

Prof. dr hab. inż. Bogdan ZYGMUNT
Dr inż. Krzysztof MOTYL
Wojskowa Akademia Techniczna

DOI: 10.17814/mechanik.2015.7.321

ANIMACJA KOMPUTEROWA LOTU POCISKU RAKIETOWEGO W PAKIECIE MATHCAD

Streszczenie: Przedstawiono procedurę opracowywania animacji komputerowej lotu pocisku raketowego w pakiecie MathCad. Zaprezentowana procedura obejmuje budowanie dyskretnego modelu fizycznego i modelu matematycznego pocisku raketowego. Równania dynamiczne i kinematyczne opisujące ruch postępowy i obrotowy pocisku raketowego, stanowiące model matematyczny, zostały zaimplementowane w pakiecie MathCad. Na podstawie wyników uzyskanych z symulacji komputerowej opracowano animację lotu pocisku raketowego.

FLIGHT COMPUTER ANIMATION OF A ROCKET MISSILE IN MATHCAD

Abstract: A procedure for the development of computer animation missile flight in the Mathcad was presented. Presented procedure includes: building a discrete of physical model and mathematical model of the missile. The equations describing the dynamic and kinematic motion and rotational of the missile, which are its mathematical model has been implemented in the Mathcad. The simulation results were used to develop computer animation.

Słowa kluczowe: pocisk raketowy, model matematyczny, symulacja, animacja komputerowa

Keywords: rocket missile, mathematical model, simulation, computer animation

1. WPROWADZENIE

Podczas opracowywania konstrukcji pocisku raketowego przeprowadza się szereg badań. Część z nich to badania doświadczalne wykonanego prototypu pocisku lub jego modelu rzeczywistego. Badania doświadczalne należy poprzedzić badaniami teoretycznymi, wykorzystując istniejące narzędzia informatyczne. Pierwszy krok w badaniach teoretycznych polega na opracowaniu modelu fizycznego, matematycznego i numerycznego a następnie na przeprowadzeniu badań symulacyjnych. Takie rozwiązanie jest praktyczne z uwagi na koszty i nakłady materialne przeprowadzonych doświadczeń. Doświadczalne badania bezpośrednio na obiekcie rzeczywistym, przeprowadzane w końcowej fazie projektowania, umożliwiają uzyskanie najbardziej wiarygodnych wyników, lecz wymagają poniesienia niewspółmiernie większych kosztów w porównaniu z innymi rodzajami badań. W wielu przypadkach są to badania niezbędne, gdyż umożliwiają wyznaczenie np. podstawowych osiągow pod wpływem obciążeń dynamicznych w locie.

Jest obecnie regułą, że we wstępnej fazie projektowania posługujemy się metodami analitycznymi i teoretycznymi do oszacowania charakterystyk projektowanego pocisku raketowego. Jedną z najdokładniejszych i najtańszych metod są komputerowe badania symulacyjne, gdyż nie wymagają angażowania kosztownego sprzętu oraz rozległego poligonu raketowego. Podstawowym modelem umożliwiającym badanie właściwości dynamicznych ruchu pocisków raketowych jest przestrzenny model matematyczny, a uzasadnione jest to występowaniem istotnych sprzężeń bezwładnościowych przechodzących przez oś podłużną pocisku raketowego.

Środowisko MathCAD jest dość często stosowane do analizy właściwości dynamicznych niekierowanych i kierowanych pocisków raketowych. Umożliwia analizę numeryczną pełnego modelu matematycznego ruchu pocisku raketowego zbudowanego z układu nieliniowych równań różniczkowych oraz z dodatkowych równań algebraicznych. Dogodność stosowania tego programu polega na tym, że kod programowy wyrażeń algebraicznych nie różni się od zapisu wzorów matematycznych w podręcznikach czy na kartce papieru. Do podstawowych jego funkcji zaliczamy:

- obliczanie wyrażeń i funkcji w postaci pochodnych, całek i równań różniczkowych,
- wykonywanie obliczeń na symbolach, na wektorach i macierzach,
- wykonywanie obliczeń numerycznych i programowanie obliczeń,
- tworzenie animacji i wymiana danych z innymi programami,
- wygodne tworzenie wykresów,
- pełne wykorzystanie graficznego środowiska systemów Windows.

2. PROCEDURA MODELOWANIA FIZYCZNEGO I MATEMATYCZNEGO LOTU POCISKU RAKIETOWEGO

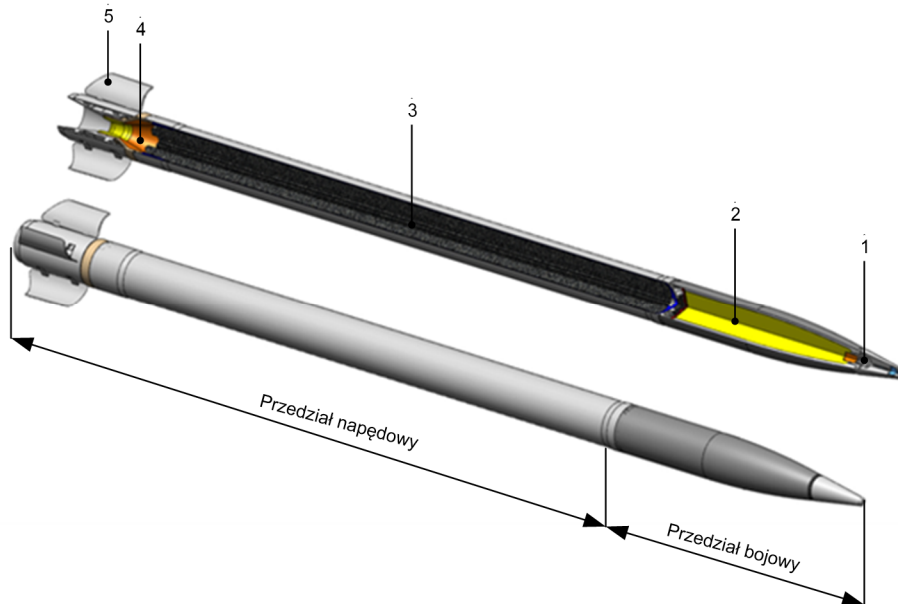
2.1. Model fizyczny pocisku raketowego

Obiektem modelowania matematycznego jest 122 mm niekierowany wirujący pocisk raketowy składający się z zapalnika, głowicy bojowej, silnika raketowego na stały materiał napędowy i czterech małych stateczników [6, 7]. Pociski raketowe tego typu wyrzeliwane są z 40 prowadnic rurowych stanowiących wyrzutnię zamontowaną na pojeździe kołowym. W chwili obecnej i najbliższej przyszłości w Wojskach Lądowych RP wycofywane będą wyrzutnie polowe BM-21 GRAD i RM-70, a zastąpią je wyrzutnie WR-40 LANGUSTA (rys. 1).



Rys. 1. Wyrzutnia polowa WR-40 LANGUSTA prezentowana na wystawie MSPO Kielce

Wyrzutnia raketowa LANGUSTA jest przeznaczona do strzelania następującymi pociskami raketowymi kalibru 122 mm: pociskiem raketowym odłamkowo-burzącym M-21OF, pociskami raketowymi FENIKS-Z o zwiększonej donośności: M-21 FHE z głowicą odłamkowo-burzącą SPALL (rys. 2) i M-21 FK z głowicą kasetową HESYT.



Rys. 2. Widok ogólny i przekrój 122 mm pocisku raketowego M-21 FHE (FENIKS-Z):
1 – zapalnik MRW-U; 2 – głowica SPALL; 3 – silnik raketowy; 4 – dysza; 5 – stateczniki

Przestrzenny tor lotu 122 mm pocisku raketowego składa się z dwóch odcinków: aktywnego i pasywnego. Pocisk raketowy z pracującym silnikiem raketowym opuszcza prowadnicę rurową z prędkością około 50 m/s i przemieszcza się na odcinku aktywnym w czasie około 2÷3 s do punktu, w którym następuje koniec pracy silnika raketowego. Bezpośrednio po wylocie pocisku z prowadnicy rozkładają się cztery brzechwy. Stabilizują one pocisk na torze, wymuszając odpowiedni ruch wirowy w celu zmniejszenia rozrzutu. Po zakończeniu pracy silnika raketowego pocisk raketowy porusza się torem balistycznym w kierunku celu.

Należy zaznaczyć, że przewód każdej prowadnicy ma bruzdę, wytłoczoną według linii śrubowej, z którą współpracuje wkręt prowadzący pocisku podczas ruchu pocisku w prowadnicy. W wyniku takiego wymuszenia obrotu pocisk zaczyna wirować wokół swej osi podłużnej, uzyskując odpowiednią prędkość obrotową, powodującą zmniejszenie wpływu niektórych zakłóceń działających w czasie lotu na pocisk raketowy, co w konsekwencji wywołuje zmniejszenie rozrzutu pocisku raketowego.

W procesie opracowywania modelu fizycznego 122 mm pocisku raketowego uwzględniono cechy mające istotny wpływ na analizowane zjawisko. Opracowanie modelu fizycznego pocisku wymagało przede wszystkim:

1. Przyjęcia układów współrzędnych niezbędnych do opisu ruchu pocisku oraz sił na niego działających.
2. Określenia struktury pocisku, czyli (tabela 1):
 - charakterystyk geometrycznych;
 - charakterystyk masowo-bezwładnościowych;
 - charakterystyk układów napędowych.
3. Wyznaczenia składowych sił zewnętrznych i momentów tych sił działających na pocisk wraz z funkcjami je opisującymi, czyli:

- siły ciężkości i jej momentu;
 - siły aerodynamicznej i jej momentu;
 - siły Coriolisa i jej momentu.
4. Określenia charakterystyk ośrodka ruchu obiektu, tzn.: gęstości, lepkości, temperatury, ciśnienia w zależności od wysokości lotu.

W tabeli 1 zamieszczono wyznaczone charakterystyki struktury pocisku raketowego obejmujące parametry geometryczne, masowo-bezwładnościowe i parametry silnika raketowego.

Tabela 1

Wartości liczbowe charakterystyk struktury 122 mm pocisku raketowego

| Charakterystyki dyskretnego modelu fizycznego pocisku raketowego | Wartość liczbową |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| Masa startowa pocisku raketowego m_0 [kg] | 60,51 |
| Masa paliwa m_{pal} [kg] | 24,8 |
| Masa pocisku po wypaleniu się paliwa m_k [kg] | 35,71 |
| Współrzędna położenia środka masy pocisku w chwili startu $x_{s,m}$ [m] | 1,317 |
| Współrzędna położenia środka masy pocisku bez paliwa $x_{s,mk}$ [m] | 1,145 |
| Masowy moment bezwładności pocisku w chwili startu I_{x0} [kgm ²] | 0,1445015 |
| Masowy moment bezwładności pocisku w chwili startu I_{y0} [kgm ²] | 34,0378047 |
| Masowy moment bezwładności pocisku w chwili startu I_{z0} [kgm ²] | 34,0378047 |
| Masowy moment bezwładności pocisku po wypaleniu się paliwa I_{xk} [kgm ²] | 0,09802673 |
| Masowy moment bezwładności pocisku po wypaleniu się paliwa I_{yk} [kgm ²] | 23,35557 |
| Masowy moment bezwładności pocisku po wypaleniu się paliwa I_{zk} [kgm ²] | 23,35557 |
| Długość pocisku raketowego L_p [m] | 2,671 |
| Średnica kadłuba d [m] | 0,1216 |
| Pole powierzchni przekroju poprzecznego kadłuba S_k [m ²] | 0,0116133 |
| Rozpiętość stateczników z częścią podkadłubową L_{st} [m] | 0,254 |
| Średni ciąg silnika raketowego [N] | 20 000 |
| Czas pracy silnika raketowego t_k [s] | 3 |

2.2. Model matematyczny pocisku raketowego

Równania stanowiące model matematyczny pocisku raketowego wyprowadzono w oparciu o twierdzenia zmiany pędu i krętu ciała o zmiennej masie. Skalarne równania opisujące pełny ruch przestrzenny pocisku raketowego zamieszczono poniżej:

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = \sum R_x \quad (1)$$

$$m \cdot V \cdot \cos\gamma \cdot \frac{d\kappa}{dt} = \sum R_y \quad (2)$$

$$-m \cdot V \cdot \frac{d\gamma}{dt} = \sum R_z \quad (3)$$

$$\frac{dx_g}{dt} = V \cdot \cos\gamma \cdot \cos\kappa \quad (4)$$

$$\frac{dy_g}{dt} = V \cdot \cos\gamma \cdot \sin\kappa \quad (5)$$

$$\frac{dz_g}{dt} = -V \cdot \sin\gamma \quad (6)$$

$$I_x \cdot \frac{dp}{dt} - (I_y - I_z) \cdot q \cdot r = L \quad (7)$$

$$I_y \cdot \frac{dq}{dt} - (I_z - I_x) \cdot p \cdot r = M \quad (8)$$

$$I_z \cdot \frac{dr}{dt} - (I_x - I_y) \cdot p \cdot q = N \quad (9)$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = q \cdot \cos\Phi - r \cdot \sin\Phi \quad (10)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = p + \tan\Theta \cdot (q \cdot \sin\Phi + r \cdot \cos\Phi) \quad (11)$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = (q \cdot \sin\Phi + r \cdot \cos\Phi) \cdot \sec\Theta \quad (12)$$

gdzie:

- g – przyspieszenie ziemskie,
- m – masa pocisku raketowego,
- V – prędkość środka masy obiektu względem ziemi,
- ρ – gęstość powietrza,
- α, β – odpowiednio: kąt natarcia i kąt ślizgu,
- γ, κ – odpowiednio: kąt pochylenia i odchylenia wektora prędkości obiektu;
- $\mu\alpha$ – kąt przechylenia układu 0xayaza,
- p, q, r – składowe prędkości kątovej Ω rakiety w układzie 0xyz odpowiednio wzdłuż osi x, y oraz z,
- I_x, I_y, I_z – momenty bezwładności rakiety względem osi: x, y, z układu współrzędnych związanego z obiektem 0xyz,
- L, M, N – odpowiednio: moment przechylający, pochylający i odchylający względem środka masy pocisku raketowego,
- R_x, R_y, R_z – odpowiednio: składowe wypadkowej siły działającej na pocisk,
- Θ, Ψ, Φ – odpowiednio: kąt pochylenia, odchylenia i przechylenia pocisku.

Dodatkowo należy uzupełnić ten układ równań różniczkowych zależnościami geometrycznymi między wprowadzonymi układami współrzędnych, równaniami dodatkowymi opisującymi współczynniki aerodynamiczne sił i momentów aerodynamicznych oraz funkcjami zmiany masy i ciągu silnika raketowego.

3. SYMULACJA KOMPUTEROWA LOTU POCISKU RAKIETOWEGO

3.1. Implementacja modelu matematycznego w pakiecie MathCad

Model matematyczny opisujący przestrzenny ruch pocisku raketowego w atmosferze składa się z układu 12 równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu. Aby uzyskać rozwiązanie wspomnianego układu równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu z warunkami brzegowymi, należy je zaimplementować w pakiecie MathCad. Do rozwiązania układu równań służą procedury: „rkfixed” lub „Rkadapt”. Wymienione procedury bazują na metodzie bezpośredniego całkowania krok po kroku – od nazwisk współautorów: Rungego–Kutty, w skrócie „rk”. Procedura „rkfixed”, która została wykorzystana w pracy, opiera się na metodzie o stałym kroku całkowania.

Przed zastosowaniem procedury „**rkfixed**” należy przygotować wektor pomocniczy **D** zawierający pochodne poszczególnych równań (rys. 3), mający postać: **D(t,Y)**, gdzie:
t – zmienna, względem której wykonywane jest różniczkowanie;
Y – wektor warunków początkowych nieznanymi wartości funkcji.
 Następnie możemy obliczyć układ równań różniczkowych, wykorzystując funkcję „**rkfixed**”, której zapis jest następujący:

$$A = rkfixed(Y, t_1, t_2, Lpunkt, D), \quad (13)$$

gdzie:

- A – macierz rozwiązań układu równań różniczkowych,
- Y – wektor warunków początkowych n-elementowy,
- t₁ – wartość początkowa zmiennej,
- t₂ – wartość końca przedziału zmiennej, dla której są obliczane wartości funkcji,
- Lpunkt – liczba punktów, dla których są obliczane wartości funkcji,
- D – wektor n-elementowy zawierający pierwsze pochodne nieznanymi funkcji.

$$Y := \begin{pmatrix} v_0 \\ \gamma \\ x_p \\ z_p \\ q \\ \theta \end{pmatrix} \quad D(t, Y) := \begin{bmatrix} \frac{1}{mp(t)} \left[P(t) \cdot \cos(Y_5 - Y_1) - Cx(Y_5, Y_1) \cdot \frac{\rho(-Y_3) \cdot (Y_0)^2}{2} \cdot S - mp(t) \cdot gz(-Y_3) \cdot \sin(Y_1) \right] \\ \frac{-1}{mp(t) \cdot Y_0} \left[-P(t) \cdot \sin(Y_5 - Y_1) - Cz(Y_5, Y_1) \cdot \frac{\rho(-Y_3) \cdot (Y_0)^2}{2} \cdot S + mp(t) \cdot gz(-Y_3) \cdot \cos(Y_1) \right] \\ Y_0 \cdot \cos(Y_1) \\ -Y_0 \cdot \sin(Y_1) \\ \left[Cm(Y_5, Y_1, Y_4, Y_0) \cdot \frac{\rho(-Y_3) \cdot (Y_0)^2}{2} \cdot S \cdot lp \right] \cdot \frac{1}{IY(t)} \\ Y_4 \end{bmatrix}$$

Rys. 3. Zapis wektora warunków początkowych i układu równań różniczkowych opisujących ruch pocisku raketowego w płaszczyźnie pionowej w pakiecie MathCad

Aby rozwiązać powyższy układ równań różniczkowych, należy utworzyć wektor wartości funkcji dla wartości początkowych zmiennej. Wspomniane warunki początkowe (brzegowe) umieszczamy w wektorze warunków początkowych **Y** (rys. 3). Warunki początkowe dotyczą: prędkości pocisku, kąta pochylenia i odchylenia wektora prędkości, współrzędnych stanowiska ogniowego $0x_0y_0z_0$, prędkości kątowej w kącie pochylenia, odchylenia i przechylenia pocisku, kątów pochylenia, odchylenia i przechylenia bryły pocisku raketowego.

Funkcja „**rkfixed**” zwraca macierz **A**, której kolumny zawierają (rys. 4):

- I kolumna – wartości zmiennych (czas),
- II kolumna – wartości pierwszej funkcji, będącej rozwiązaniem równania różniczkowego,
-
- N-ta kolumna – wartości n-tej funkcji, będącej rozwiązaniem równania różniczkowego.

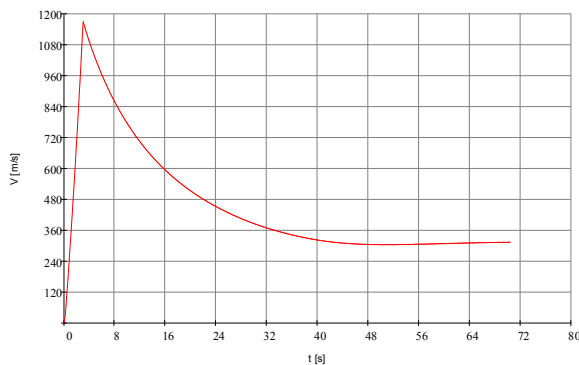
+

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------|-------|---------|-------|--------------------|---------------------|--------|-------|
| 192 | 24.96 | 585.86 | 0.637 | $1.358 \cdot 10^4$ | $-1.327 \cdot 10^4$ | -0.013 | 0.641 |
| 193 | 25.09 | 584.491 | 0.635 | $1.364 \cdot 10^4$ | $-1.332 \cdot 10^4$ | -0.013 | 0.639 |
| 194 | 25.22 | 583.131 | 0.633 | $1.37 \cdot 10^4$ | $-1.336 \cdot 10^4$ | -0.013 | 0.638 |
| 195 | 25.35 | 581.779 | 0.632 | $1.376 \cdot 10^4$ | $-1.341 \cdot 10^4$ | -0.013 | 0.636 |
| 196 | 25.48 | 580.436 | 0.63 | $1.382 \cdot 10^4$ | $-1.345 \cdot 10^4$ | -0.013 | 0.634 |
| 197 | 25.61 | 579.1 | 0.628 | $1.389 \cdot 10^4$ | $-1.35 \cdot 10^4$ | -0.013 | 0.632 |
| 198 | 25.74 | 577.773 | 0.626 | $1.395 \cdot 10^4$ | $-1.354 \cdot 10^4$ | -0.013 | 0.631 |
| A = 199 | 25.87 | 576.454 | 0.624 | $1.401 \cdot 10^4$ | $-1.359 \cdot 10^4$ | -0.014 | 0.629 |
| 200 | 26 | 575.142 | 0.623 | $1.407 \cdot 10^4$ | $-1.363 \cdot 10^4$ | -0.014 | 0.627 |
| 201 | 26.13 | 573.839 | 0.621 | $1.413 \cdot 10^4$ | $-1.367 \cdot 10^4$ | -0.014 | 0.625 |
| 202 | 26.26 | 572.543 | 0.619 | $1.419 \cdot 10^4$ | $-1.372 \cdot 10^4$ | -0.014 | 0.624 |
| 203 | 26.39 | 571.255 | 0.617 | $1.425 \cdot 10^4$ | $-1.376 \cdot 10^4$ | -0.014 | 0.622 |
| 204 | 26.52 | 569.975 | 0.615 | $1.431 \cdot 10^4$ | $-1.38 \cdot 10^4$ | -0.014 | 0.62 |
| 205 | 26.65 | 568.702 | 0.614 | $1.437 \cdot 10^4$ | $-1.384 \cdot 10^4$ | -0.014 | 0.618 |
| 206 | 26.78 | 567.437 | 0.612 | $1.443 \cdot 10^4$ | $-1.389 \cdot 10^4$ | -0.014 | 0.617 |
| 207 | 26.91 | 566.179 | 0.61 | $1.449 \cdot 10^4$ | $-1.393 \cdot 10^4$ | -0.014 | ... |

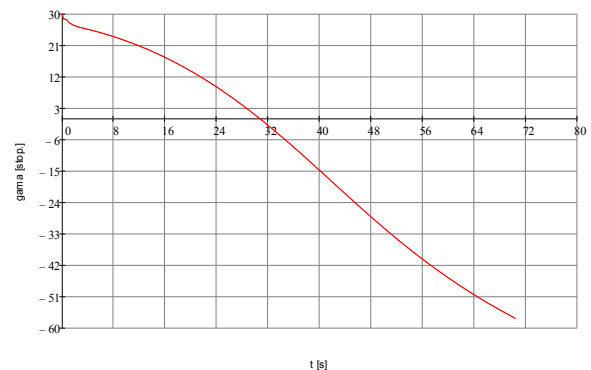
Rys. 4. Tabela z wynikami uzyskanymi z symulacji komputerowej lotu pocisku raketowego w płaszczyźnie pionowej

3.2. Analiza numeryczna podstawowych parametrów lotu pocisku raketowego

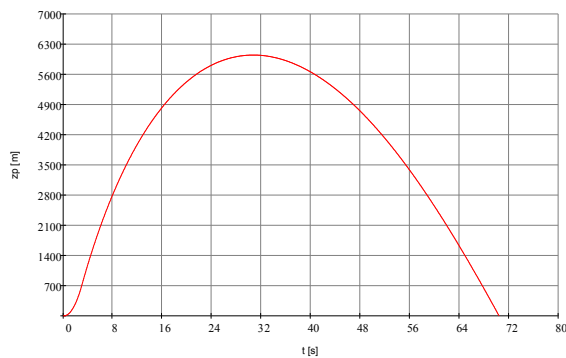
Najlepiej przedstawić funkcje rozwiązania na wykresach. Możemy to zrobić, wywołując polecenie Insert/Graph/X-Y Plot, i przypisać do wykresów odpowiednie kolumny macierzy A. Poniżej przedstawiono wybrane parametry lotu pocisku raketowego w płaszczyźnie pionowej uzyskane z symulacji komputerowej dla kąta startu $\gamma = 30^\circ$.



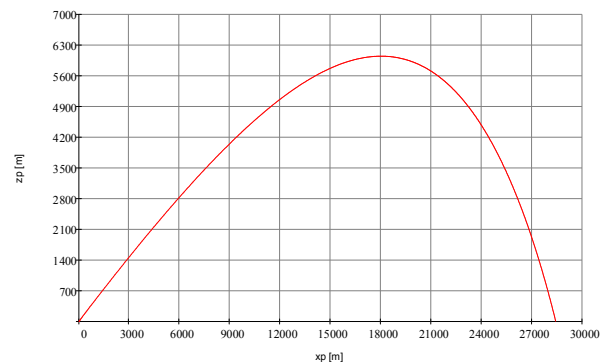
Rys. 5. Zmiana prędkości lotu pocisku w czasie



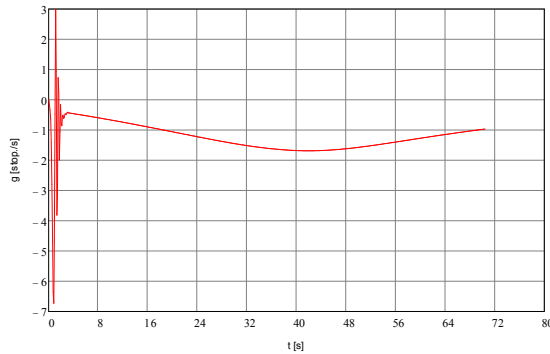
Rys. 6. Zmiana kąta pochylenia wektora prędkości pocisku w czasie



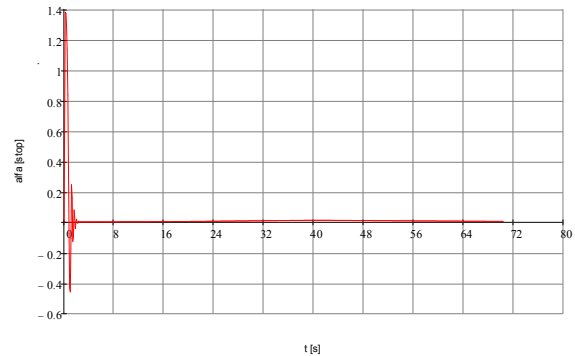
Rys. 7. Zmiana wysokości lotu pocisku w czasie



Rys. 8. Trajektoria lotu pocisku raketowego



Rys. 9. Zmiana prędkości kątowej pocisku raketowego w czasie

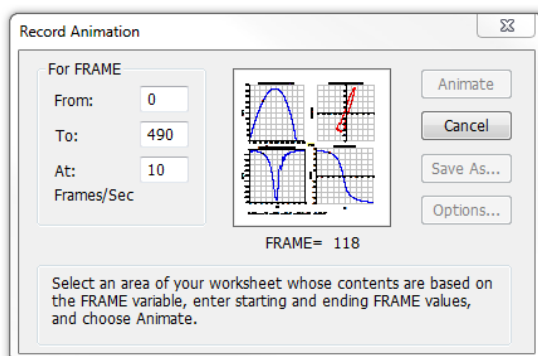


Rys. 10. Zmiana kąta natarcia pocisku raketowego w czasie

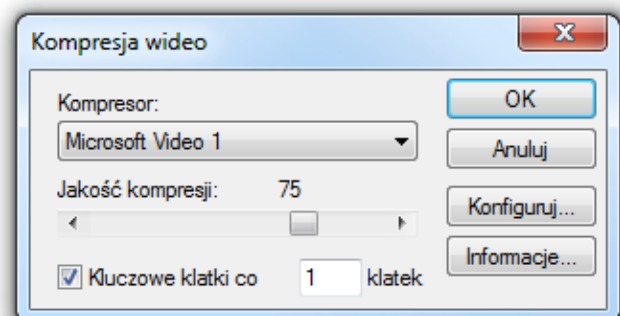
4. ANIMACJA KOMPUTEROWA LOTU POCISKU RAKIETOWEGO

Podczas opracowywania animacji komputerowej lotu pocisku raketowego w oparciu o pakiet MathCad należy użyć zmiennej wbudowanej FRAME (klatka filmowa). Przy tworzeniu animacji trzeba wykonać następujące czynności:

- należy wpisać zakres zmienności zmiennej x , uwzględniając zmienną FRAME;
- zapisać odpowiednio: wzór funkcji, wyrażenie, wzór;
- wywołać polecenie View/Animate i ustawić parametry symulacji (rys. 11);
- From – podać pierwszą wartość zmiennej FRAME;
- To – podać ostatnią wartość zmiennej FRAME;
- At – podać prędkość animacji (Frames/Sec);
- [Animate] – rozpoczyna nagrywanie animacji;
- [Cancel] – zamyka okno dialogowe;
- [Save as] – zachowuje animację na dysku w formacie multimedialnym;
- [Options] – określa parametry kompresji, gdyż animacja zajmuje dużo miejsca na dysku (rys. 12);
- zaznaczyć przeciągnięciem myszy obszar wykresu (najlepiej cały), w którym ma zachodzić animacja;
- wcisnąć przycisk Animate, aby zaobserwować animację wewnątrz okna dialogowego Animate.



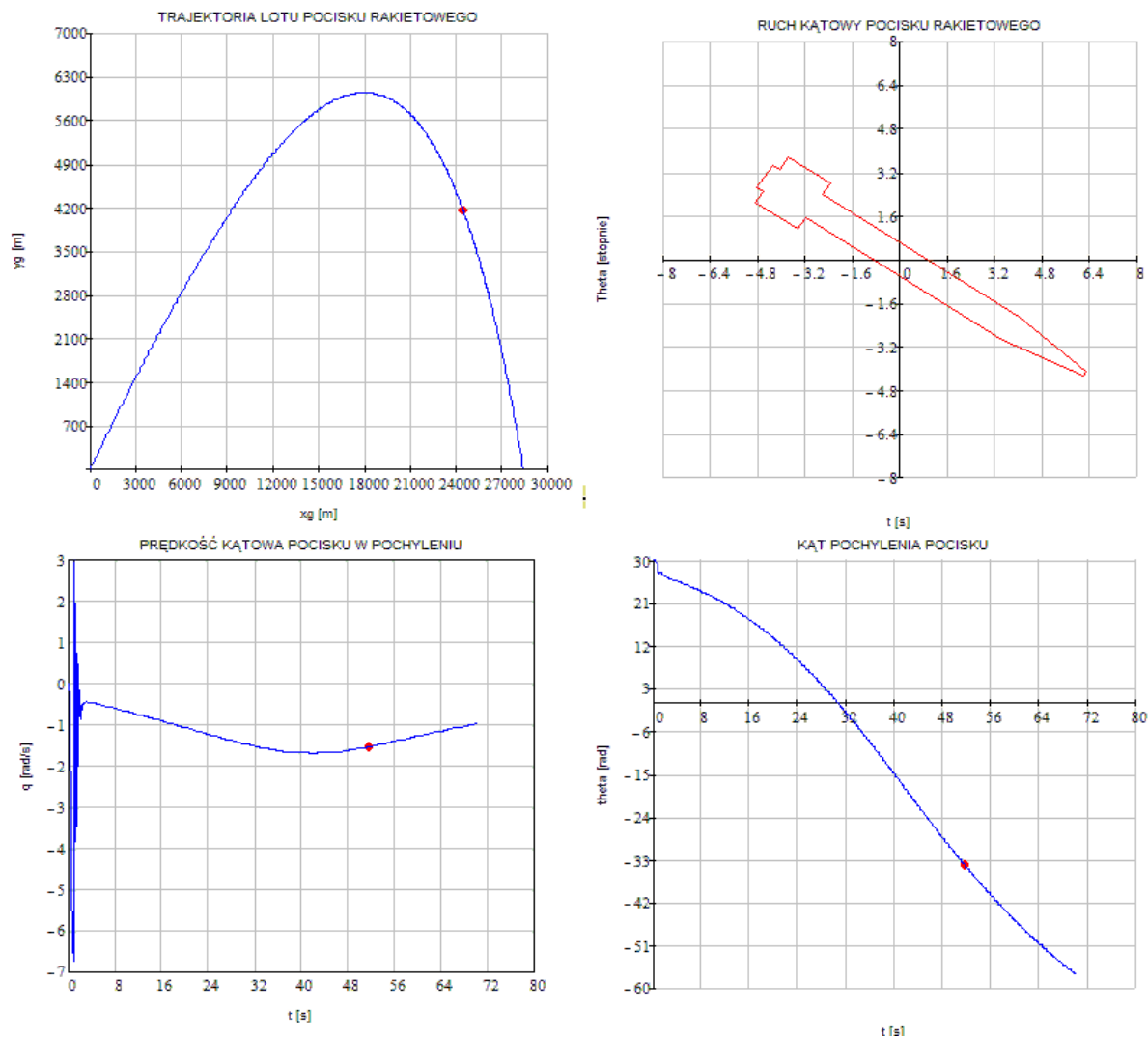
Rys. 11. Okno dialogowe View/Animate



Rys. 12. Okno dialogowe Compressor Options

Po zakończeniu nagrywania animacji pojawia się okno dialogowe Playback, które umożliwia odtwarzanie animacji. W oknie tym wyświetlany jest obszar, w którym przeprowadzona jest animacja. Na jego dole są umieszczone dwa przyciski (do rozpoczęcia i do otwarcia nowego pliku animacji z dysku) oraz suwak, za pomocą którego można przesunąć się do dowolnej

klatki. Animację można obejrzeć po załadowaniu pliku z dysku za pomocą drugiego przycisku i uruchomieniu animacji za pomocą pierwszego przycisku (rys. 13).



Rys. 13. Gotowa animacja lotu pocisku raketowego w płaszczyźnie pionowej

5. PODSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE

1. Pakiet MathCAD jest dość często stosowany do analizy właściwości dynamicznych niekierowanych i kierowanych pocisków raketowych. Umożliwia analizę numeryczną pełnego modelu matematycznego ruchu pocisku raketowego zbudowanego z układu nieliniowych równań różniczkowych oraz z dodatkowych równań algebraicznych.
2. Dogodność stosowania tego programu polega na tym, że kod programowy wyrażeń algebraicznych nie różni się od zapisu wzorów matematycznych w podręcznikach czy na kartce papieru.
3. Na podstawie wyników uzyskanych z symulacji komputerowej opracowano animację lotu pocisku raketowego. Daje to możliwość lepszego zrozumienia i zbadania danego zagadnienia naukowego.

4. Wyniki pracy wykazały wysoką przydatność pakietu obliczeniowego MathCAD do wyznaczania charakterystyk dynamicznych pocisków raketowych, szczególnie w układzie przestrzennym 6DoF.

LITERATURA

- [1] Gacek J.: *Modelowanie i badanie dynamicznych właściwości obiektów balistycznych*, WAT, Warszawa, 1992.
- [2] Gacek J.: *Balistyka zewnętrzna, cz. I. Modelowanie zjawisk balistyki zewnętrznej i dynamiki lotu*, Warszawa, 1997.
- [3] Gacek J.: *Balistyka zewnętrzna, cz. II. Analiza dynamicznych właściwości obiektów w locie*, WAT, Warszawa, 1998.
- [4] Zygmunt B., Motyl K.: *Komputerowe wspomaganie procesu modelowania lotu pocisku raketowego w pakiecie MathCad*, „Mechanik” nr 7, CD-ROM 973-980 (2011).
- [5] Zygmunt B., Motyl K., Olejniczak E., Rasztabiga T.: *Eksperymentalna weryfikacja modelu matematycznego lotu rakiety naddźwiękowej*, XVIII Międzynarodowa Szkoła Komputerowego Wspomagania Projektowania, Wytwarzania i Eksploatacji, Jurata, 12-16.05.2014, s. 365-374; „Mechanik”, 2014, 7, 735-744.
- [6] Florczak B., Cholewiak A., Białek M.: *Badania nad opracowaniem materiału pędnego stałego do demonstratora 122 mm pocisku raketowego o wydłużonym zasięgu*, X Międzynarodowa Konferencja Uzbrojeniowa NATU 2014, Ryn, 15-18.09.2014, s. 358-375.
- [7] Florczak B. i in.: *Opracowanie technologii i badania balistyczne zespołu napędowego do 122 mm pocisku raketowego o wydłużonym zasięgu*, „Problemy Mechatroniki”.
- [8] Zygmunt B.: *Modernizacja ładunku napędowego do pocisku raketowego GRAD (M21)*, Konferencja *Badania i rozwój materiałów konstrukcyjnych oraz podstaw technologii wyrobów uzbrojenia*, Kołobrzeg 21-22.04.1997, s. 31-33.
- [9] Jakubowski K.: *MathCad 2000 Professional*, Wydawnictwo EXIT, 2000.