Po podstawieniu wielkości stałych i zadanych współrzędnych  $x, y, z$  oraz ich orientacji  $c_{11}$ ,  $c_{21}$  trzeba wyznaczyć wielkości  $a_1$ ,  $\theta_2$ ,  $d_3$ ,  $a_5$ . Ze względu na złożoność obliczeń skorzystamy z programu MATLAB. Z notacji Denavita–Hartenberga wynika, że:

$$d_3 = z - 0,49$$

$$\theta_2 = \arccos(c_{11})$$

$$a_5 = (y - 0,84c_{21})/c_{21}$$

$$a_1 = x - 0,84c_{11} - a_5c_{11}$$

$$\text{gdzie } c_{11} = \cos(\theta_2), c_{21} = \sin(\theta_2).$$

Przykładowo dla następującej pozycji i orientacji końcówki roboczej:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1,34 \\ 0 & 0 & 1 & 0,69 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ wynika, że}$$

$$d_3 = 0,2 \text{ m}$$

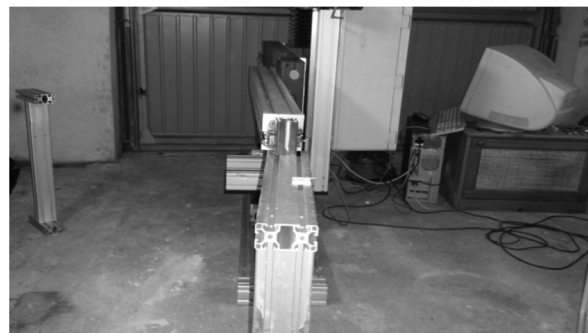
$$\theta_2 = 90^\circ$$

$$a_5 = 0,5 \text{ m}$$

$$a_1 = 1 \text{ m}$$

## 5. WNIOSKI

Powyższe obliczenia umożliwiają precyzyjne zaprogramowanie robota. Na rysunku 3 pokazano przykład przeniesienia detalu z pierwszego magazynu do drugiego. Na początku następuje dojazd do magazynu nr 1, następnie umieszczenie detalu w chwytaku i przeniesienie go do magazynu nr 2. Ze względu na kinematykę (cztery stopnie swobody) przeniesienie detali jest znacznie ograniczone. Brak stopnia swobody w końcówce roboczej powoduje brak obrotu detalu, co znacznie utrudnia ułożenie go w miejscu docelowym. Zasadne jest dodanie do konstrukcji robota jeszcze jednego bądź dwóch stopni swobody, co znacznie rozszerzy jego zastosowanie. Natomiast w obecnym układzie możliwe jest zastosowanie robota do prostych prac spawalniczych oraz do procesu napawania [7].



Rys. 3. Przeniesienie detalu z magazynu nr 1 do magazynu nr 2

Każde zwiększanie ilości stopni swobody powoduje zwiększenie mobilności robota, ale jednocześnie znacznie komplikuje jego kinematykę. Przy wyznaczaniu zadania odwrotnego może się zdarzyć, że rozwiązań będzie kilka bądź układ będzie nierozwiązywalny. Zwykle otrzymujemy rozwiązanie w postaci uwikłanej i wtedy zadanie to można rozwiązać tylko numerycznie.

**LITERATURA**

- [1] Davoud Karimi, Mohammad Javad Nategh: *Kinematic nonlinearity analysis in hexapod machine tools: Symmetry and regional accuracy of workspace*, Mechanism and Machine Theory, Vol. 71, 01.2014, pp. 115-125.
- [2] Yanhui Wei, Shengqi Jian, Shuang He, Zhepeng Wang: *General approach for inverse kinematics of nR robot*, Mechanism and Machine Theory, Vol.75, 05.2014, pp. 97-106.
- [3] Jaemin Lee, Nicolas Mansard, Jaeheung Park: *Intermediate Desired Value Approach for Task Transition of Robots in Kinematic Control*, IEEE Transactions on Robotics, Vol. 28, 11.2012, pp. 1260-1277.
- [4] Słota A., Domka M.: *Programowanie skoordynowanych ruchów robotów na przykładzie robotów ABB i Fanuc*, Pomiary, Automatyka, Robotyka, nr 2/2010, s. 635-644.
- [5] <http://cncmaster.org/sites/default/files/files/4axisTB6560-en.pdf>
- [6] Majchrzak E., Mochnacki B.: *Metody numeryczne*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1994.
- [7] Barczyk J., Jarzębski B.: *Robotyzacja pakowania. Problemy i rozwiązania*, Pomiary, Automatyka, Robotyka, nr 5/2004, s. 13-16.