

Dr hab. inż. Józef DREWNIAK, prof. ATH

DOI: 10.17814/mechanik.2015.7.228

Mgr inż. Mateusz KÓSKA

Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej

## METODOLOGIA WYZNACZANIA PRZEBIEGU SZTYWNOŚCI ZAZĘBIENIA W PRZEKŁADNIACH STOŻKOWYCH

*Streszczenie: W niniejszym artykule została zaprezentowana metodologia wyznaczenia przebiegów sztywności zazębienia w przekładniach stożkowych. Metodologia ta bazuje na obliczeniach numerycznych (MES) w zakresie quasi-statycznym. Do analizy zostały stworzone narzędzia usprawniające proces przeprowadzania obliczeń oraz przetwarzania wyników. Skrypt napisany z użyciem APDL (ang. Ansys Parametric Design Language) przygotowuje model, rozwiązuje deklarowaną przez użytkownika ilość analiz oraz generuje raporty, które stają się wartościami wejściowymi dla programu przetwarzającego dane. Program ten został napisany w środowisku programistycznym Matlab. Zaprezentowane zostały wyniki analizy. Wyciągnięto wnioski.*

## DETERMINATION OF DISTRIBUTION OF BEVEL GEAR'S MESH STIFFNESS – AN APPROACH

*Abstract: In the following paper methodology of mesh stiffness determination has been presented. The approach based on numerical analysis (FEM) performing in quasi-static state. To automate the process the unnecessary tools have been developed. The APDL (Ansys Parametric Design Language) script prepares model, solves the defined set of static analysis and generates the report files. They are input data to program which processing the reports. The second tool has been developed in programming environment of Matlab software. The results obtained for this methodology have been presented. The conclusions have been formulated.*

*Słowa kluczowe: sztywność zazębienia, koła stożkowe, systemy przeniesienia mocy, zagadnienie kontaktu zazębienia*

*Keywords: mesh stiffness, bevel gear shaft, power transmission systems, mesh contact theory*

### 1. WPROWADZENIE

Pomimo faktu, że przekładnie zębate są poddawane wnikliwym badaniom od już bardzo długiego czasu, wciąż pozostaje sporo niewyjaśnionych kwestii pojawiających się w systemach przeniesienia mocy. Jednym z istotnych zjawisk wpływających na trwałość komponentów mechanicznych są drgania rezonansowe, a najczęstszym czynnikiem wymuszającym dla nich jest praca zazębienia. Potwierdzenie tezy, że teoria kontaktu kół zębatych jest istotnym czynnikiem definiującym przebieg sił dynamicznych w tego typu układzie, można znaleźć w wielu współczesnych pracach naukowych. Autorzy w swoich badaniach [3] na wysokoobrotowych przekładniach stożkowych, potwierdzają znaczny

wpływ sztywności zazębienia na odpowiedź układu. Nie pokazują jednak, w jaki sposób wyznaczają i symulują przebiegi sztywności. Z kolei naukowcy z Japonii w swoim modelu dynamicznym [6] uwzględniają zmienny w czasie rozkład sztywności zazębienia, lecz jest on znacznie upraszczany. Profesor Skoć w swoich pracach [4] i [5] również symuluje zmienną sztywność zazębienia w swoim modelu, proponuje on trzy uproszczone sposoby determinowania tego parametru. Jednym z zaproponowanych rozwiązań jest przyjęcie rozkładu sinusoidalnego, co może powodować rozbieżności pomiędzy podejściem modelowym a rzeczywistym zjawiskiem.

Zagadnienie kontaktu kół walcowych o zębach prostych jest opisywane w wielu pracach. Istnieje wiele sposobów na przybliżanie przebiegów sztywności, które dają zbieżne wyniki numeryczne w porównaniu do eksperymentalnych. Jednym z nich jest proponowany przez Caia sposób na wyznaczanie wypadkowej sztywności w zazębieniu walcowym prostym [2]. Niestety, temat ten w przekładniach zębatych stożkowych nie jest tak rozpowszechniony, a determinacja zmiennej w czasie sztywności zazębienia jest zagadnieniem w dalszym ciągu wymagającym uwagi w przekładniach stożkowych.

## 2. CEL PRACY

Aby w rzetelny sposób podejść do badań dynamiki kół zębatych o uzębieniu kołowo-lukowym, w pierwszej kolejności należy rozpatrzeć i przebadać zjawisko ich kontaktu oraz zmiennej sztywności zazębienia. Niniejsza praca ma na celu przedstawienie metodologii określania zmiennych przebiegów sztywności dla przekładni stożkowych z różnego typu nacinanym uzębieniem. W artykule tym przedstawiono wyniki bazujące na kołach o zębach prostych (kształt osiowy typu pierwszego), tak aby otrzymane przebiegi sztywności pozwalały na zweryfikowanie sposobu obliczeń poprzez potwierdzenie go obliczeniami analitycznymi.

W ramach pracy został zbudowany model obliczeniowy zazębienia stożkowego oparty na własnym projekcie przekładni. Przeprowadzono analizę w zakresie quasi-statycznym zazębienia. Wyniki z niej zostały przetworzone w autorskim programie w celu otrzymania wartości zmiennej w czasie sztywności dla badanego zazębienia.

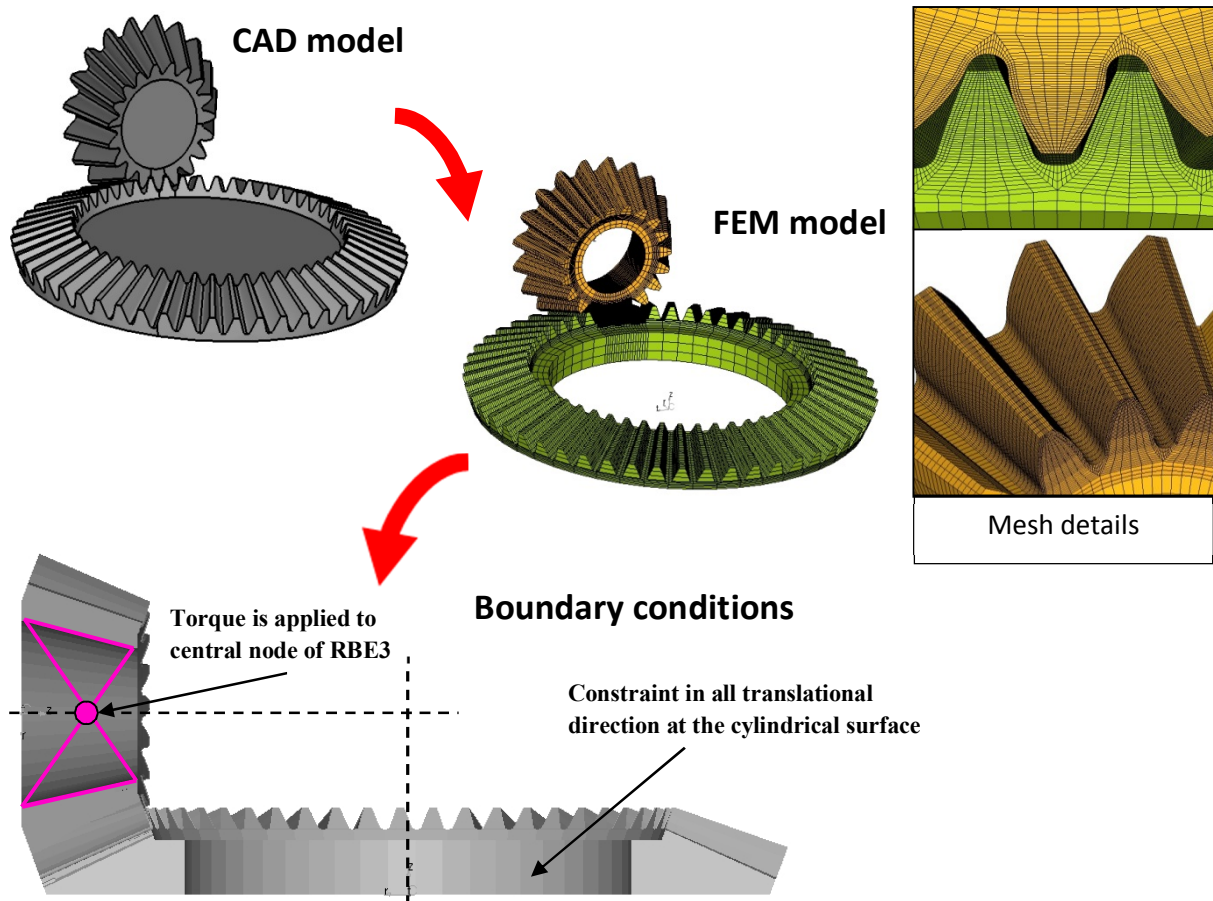
## 3. METODOLOGIA OBLICZEŃ

### 3.1. Model obliczeniowy

W celu przeprowadzenia analizy wyznaczania przebiegów sztywności zazębienia kół stożkowych został zaproponowany model obliczeniowy, który bazuje na geometrii CAD pary kół zębatych. Geometria ta została zbudowana w oparciu o zaprojektowaną geometrię kół stożkowych.

W analizie sztywności zazębienia stosuje się model obliczeniowy zawierający jedynie wieńce zębate, tak aby sztywność podzębia nie była uwzględniana w obliczeniach.

Do rozwiązania zadania przyjęty został solver Ansys. Siatka elementów została zagęszczona w analizowanym obszarze, po to by maksymalnie zredukować wpływ penetracji numerycznej kontaktu na otrzymane wyniki. Ponadto w tym celu zdeklarowano też kontakt na zazębieniu z wysokim współczynnikiem FKN, który ma zapewnić możliwie wysoką sztywność kontaktu.



Rys. 1. Model obliczeniowy MES

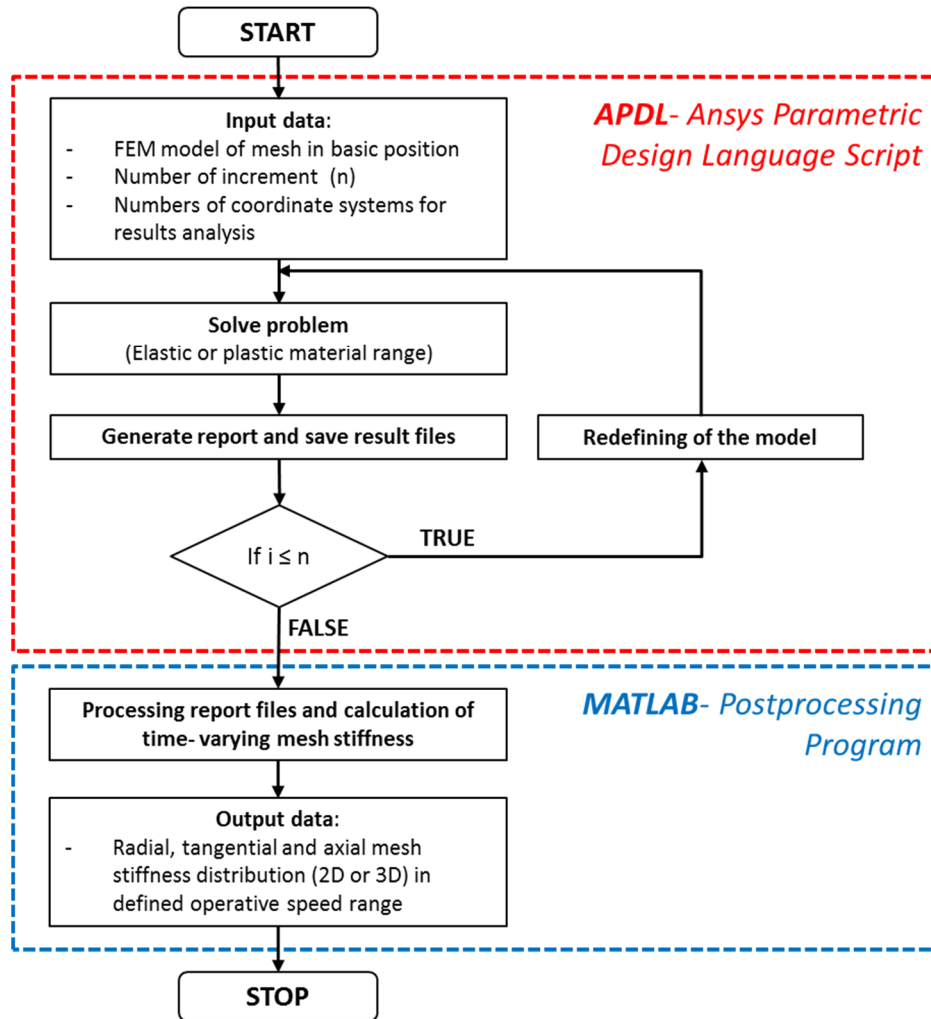
Model MES wykonano z elementów typu HEX 8. Do przeniesienia momentu obrotowego posłużono się techniką MPC (ang. *Multi-point Constraint*) i równaniami RBE3.

W modelu przyjęto pewne uproszczenia, które nie mają wpływu na wyniki dotyczące przebiegu sztywności zazębienia. Między innymi uproszczono fazy, promienie oraz geometrie zębów znajdujących się poza obszarem analizowanym. W badanej lokacji została zachowana mikrogeometria zazębienia.

### 3.2. Program obliczeniowy

Aby proces wyznaczenia parametru sztywności zazębienia przebiegał w sposób automatyczny, zostały stworzone dedykowane narzędzia. Pierwsze z nich przeprowadza deklarowaną przez użytkownika ilość analiz z przedziału quasi-statycznego. Analiza statyczna jest przeprowadzana dla żądanej liczby lokalizacji kół względem siebie, występujących w ramach jednego cyklu zazębienia. Program generuje pliki zawierające przemieszczenia i rozkład sił na zazębieniu dla stref kontaktowych.

Program obliczeniowy po wykonaniu zadeklarowanej przez użytkownika liczby powtórzeń (ang. *increment time*) zakończy działanie i przejdzie do modułu przetwarzania wyników. Druga część algorytmu jest wykonywana przy użyciu programu matematycznego MATLAB.



Rys. 2. Schemat blokowy programu do analizy kontaktu kół zębatach

Program przetwarza uzyskane raporty i po kilku przekształceniach uzyskuje przebiegi sztywności zazębienia w trzech kierunkach.

Wartościami wejściowymi dla algorytmu są:

- model numeryczny zazębienia FEM w bazowym położeniu;
- warunki brzegowe, takie jak obciążenie systemu oraz utwierdzenie;
- podstawowe informacje definiujące układ (podstawowe parametry przekładni, numery układów współrzędnych, liczba kroków obliczeniowych).

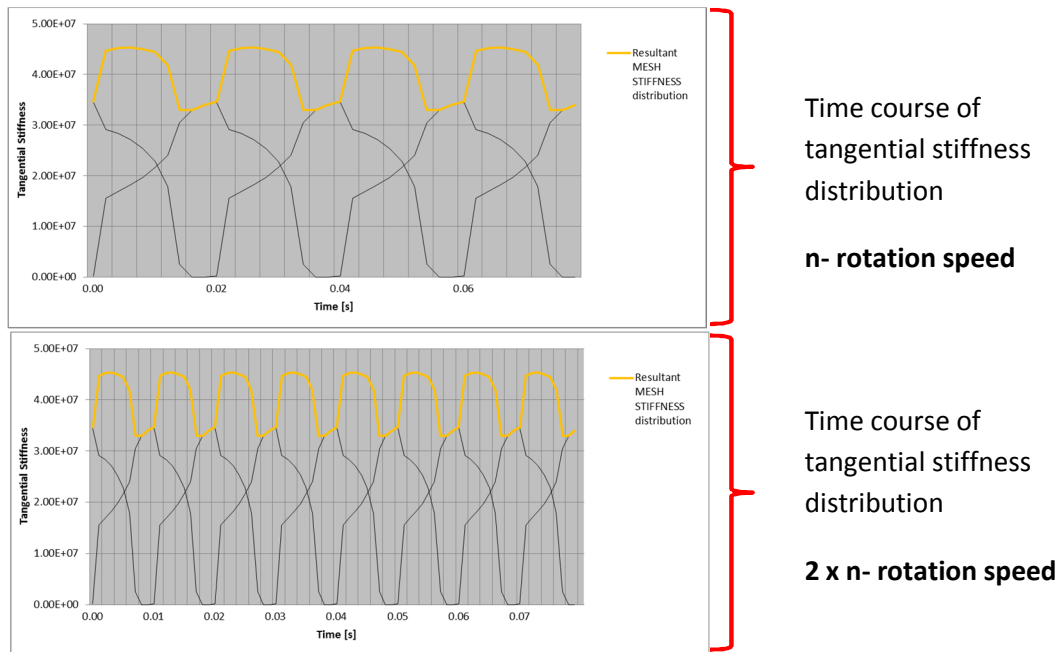
Wartościami wyjściowymi uzyskanymi po wykonaniu algorytmu są:

- przebiegi zmiennej w czasie sztywności zazębienia w postaci wykresu 3D oraz pliku tekstowego dla zdefiniowanego zakresu prędkości obrotowych;
- przebiegi zmiennej w czasie sztywności zazębienia bazujące na uśrednionych wartościach otrzymane w postaci wykresu 2D oraz pliku tekstowego dla zdefiniowanego zakresu prędkości obrotowych.

### 3.3. Wyniki analizy

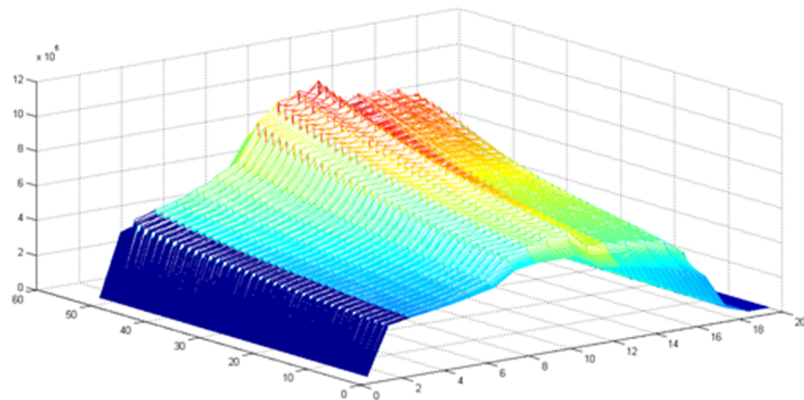
Wynikami analizy są przebiegi sztywności zazębienia w postaci funkcji dwuwymiarowej oraz trójwymiarowej. Przebieg sztywności jest prezentowany w funkcji czasu. Program umożliwia

także wygenerowanie przebiegu w postaci pliku tekstowego dla żadanego zakresu prędkości obrotowej i zakresu czasu. Przykładowe wykresy uzyskane dla przekładni stożkowej o zębach prostych są prezentowane na rysunkach 3 i 4.



Rys. 3. Rozkład sztywności zazębienia w kierunku stycznym dla różnych wartości prędkości obrotowej w 2D

Time course of tangential stiffness of one mesh pair



Rys. 4. Rozkład sztywności zazębienia w kierunku stycznym w 3D

#### 4. WNIOSKI

Wraz ze spadkiem nierównomierności pracy, spada też poziom emitowanego przez przekładnię hałasu oraz prędkości zużywania się powierzchni kontaktowych. Dlatego ważne jest, by poznawać zjawisko kontaktu kół zębatach i pracy zazębienia. Analiza zazębienia w przekładniach stożkowych stanowi niewątpliwie ważną część obliczeń konstrukcyjnych. Dostarcza ona informacji niezbędnych do szczegółowego przeprowadzenia specjalistycznych obliczeń konstrukcyjnych. Przykładem może być analiza dynamiczna, gdzie kontakt odgrywa ważną rolę. Wyniki z tej analizy w postaci wzmocnienia dynamicznego aplikowane są do analiz wytrzymałościowych statycznych i zmęczeniowych. Nie można więc rzetelnie podejść



do wyznaczania wytrzymałości kół zębatach, bez wcześniejszego pochylenia się nad jej dynamiką czy analizą kontaktu zazębienia.

Prezentowana metodologia dostarcza sporo informacji o strefach kontaktowych. Na podstawie zaprezentowanych wyników można z wysoką dokładnością ocenić, w jakim czasie koła pracują na zazębieniu jedno- dwu- lub trzyzarymym. Ponadto daje wyobrażenie o pracy zazębienia w przekładniach zębatach. Prezentowane wyniki pokazują również, jaki błąd popełniany jest podczas przyjmowania uśrednionych wartości przebiegu sztywności zazębienia – przebiegów 2D. Wykres płaszczyzny sztywności przedstawia, jak drastycznie zmienia się sztywność zazębienia w zależności od współrzędnej osiowej i szerokości zęba. Wskazane jest, by w obliczeniach, gdzie zostaną wykorzystane wyniki z prezentowanej metodologii, opierać się na wartościach opisujących sztywność kontaktu jako płaszczyznę trójwymiarową.

W artykule [1] autorzy opisują przemieszczenie zazębienia jako sumę przemieszczenia linii kontaktu, całej objętości zęba z uwzględnieniem podzębia oraz przemieszczenia samego zęba. W prezentowanym rozwiązaniu została zaprezentowana taka konwencja. Dlatego na diagramie przedstawiającym wykres płaszczyzny sztywności można zauważyć nierównomierności. Wynikają one z metodologii badania, gdyż pomimo zastosowania gęstej siatki i wysokiej sztywności kontaktu, lokalizacja styku dwóch kół zębatach uzyskuje większe przemieszczenia.

## LITERATURA

- [1] Alves J.T., Guingand M., Vaujany J.P.: *Set of functions for the calculation of bending displacements for bevel gear teeth*. Mechanism and Machine Theory, 2010, pp. 349-363.
- [2] Cai Y., Hayashi T.: *The Linear Approximated Equation of Vibration of a Pair of Spur Gears (Theory and Experiment)*, Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 1994, pp. 558-564.
- [3] Gao Q., Tanabe M., Nishihara K.: *Contact-impact analysis of geared rotor system*, Journal of Sound and Vibration, 2009, pp. 463-475.
- [4] Skoć A.: *Dynamika przekładni zębatach stożkowych maszyn górniczych*, Gliwice 1996.
- [5] Skoć A.: *Prognozowanie właściwości dynamicznych przekładni zębatach stożkowych*, Gliwice 2007.
- [6] Yinong L., Guiyan L., Ling Z.: *Influence of asymmetric mesh stiffness on dynamics of spiral bevel gear transmission system*.