

Mgr inż. Witold BUŻANTOWICZ

DOI: 10.17814/mechanik.2015.7.217

Mgr inż. Jakub MIERNIK

Dr hab. inż. Jan PIETRASIENSKI, prof. WAT

Wojskowa Akademia Techniczna

MODELOWANIE I APROKSYMACJA FUNKCJI PRZENOSZENIA MASZYNEK STEROWYCH RAKIETY PRZECIWLOTNICZEJ

Streszczenie: W artykule przedstawiono procedurę numerycznego wyznaczania charakterystyk dynamicznych maszynek sterowych, stanowiących element wyposażenia stanowiska laboratoryjnego do badań aparatury pokładowej raket przeciwlotniczych. Występujące w rozpatrywanym silniku DC nieliniowości, spowodowane zastosowaniem wewnętrznego korektora prędkości kątowej, sprawiają, że znalezienie adekwatnej aproksymacji jego charakterystyk wymaga specyficznego podejścia. Do ich wyznaczenia wykorzystano metody iteracyjne, aproksymujące odpowiedzi badanego układu funkcjami splejnymi. Otrzymana w ten sposób funkcja przenoszenia układu wykonawczego zaimplementowana zostanie w modelu numerycznym projektowanego układu pilota automatycznego.

FIN ACTUATOR TRANSFER FUNCTION OF THE ANTI-AIRCRAFT MISSILE: MODELING AND APPROXIMATION

Abstract: This paper presents the procedure for numerical determining dynamic characteristics describing the actuators of short-range anti-aircraft missile, which are the elements of research laboratory stand. Internal compensator of angular velocity, included in considered non-linear DC servo, requires a specific approach to find an adequate solution. Therefore an iterative method is used, which approximates the object's step and impulse responses by spline functions. The transfer function obtained in this way will be implemented in the numerical model of the proposed missile autopilot system.

Słowa kluczowe: teoria sterowania, układy wykonawcze, rakiet przeciwlotnicza

Keywords: control theory, actuators, anti-aircraft missile

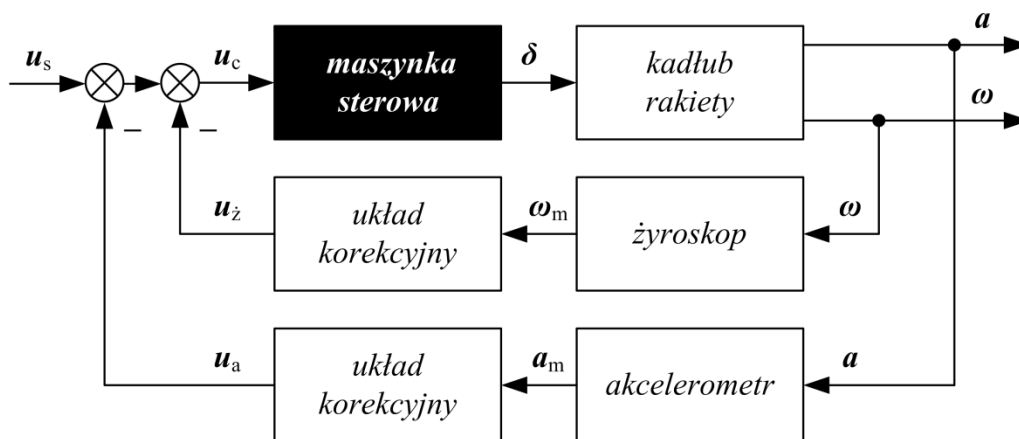
1. WPROWADZENIE

Właściwy dobór współczynników transmitancji członów automatyki ma dla procesu modelowania kluczowe znaczenie, stanowi bowiem podstawowy warunek zaprojektowania poprawnego układu regulacji [1, 3]. Często zdarza się jednak, że parametry charakteryzujące właściwości elementów wykonawczych nie są dostatecznie znane i wyznaczenie na ich podstawie funkcji przenoszenia jest niemożliwe. Ponadto uzyskiwane dla niektórych

rodzajów obiektów dynamicznych wyższych rzędów rozwiązania analityczne mają ograniczone znaczenie praktyczne, bowiem mogą być trudne do wykorzystania ze względu na złożoną formę matematyczną. We wskazanych przypadkach alternatywne rozwiązanie stanowi doświadczalne wyznaczenie i aproksymacja odpowiedzi badanych układów.

Celem przedstawionego w niniejszym referacie eksperymentu było wyznaczenie charakterystyk czasowo-częstotliwościowych maszynki sterowej, przewidywanych do zastosowania jako element stanowiska laboratoryjnego do badania aparatury pokładowej rakiet przeciwlotniczych.

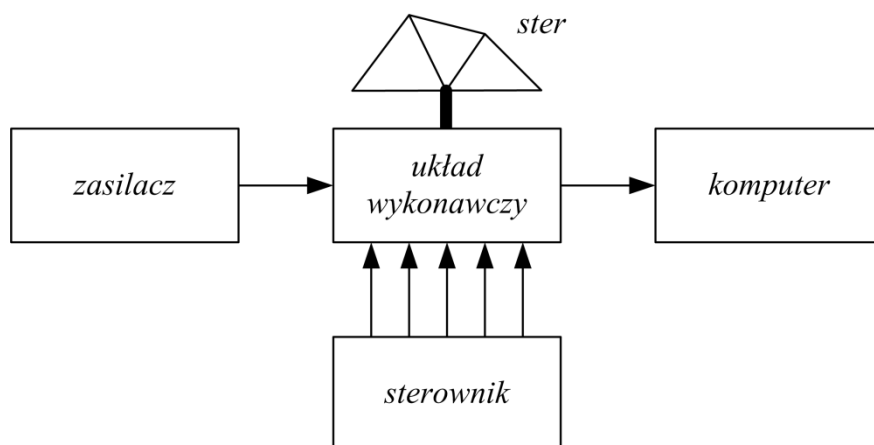
Najczęściej spotykany schemat układu stabilizacji rakiety przeciwlotniczej ilustruje rys. 1. W rozpatrywanym przypadku obiektem badań jest maszynka sterowa, spełniająca funkcję układu wykonawczego. Poszukiwana jest jej odpowiedź impulsowa.



Rys. 1. Schemat funkcjonalny pilota automatycznego rakiety przeciwlotniczej [2]

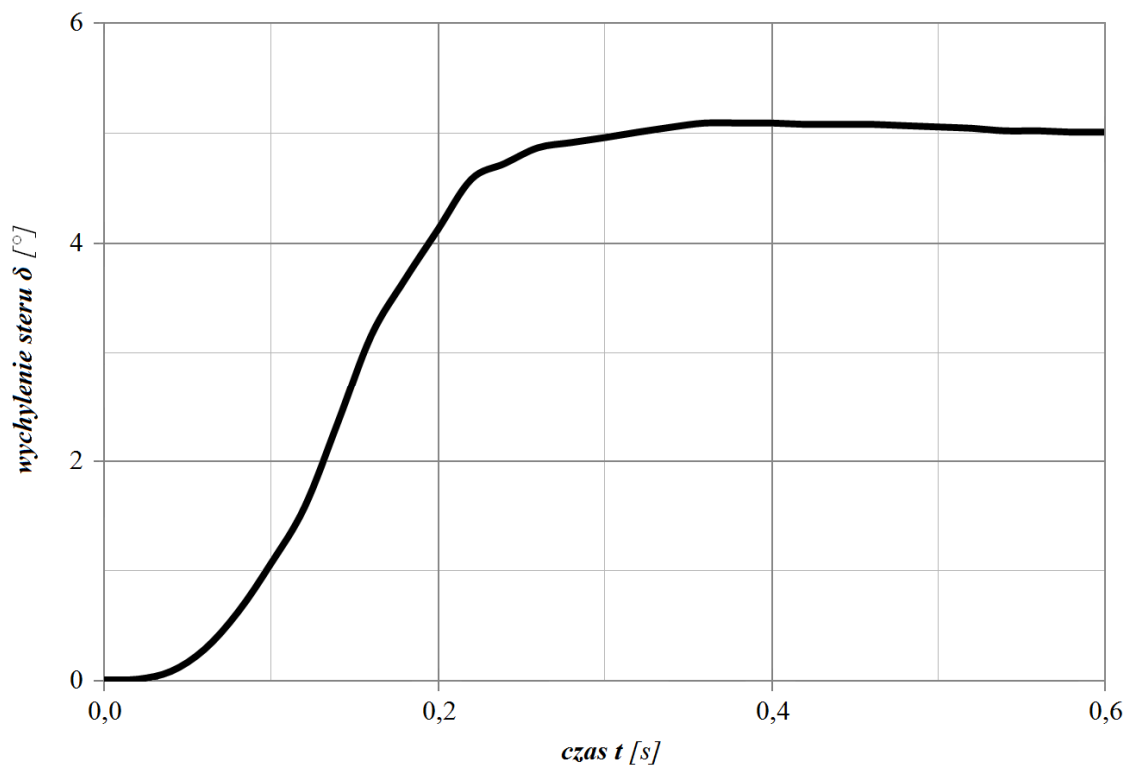
2. EKSPERYMENT

Stanowisko badawcze zestawiono zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 2. Identyfikowany układ wykonawczy jest zbudowany w układzie komutatorowego silnika prądu stałego, wyposażonego w wewnętrzny korektor prędkości kątowej. Silnik sterowany jest cyfrowo, przy czym wymagane jest wstępne zaprogramowanie jego położeń. Maszynka sterowa współpracuje ze sterownikiem mikroprocesorowym. Stanowisko tworzą ponadto: zasilacz 24 V oraz komputer do wizualizacji i archiwizacji danych pomiarowych. Wchodzące w skład zestawu oprogramowanie zapewnia możliwość rejestracji parametrów pracy silnika, m.in. prędkości i położeń kątowych (zarówno zadanych, jak i uzyskanych). Aplikacja komunikuje się z układem wykonawczym poprzez konwerter USB/CAN.



Rys. 2. Schemat układu pomiarowego

Podczas badań rejestrowano odpowiedzi układu na wymuszenia skokowe dla różnych wzmocnień regulatora wewnętrznego (rys. 3).



Rys. 3. Przykładowa odpowiedź badanego układu wykonawczego na wymuszenie skokowe

3. WYZNACZANIE CHARAKTERYSTYK BADANEGO UKŁADU

Osobliwością rozpatrywanego elementu wykonawczego są nieliniowości wprowadzane przez cyfrowy korektor wewnętrzny, szczególnie widoczne w końcowej fazie ustalania położenia. Stąd znalezienie adekwatnej aproksymacji wymaga specyficznego podejścia.

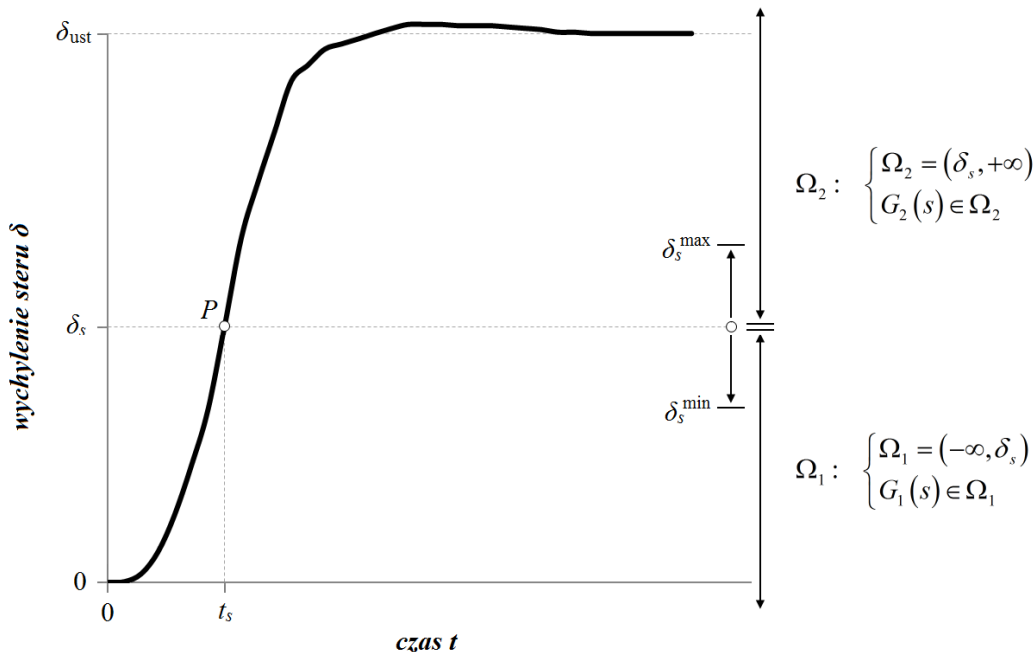
Do określenia postaci transmitancji zastępczego, zlinearyzowanego modelu silnika i wyznaczenia jej współczynników wykorzystano numeryczne metody obliczeniowe.

W pierwszej kolejności dla każdego z otrzymanych eksperymentalnie przebiegów określono przedziały aproksymacji. Przeprowadzone badania symulacyjne wykazały, że w rozpatrywanym przypadku wystarczające jest przyjęcie dwóch przedziałów, $\Omega_1 = (-\infty, \delta_s)$ oraz $\Omega_2 = (\delta_s, +\infty)$. Z tak zdefiniowanymi Ω_1 i Ω_2 związano funkcje aproksymujące, odpowiednio $G_1(s)$ dla Ω_1 i $G_2(s)$ dla Ω_2 , oraz przyjęto punkt ich sklejenia $P(t_s, \delta_s)$, por. rys. 4.

Następnie – ze względu na podobieństwo uzyskanych eksperymentalnie przebiegów do charakterystyk elementów inercyjnych i przewidywaną konieczność uwzględniania opóźnień – założono ogólne równania funkcji przenoszenia w przedziałach postaci:

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{k}{\prod_{n=1}^N (T_n s + 1)} e^{-sT} \quad (1)$$

Skorzystano przy tym z faktu, że układy inercyjne wyższych rzędów mogą być otrzymywane poprzez szeregowe połączenie członów inercyjnych rzędu pierwszego.



Rys. 4. Przyjęty sposób doboru przedziałów aproksymacji

Dyskretny element zastępczy układu o inercyjności pierwszego rzędu został opisany za pomocą równania różnicowego o zmiennych współczynnikach w postaci funkcji języka skryptowego MathWorks™ MATLAB®. Jako parametry wejściowe funkcji przyjęto: czas próbkowania T_p , współczynnik wzmocnienia k , stałą czasową elementu T oraz sygnał wymuszający u . W wyniku wykonania programu otrzymuje się sygnał odpowiedzi y symulowanego obiektu inercyjnego w funkcji zadanych parametrów wejściowych. Przekazanie sygnału wyjściowego y jako sygnału wymuszenia u w kolejnym wywołaniu funkcji wraz z nowymi wartościami pozostałych parametrów pozwala uzyskać człon inercyjny drugiego rzędu, kolejne wywołania – rzędu trzeciego, czwartego itd.

Współczynniki funkcji aproksymującej poszukiwane są metodą iteracyjną. Dla zadanego rzędu n elementu inercyjnego wyznacza w n pętłach przebiegi odpowiedzi na skok jednostkowy u dla wszystkich wartości parametrów (stałych czasowych i wzmocnienia). Wektor sygnałów odpowiedzi $\mathbf{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_l\}$ układu porównywany jest następnie z sygnałem odniesienia y_0 , tj. odpowiedzią układu rzeczywistego – poszukuje się przebiegu y_i , dla którego błąd \mathcal{G}_i jest najmniejszy:

$$\mathcal{G}_{\min} = \min \left\{ \bigcup_{i=1}^l \mathcal{G}_i \right\} \quad \wedge \quad \mathcal{G}_i = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (y_i[l] - y_0[l])^2 \quad (2)$$

gdzie: L – liczba próbek sygnału.

W wyniku wykonania program zwraca następujące wartości: poszukiwany rząd układu n , wzmocnienie k , wektor stałych czasowych $\mathbf{T} = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ oraz wskaźnik jakości w postaci minimum błędu średniokwadratowego \mathcal{G}_{\min} aproksymacji.

Opisana procedura wykonywana jest dla dwóch funkcji aproksymujących, tj. $G_1(s)$ w przedziale Ω_1 oraz $G_2(s)$ w przedziale Ω_2 . Wartości czasów opóźnień oraz położenie punktu sklejania funkcji P są wyznaczone poprzez znalezienie minimum błędu średniokwadratowego przebiegu jako całości. Spełnione być muszą przy tym dwa warunki – nadrzędny, narzucający brak przeregulowań, oraz dodatkowy, nakazujący osiągnięcie przez funkcję aproksymującą wartości δ_{ust} w czasie t_r , równym trzykrotności stałej czasowej T zastępczego elementu inercyjnego pierwszego rzędu:

$$t_r = fT_p = 3T \quad \rightarrow \quad T = \frac{fT_p}{3} \quad \wedge \quad y_{\max} = y(\infty) = \delta_{\text{ust}} \quad (3)$$

gdzie: T – stała czasowa zastępczego elementu inercyjnego I rzędu,

T_p – czas próbkowania,

f – liczba cykli obliczeniowych,

δ_{ust} – wartość sygnału $y(t)$ w stanie ustalonym.

Dzięki tak sformułowanemu kryterium możliwe jest zarówno skuteczne odtworzenie dynamiki odpowiedzi modelowanego układu w pierwszej fazie narastania sygnału, jak i zapewnienie osiągnięcia zadanej wartości sygnału δ_{ust} w założonym czasie i bez przeregulowań.

W wyniku wykonania symulacji dla zbioru kryteriów (2)-(3) otrzymano krzywą sklejaną $y(t)$, związaną z sygnałem wejściowym $u(t)$ transmitancją postaci:

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \begin{cases} G_1(s) = \frac{k_1}{\prod_{i=1}^4 (T_{1i}s + 1)} e^{-sT_1} & \Leftrightarrow y(t) < \delta_s \\ G_2(s) = \frac{k_2}{\prod_{i=1}^5 (T_{2i}s + 1)} e^{-sT_2} & \Leftrightarrow y(t) \geq \delta_s \end{cases} \quad (4)$$

gdzie: δ_s – wyznaczona symulacyjnie wartość rzędnej punktu sklejenia funkcji P .

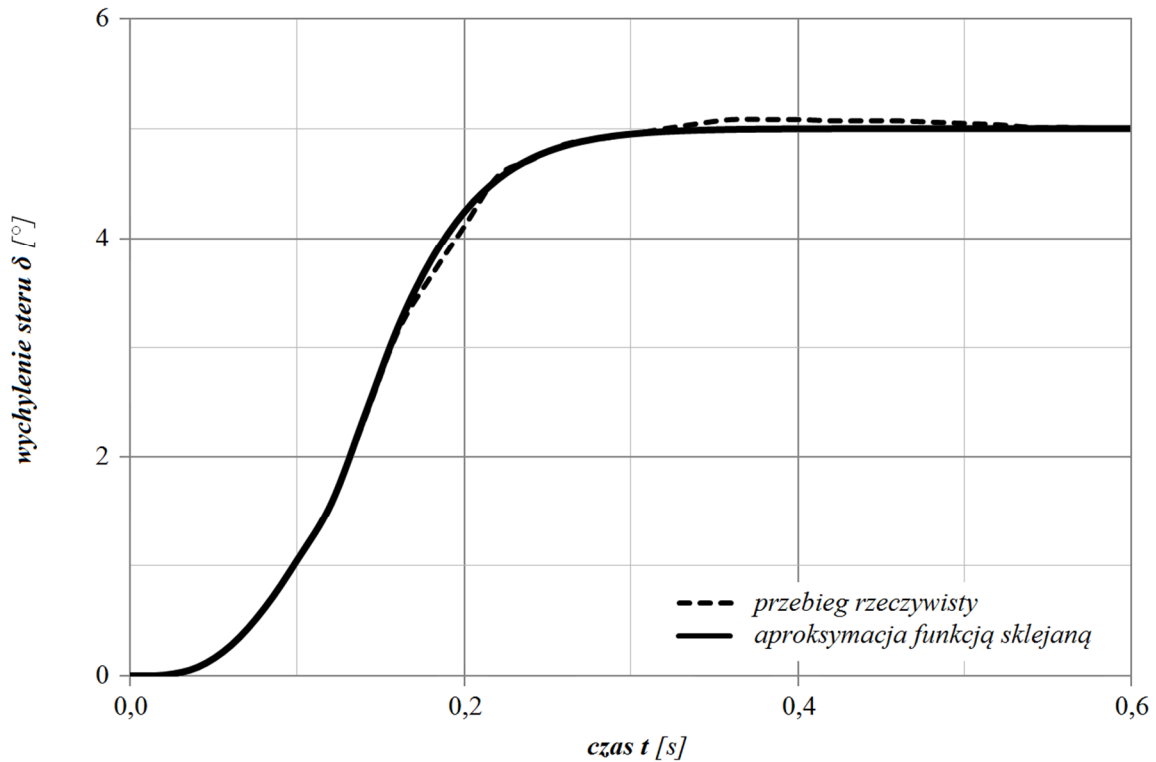
Uzyskaną na podstawie równania (4) aproksymację odpowiedzi badanego układu na skok jednostkowy przedstawiono na rys. 5.

Wyznaczenie wartości współczynników zależności (4) pozwala znaleźć postać odpowiedzi impulsowej $h(t)$, umożliwiając z kolei określenie przebiegu wyjściowego $y(t)$ poprzez całkę spłotową:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (5)$$

W przypadku układów dyskretnych wyrażenie (5) przyjmuje postać:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} x[k] h[n - k] \quad (6)$$



Rys. 5. Wyznaczona metodą iteracyjną aproksymacja rzeczywistego przebiegu odpowiedzi badanego silnika na wymuszenie skokowe

Uwzględniając powyższe, na podstawie wyrażenia (4) wyznaczono numerycznie odpowiedzi impulsowe $h_1[n]$ i $h_2[n]$ układów opisanych transmitancjami dyskretnymi:

$$G_1(z) = \mathbf{Z}\{G_1(s)\} = \mathbf{Z}\left\{\frac{k_1}{\prod_{i=1}^4 (T_i s + 1)} e^{-sT_1}\right\} \quad (7a)$$

$$G_2(z) = \mathbf{Z}\{G_2(s)\} = \mathbf{Z}\left\{\frac{k_2}{\prod_{i=1}^5 (T_{2i} s + 1)} e^{-sT_2}\right\} \quad (7b)$$

i w oparciu o nie (por. rys. 6) złożono funkcję wynikową $h[n]$ postaci:

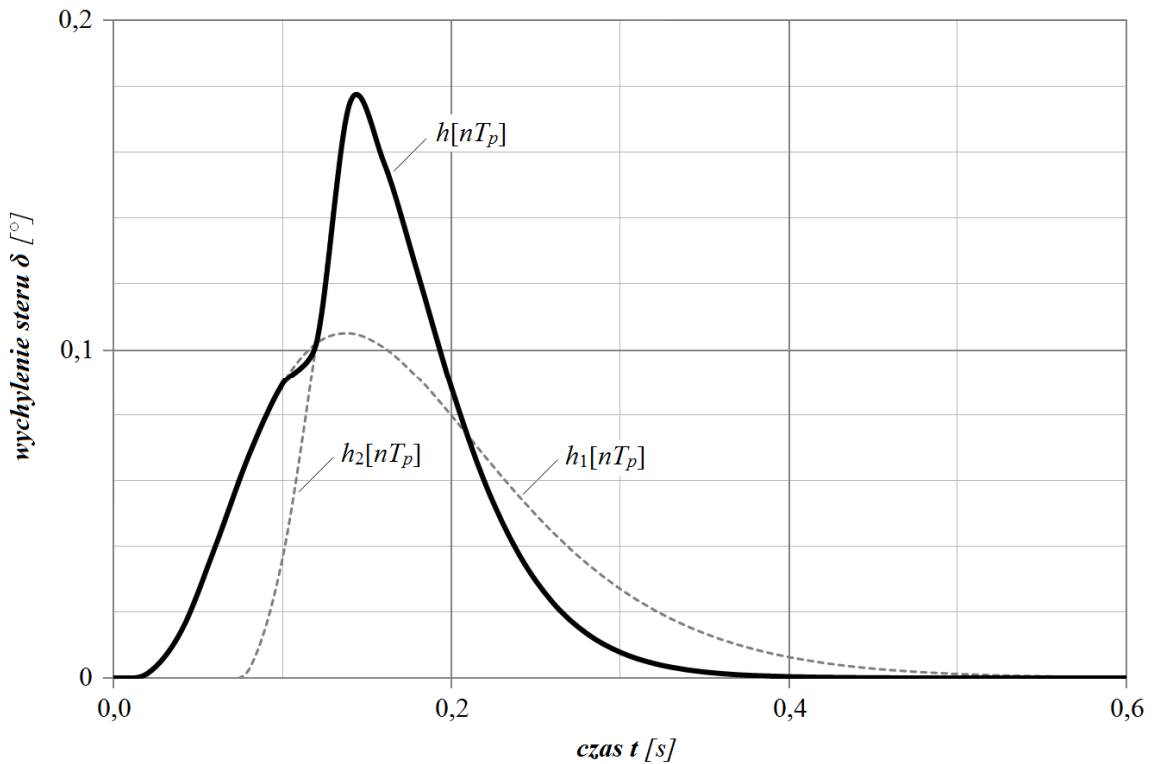
$$h[n] = \begin{cases} h_1[n] & \Leftrightarrow nT_p < t_s \\ h_2[n] & \Leftrightarrow nT_p \geq t_s \end{cases} \quad (8)$$

gdzie: t_s – wyznaczona symulacyjnie wartość odciętej punktu sklejenia funkcji P .

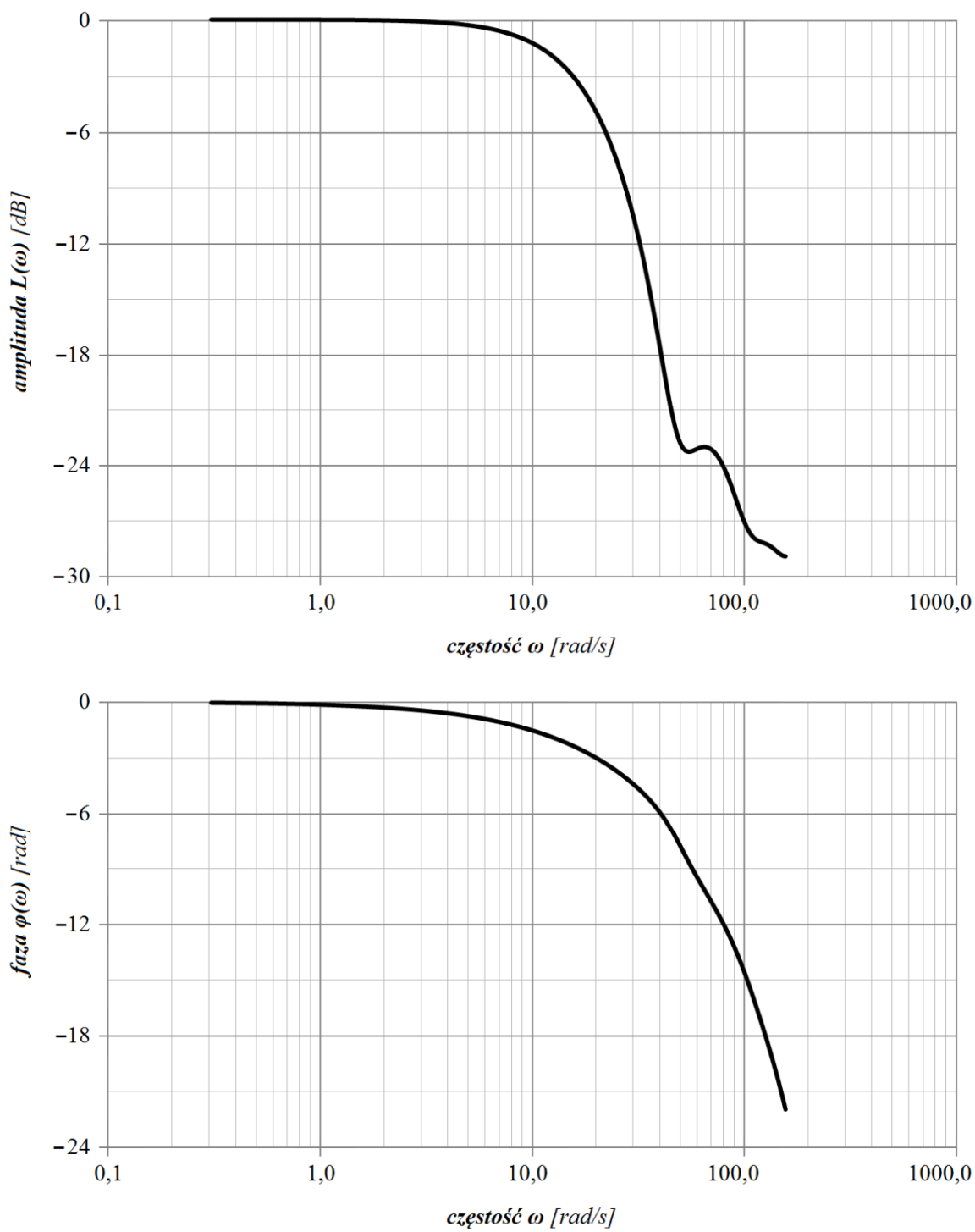
Dla oszacowania jakości aproksymacji wygenerowano testowy sygnał wyjściowy $y[n]$ jako splot funkcji skoku jednostkowego i odpowiedzi impulsowej $h[n]$ określonej wyrażeniem (8):

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} 1[k] h[n-k] \quad (9)$$

uzyskując wysoką zgodność z przebiegiem aproksymowanym zależnością (4), przy błędzie średniokwadratowym z wartości równania (9) odniesionych do wartości wyrażenia (4) równym $\vartheta = 3,7 \cdot 10^{-6}$. Obliczoną na podstawie zależności (8) charakterystykę amplitudowo-fazową zweryfikowano symulacyjnie, podając na wejście modelu sygnał sinusoidalny $u[n]$ o częstotliwościach z przedziału od 0,01 do 35 rad/s. Po ustaleniu się odpowiedzi odczytywano wzmocnienie oraz przesunięcie fazowe sygnału wyjściowego $y[n]$, potwierdzając wyniki dane na rys. 7.



Rys. 6. Odpowiedź impulsowa modelowanego układu



Rys. 7. Logarytmiczna charakterystyka amplitudowo-fazowa badanego silnika

4. PODSUMOWANIE

W artykule zaproponowano sposób aproksymacji charakterystyk nieliniowego silnika DC funkcją sklejaną z liniowych funkcji przenoszenia, obejmujący etapy: (a) rejestracji charakterystyki skokowej rozpatrywanego obiektu, (b) aproksymacji otrzymanych wyników funkcjami sklejanymi założonej postaci, (c) symulacyjnego badania odpowiedzi układu na wymuszenie impulsowe oraz (d) wyznaczania charakterystyki amplitudowo-fazowej.

Na podstawie przeprowadzonych symulacji można przedstawić następujące wnioski:

- modelowanie nieliniowych elementów wykonawczych za pomocą członów inercyjnych wyższych rzędów i funkcji sklejanych zapewnia odwzorowanie ich dynamiki,
- opracowany sposób umożliwia określanie wartości parametrów funkcji aproksymujących badany układ inercyjny z uwzględnieniem stałych czasowych opóźnień.

Przedstawione w referacie oprogramowanie symulacyjne charakteryzuje się strukturą otwartą, stąd możliwa jest jego dalsza rozbudowa w celu pozyskania efektywnego narzędzia do identyfikacji obiektów o innych właściwościach dynamicznych.

LITERATURA

- [1] Cannon R.H.: *Dynamika układów fizycznych*, WNT, Warszawa 1973.
- [2] Siouris G.M.: *Missile Guidance and Control Systems*, Springer-Verlag, New York 2004.
- [3] Żelazny M.: *Podstawy automatyki*, PWN, Warszawa 1976.