

# Analiza metod modelowania dynamicznej charakterystyki procesu skrawania

## Analysis of methods for modeling the dynamic characteristics of the cutting process

DOMINIKA ŚNIEGULSKA-GRĄDZKA  
MIROSLAW NEJMAN  
KRZYSZTOF JEMIELNIAK \*

DOI: 10.17814/mechanik.2016.10.406

Dynamiczna charakterystyka procesu skrawania wyznaczana jest na podstawie modelu siły w funkcji parametrów w warunkach statycznych. Najczęściej stosowane są modele Altintasa i Kienzle. W artykule przedstawiono zależność między tymi modelami. **SŁOWA KLUCZOWE:** dynamiczna charakterystyka procesu skrawania, drgania samowzбудne

*The dynamic characteristics of the cutting process which is determined on the base of a model of cutting force in steady state conditions. The most often used are Altintasa and Kienzle models. The paper presents correlation between these models. **KEYWORDS:** the dynamic characteristics of the cutting process, self-excited vibrations*

Jednym z istotnych zjawisk mających negatywny wpływ na proces skrawania i wyniki obróbki jest występowanie drgań samowzbudnych. Stąd konieczność określania granicy stabilności, zależnej od charakterystyki procesu skrawania oraz układu masowo-sprężysto-tłumiącego (MST).

Dynamiczna charakterystyka procesu skrawania (DCPS), czyli zależność zmiennej składowej siły skrawania od zmian chwilowych warunków skrawania, jest przedmiotem zainteresowania badaczy od kilkadziesiąt lat [4, 7, 6]. W najprostszej postaci (bez uwzględnienia tłumienia procesu skrawania [1, 7]) jest liniową zależnością dynamicznej składowej siły skrawania  $F_{fd}$  od zmiennej składowej grubości warstwy skrawanej (WS)  $h_d$ :

$$F_{fd} = bh_d k_{fd} \quad (1)$$

gdzie:  $F_{fd}$  – dynamiczna składowa siły posuwowej,  $b$  – szerokość warstwy skrawanej,  $k_{fd}$  – dynamiczny opór właściwy skrawania w N/mm<sup>2</sup>,  $h_d$  – zmienna składowa grubości WS.

Kluczową wielkością jest tu dynamiczny opór właściwy skrawania, będący współczynnikiem wzmocnienia w równaniach opisujących granicę stabilności. Przykładowo dla układu MST o jednym stopniu swobody minimalna graniczna szerokość WS może być opisana zależnością [6]:

$$b_{grmin} = \frac{c\omega_0}{k_{fd}} \quad (2)$$

gdzie:  $c$  – współczynnik tłumienia układu MST,  $\omega_0$  – częstotliwość drgań własnych układu MST.

Dynamiczny opór właściwy skrawania jest wyznaczany na podstawie zależności siły posuwowej od grubości WS w warunkach statycznych (bez drgań samowzbudnych).

\* Dr inż. Dominika Śniegulska-Grądzka (d.gradzka@yahoo.pl), dr inż. Mirosław Nejman (m.nejman@zaoios.pw.edu.pl), prof. dr hab. inż. Krzysztof Jemielniak (k.jemielniak@wip.pw.edu.pl) – Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Produkcji

### Modelowanie dynamicznego oporu właściwego skrawania

Współcześnie jednym z najbardziej rozpowszechnionych sposobów modelowania sił skrawania, wykorzystywanym do wyznaczania dynamicznych współczynników sił skrawania (DWSS), jest model liniowy Altintasa [3, 4], w którym siła skrawania  $F_f$  składa się ze składowej pochodzącej od „rozcinania” materiału, proporcjonalnej do długości krawędzi skrawającej, i składowej pochodzącej od tworzenia wióra, proporcjonalnej do przekroju warstwy skrawanej:

$$F_f = F_{fe} + F_{fc} = bk_{fe} + bhk_{fc} \quad (3)$$

gdzie:  $F_f$  – siła posuwowa,  $F_{fe}$  – składowa siły,  $F_{fc}$  – składowa siły,  $F_f$  działająca na krawędź skrawającą,  $k_{fe}$  – współczynniki siły skrawania.

Uderza tu brak powszechnie znanego wpływu grubości WS na kąt ścinania  $\varphi$ , a przez to na siłę skrawania. Jest to więc uproszczenie modelu Dasa-Tobiasa (UMChart) [4], w którym zamiast pola przekroju poprzecznego WS:  $bh$  występuje pole powierzchni ścinania:  $bh\sin(\varphi)$ . Zaletą modelu Altintasa jest jednakże łatwość jego wykorzystania w analizie stabilności, gdzie siłę skrawania opisuje się jako sumę składowej statycznej i dynamicznej:

$$F_f = F_{f0} + F_{fd} = b(k_{fe} + h_0 k_{fc}) + bh_d k_{fc} \quad (4)$$

Jak widać, dynamiczny opór właściwy skrawania  $k_{fd}$  jest wprost równy współczynnikowi  $k_{fc}$ .

Modelem dokładniej odwzorowującym zależność siły skrawania od grubości WS jest model Kienzle [8]:

$$F_f = C_f b h^{y_f} \quad (5)$$

gdzie:  $C_f$ ,  $y_f$  – stałe.

Dla wyznaczenia dynamicznego oporu właściwego skrawania  $k_{fd}$ , zależność tę trzeba zlinearyzować w punkcie pracy, tj. dla nominalnej (statycznej) grubości WS  $h_0$  [6]:

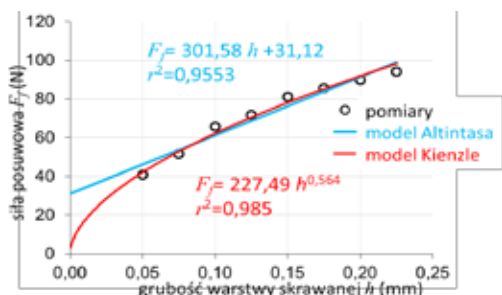
$$k_{fd} = C_f y_f h_0^{(y_f-1)} \quad (6)$$

Składowa statyczna jest oczywiście opisana zależnością:

$$F_{f0} = C_f b h_0^{y_f} \quad (7)$$

a dynamiczna – wzorem (1).

Różnice między tymi modelami zostały zilustrowane w oparciu o dane Altintasa [3] – rys. 1.



Rys. 1. Zależności  $F_f(h)$  według modelu Altintasa i Kienzle

Jak widać, model Kienzle lepiej oddaje pomiary siły skrawania, jednakże współczynnik korelacji  $r^2$  dla tego modelu nie jest znacznie wyższy niż dla modelu Altintasa. Dynamiczny opór właściwy skrawania według pierwszego modelu jest zależny od punktu pracy – nominalnej grubości warstwy skrawanej (patrz wzór 5 i dane na rys. 1):

$$k_{fd} = 128,19h_0^{-0,436} \quad (8)$$

Dla modelu Altintasa jest on stały i wynosi 301,58 N/mm<sup>2</sup>. Sposób modelowania współczynnika  $k_{fd}$  ma istotny wpływ na wartość obliczanej granicy stabilności.

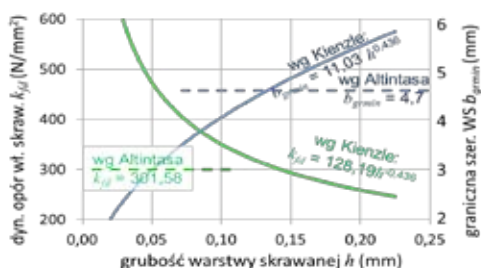
### Wpływ modelowania dynamicznego oporu właściwego skrawania na obliczaną granicę stabilności

W celu zilustrowania wpływu modelowania dynamicznego oporu właściwego skrawania na obliczaną granicę stabilności przyjęto przykładowe dane układu MS o jednym stopniu swobody: masa  $m = 100$  kg, współczynnik tłumienia  $c = 2$  Ns/mm, sztywność  $k = 50$  kN/mm, częstość drgań własnych  $\omega_0 = 707,1$  rad/s. Podstawiając te dane oraz zależność (6) do wzoru (2), otrzymuje się zależność granicy stabilności od grubości WS według modelu Kienzle:

$$b_{grmin} = 11,03h^{0,436} \quad (9)$$

W modelu Altintasa jest ona stała i wynosi 4,7 mm.

Na rys. 2 zestawiono wartości dynamicznych współczynników siły skrawania  $k_{fd}$  oraz graniczne szerokości WS  $b_{grmin}$  otrzymane według obu modeli. Jak widać, mimo iż modele sił skrawania wydają się niezbyt odległe (rys. 1), ich wpływ na obliczaną granicę stabilności jest bardzo znaczny.



Rys. 2. Zależność dynamicznych współczynników siły skrawania  $k_{fd}$  oraz granicznej szerokości WS  $b_{grmin}$  w modelu Altintasa i Kienzle

### Przekształcenie modelu Altintasa w model Kienzle i odwrotnie

W wielu pracach badawczych na temat dynamiki procesu skrawania występuje potrzeba skorzystania z danych literaturowych. Wygodne byłoby przeliczanie obu modeli

między sobą. W celu znalezienia stałych modelu Altintasa z modelu Kienzle należy zapisać całkowitą siłę skrawania według tego drugiego, zlinearyzowaną w punkcie pracy (wzory 1, 6 i 7):

$$F_f = F_{f0} + F_{fd} = C_f b h_0^{y_f} + b h_d k_{fd} = F_{f0} \left(1 + y_f \frac{h_d}{h_0}\right) \quad (10)$$

Siłę na krawędzi skrawającej  $F_{fe}$  można wyznaczyć podstawiając do powyższego wzoru:

$$F_{fe} = b k_{fe} = F_{f0} (1 - y_f) = C_f b (1 - y_f) h_0^{y_f} \quad (11)$$

$$\text{stąd:} \quad k_{fe} = C_f (1 - y_f) h_0^{y_f} \quad (12)$$

Oczywiście  $k_{fc} = k_{fd}$ , co wynika z zależności (6).

W celu wyznaczenia modelu Kienzle (5) na podstawie danych z modelu Altintasa (3) należy podzielić przez siebie oba współczynniki Altintasa, czyli zależność (12) przez (6):

$$\frac{k_{fe}}{k_{fc}} = \frac{C_f (1 - y_f) h_0^{y_f}}{C_f y_f h_0^{(y_f - 1)}} = \frac{(1 - y_f) h_0^{y_f}}{y_f h_0^{(y_f - 1)}} = \frac{(1 - y_f) h_0}{y_f} \quad (13)$$

$$\text{stąd:} \quad y_f = \frac{k_{fc} h_0}{k_{fe} + k_{fc} h_0} = \frac{h_0}{\frac{k_{fe}}{k_{fc}} + h_0} \quad (14)$$

$$\text{a korzystając z (6):} \quad C_f = \frac{k_{fc}}{y_f h_0^{(y_f - 1)}} \quad (15)$$

Ponieważ wartości współczynników Kienzle zależą od przyjętego punktu pracy, dobrze jest przyjąć wartość  $h_0$  z połowy interesującego zakresu. W omawianym przykładzie (rys. 1) po podstawieniu  $h_0 = 0,125$  do (14) i (15) otrzymuje się  $y_f = 0,55$  oraz  $C_f = 215$ , czyli wartości zbliżone do oryginalnych ( $y_f = 0,564$  oraz  $C_f = 227,49$ , patrz rys. 1).

### Podsumowanie

W artykule wykazano, że dwa najczęściej stosowane sposoby modelowania dynamicznej charakterystyki procesu skrawania da się wzajemnie na siebie przeliczać. Wykazano, że modele nie są równoważne, a przyjęcie uproszczonego modelu Altintasa ma istotny wpływ na wyznaczną granicę stabilności.

**Badania realizowane w ramach projektu „System ekspercki projektowania procesu obróbki skrawaniem elementów lotniczych – CYBERTECH”, Nr POIR.01.02.00-00-0013/15, Program Operacyjny Inteligentny Rozwój.**

### LITERATURA

- Altintas Y., Eynian M., Onozuka H. „Identification of dynamic cutting force coefficients and chatter stability with process damping”. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. Vol. 57 (2008): pp. 371÷374.
- Altintas Y., Kilic Z.M. „Generalized dynamic model of metal cutting operations”. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. Vol. 62. (2013): pp. 47÷50.
- Altintas Y. „Machining Process Modeling, Machine Tap Testing and Chatter Vibration Avoidance”. *Manufacturing Automation Laboratory*. University of British Columbia, Vancouver, Canada, 2002.
- Budak E., Altintas Y., Armarego E.J.A. „Prediction of Milling Force Coefficients From Orthogonal Cutting Data”. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*. Vol. 118. (1996): pp. 216÷224.
- Budak E., Tunc, L.T. „Identification and Modeling of Process Damping in Turning and Milling Using a New Approach”. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. Vol. 59. (2010): pp. 403÷408.
- Das M.K., Tobias S.A. „The Relation Between the Static and the Dynamic Cutting of Metals”. *Int. J. Mach. Tool Des. Res.* Vol. 7 (1967): pp. 63÷89.
- Jemiłniak K. „Modelling of Dynamic Cutting Coefficients in Three-Dimensional Cutting”. *Int. J. Mach. Tools Manufact.* Vol. 32, Iss. 4 (1992): pp. 509÷519.
- Kienzle O., Victor H. „Spezifische schnittkräfte bei der metallbearbeitung”. *Werkstofftechnik und Maschinenbau*. Vol. 47, Nr 5 (1957): pp. 224÷225.