

Szacowanie niepewności pomiaru w budowie maszyn. Budżet niepewności

Evaluation of measurement uncertainty in mechanical engineering. Uncertainty budget

WŁADYSŁAW JAKUBIEC
WOJCIECH PŁOWUCHA
PAWEŁ ROSNER*

DOI: 10.17814/mechanik.2016.12.567

Omówiono procedurę szacowania niepewności pomiaru oraz istotne elementy współczesnego podejścia do szacowania niepewności. Wyjaśniono pojęcie rozdzielczości przyrządów ze wskazaniem analogowym i cyfrowym. Podano najczęściej stosowane rozkłady jako modele błędów pomiaru. Na przykładzie odchyłki długości płytki wzorcowej uzasadniono wykorzystanie rozkładów antymodalnych.

SŁOWA KLUCZOWE: niepewność pomiaru, mikrometr, rozkład prawdopodobieństwa, budżet niepewności

Procedure of uncertainty evaluation is described. Important issues of up-to-date approach to uncertainty evaluation are explained. The term resolution of analogue and digital indication measuring instruments is explained. The probability distributions most often used for error modelling are given. On the example of gauge block length deviation the reasons for using antimodal distributions are explained.

KEYWORDS: measurement uncertainty, micrometer, probability distribution, uncertainty budget

Niedługo minie 20 lat od opublikowania polskiej wersji [1] światowego dokumentu regulującego problematykę szacowania niepewności pomiaru, znanego pod nazwą *przewodnik*, *guide* lub *GUM* [2]. W międzyczasie w ramach serii norm dotyczących specyfikacji geometrii wyrobów pojawiła się również norma dotycząca szacowania niepewności, znana pod nazwą PUMA [3] – ten skrót pochodzi od „Procedure for Uncertainty Management”. Z powodu słowa *management* zawartego w tytule normy jest ona często ignorowana i zaliczana do norm z zakresu zarządzania, chociaż faktycznie należy do obszaru specyfikacji geometrii wyrobów (GPS).

Pomiary wykonywane w przemyśle budowy maszyn oczywiście mają ścisły związek z zarządzaniem jakością. We wszystkich dokumentach dotyczących zarządzania, w tym w każdej wersji normy ISO 9001 [4–6], zawarte jest mniej lub bardziej rygorystyczne wymaganie, które można sprowadzić do stwierdzenia, że niepewność pomiaru, na podstawie którego kwalifikuje się wyrób jako spełniający wymagania, powinna być znana i pozostawać w odpowiedniej relacji do tolerancji mierzonych charakterystyki.

Problematyka niepewności pomiaru występuje w podręcznikach akademickich [7–9], jednak wciąż jest zaliczana do zaawansowanych zagadnień metrologicznych. Autorzy niniejszego artykułu postanowili przełamać ten stereotyp. Artykuł przedstawia ogólny schemat postępowania przy szacowaniu niepewności pomiaru bezpośredniego, przeprowadzonego z użyciem prostego, uniwersalnego przyrządu pomiarowego.

* Dr hab. inż. Władysław Jakubiec prof. ATH (wjakubiec@ath.bielsko.pl), dr inż. Wojciech Płowucha (wpłowucha@ath.bielsko.pl), mgr inż. Paweł Rosner (prosnier@ath.bielsko.pl) – Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej

Niepewność pomiaru i jej składniki

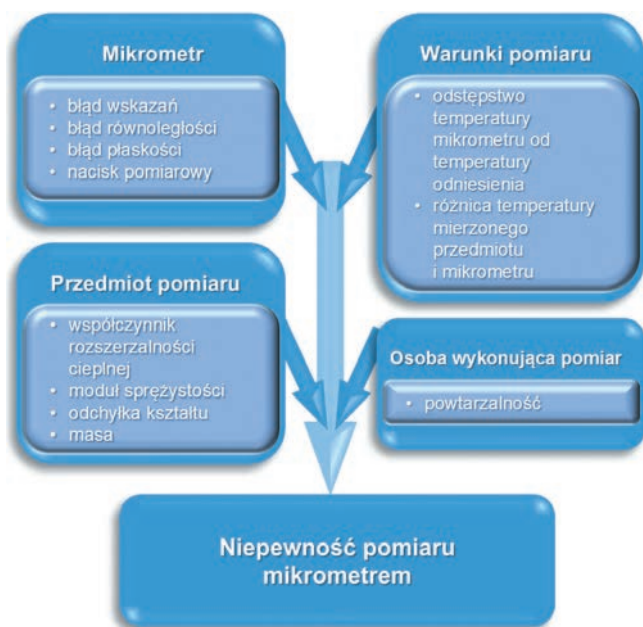
W celu uniknięcia nieporozumień przewodnik [1, 2] wprowadza dwa pojęcia dotyczące niepewności pomiaru. Są to *niepewność standardowa* i *niepewność rozszerzona*. To, co w budowie maszyn rozumie się przez pojęcie niepewności pomiaru, to niepewność rozszerzona, czyli wartość U określająca symetryczny przedział wokół wyniku pomiaru $\pm U$, który z wysokim prawdopodobieństwem P (zwykle uważa się, że $P = 0,95$) zawiera wartość rzeczywistą mierzonych wielkości. Niepewność standardowa u to odchylenie standardowe błędu pomiaru traktowanego jako zmienna losowa.

Jeżeli rozkład prawdopodobieństwa błędu pomiaru nie różni się istotnie od rozkładu normalnego (a tak jest w większości przypadków), to pomiędzy niepewnością rozszerzoną U a niepewnością standardową u zachodzi (przynajmniej w przybliżeniu) związek $U = 2u$. Dla ścisłości należy dodać, że zakłada się, iż wynik pomiaru nie jest obciążony błędem systematycznym – w praktyce oznacza to, że ewentualne istotne oddziaływania, które mogą takie błędy powodować, zostały skompensowane.

Na niepewność pomiaru ma wpływ wiele czynników. W analizach wygodnie jest brać pod uwagę cztery grupy czynników (norma [3] wymienia dziesięć grup): wyposażenie pomiarowe, warunki pomiaru (zwłaszcza warunki środowiskowe), osobę wykonującą pomiar i przedmiot pomiaru (rys. 1). Ponieważ na niepewność pomiaru wpływają różne czynniki, nie powinno się mówić o niepewności pomiaru przyrządu, lecz o **niepewności pomiaru przyrządem** (np. mikrometrem), przy czym należy to rozszerzyć o dodatkowe informacje dotyczące:

- wyposażenia/przyrządu (np. że pomiar wykonano mikrometrem analogowym o wartości działki elementarnej 0,01 mm, zamocowanym w podstawie/trzymanym w ręce),
- przedmiotu pomiaru i rodzaju wymiaru (np. że mierzono średnicę lokalną dwupunktową czopa wału korbowego),
- warunków pomiaru (np. że pomiar jest wykonywany w hali produkcyjnej, gdzie temperatura utrzymuje się w przedziale 16–28°C, a przedmiot jest zamocowany na obrabiarce),
- osoby wykonującej pomiar (np. że pomiar jest wykonywany przez operatora obrabiarki, który odczytuje wskazania mikrometru, stosując interpolację, z dokładnością do 0,001 mm),

i ewentualnie o inne informacje ważne z punktu widzenia niepewności pomiaru (np. że przyjęty współczynnik rozszerzalności liniowej materiału przedmiotu wynosi $(11,5 \pm 2) \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ lub że powtarzalność pomiaru obliczono jako odchylenie standardowe na podstawie 10 powtórzeń pomiaru).



Rys. 1. Najważniejsze składowe niepewności pomiaru na przykładzie pomiaru mikrometrem

W każdej grupie można zwykle wyróżnić kilka czynników, które mogą mieć wpływ na niepewność pomiaru. I tak, oprócz oczywistego czynnika, jakim jest błąd wskazań, analiza wpływu takiego przyrządu jak mikrometr powinna obejmować wpływ błędów równoległości i błędów płaskości powierzchni pomiarowych, a niekiedy również ewentualny wpływ nacisku pomiarowego. W przypadku przedmiotu pomiaru ważne mogą być różne informacje, np. o: materiale (współczynniku rozszerzalności, module sprężystości), masie (ze względu na problem ewentualnych odkształceń), odchyłce lub tolerancji kształtu (walcowości lub okrągłości). Do oceny wpływu warunków środowiskowych, w jakich wykonywany jest pomiar, powinny być znane np. orientacyjne wartości dotyczące warunków temperaturowych (odstępstwo temperatury przyrządu od temperatury odniesienia, maksymalna różnica temperatury mierzonego przedmiotu i przyrządu). Do oceny wpływu osoby wykonującej pomiar może być potrzebny eksperyment, na podstawie którego uzyska się liczbowy wskaźnik „umiejętności i wygody” wykonywania pomiaru, jakim jest powtarzalność. Można zauważyć, że klasyfikacja poszczególnych czynników jest w dużym stopniu umowna.

Warto zaznaczyć, że w praktyce często zdarzają się przypadki, gdy tylko niewielka liczba czynników będzie miała istotny wpływ na wartość niepewności.

Metody szacowania składników niepewności pomiaru

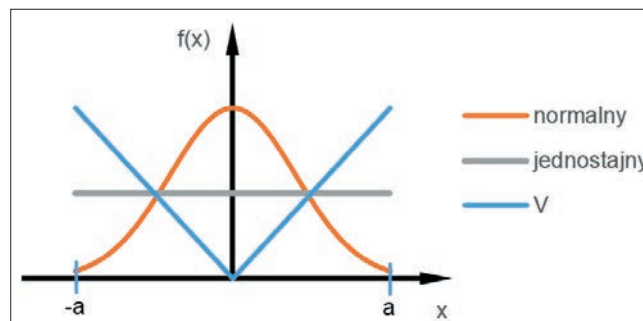
Przewodnik [1, 2] rozróżnia dwie podstawowe metody szacowania poszczególnych składników (składowych) niepewności. Mają one lakoniczne nazwy: „metoda typu A” i „metoda typu B”. W tym miejscu trzeba podkreślić, że nie ma konieczności szacowania każdego z wymienionych wcześniej składników niepewności osobno. Często wykorzystuje się możliwość wykonania szacowania nawet dla znacznej liczby czynników łącznie.

Metoda typu A zakłada podejście eksperymentalne – trzeba wykonać i opracować wyniki pewnego eksperymentu. Opracowanie wyników eksperymentu sprowadza się do obliczenia wartości odchylenia standardowego otrzymanych wyników.

Metoda typu B korzysta z informacji uzyskanych w inny sposób, np. z literatury czy wcześniejszych doświadczeń. Ważna jest jednak postać tej informacji: potrzebne są dwa elementy:

- wartość graniczna błędu a ,
- charakter (rodzaj, postać) rozkładu prawdopodobieństwa tego błędu.

Istnieją różne rozkłady prawdopodobieństwa, przy czym najczęściej korzysta się z rozkładów symetrycznych względem osi y , a mianowicie z: rozkładu jednostajnego (nazywanego również równomiernym albo prostokątnym), rozkładu normalnego (nazywanego również rozkładem Gaussa), rozkładu trójkątnego (nazywanego też rozkładem Simpsona) czy któregoś z rozkładów antymodalnych – np. rozkładu V czy rozkładu U (pod tymi nazwami kryje się najczęściej rozkład arcusa sinusa) (rys. 2).



Rys. 2. Wykresy funkcji gęstości prawdopodobieństwa rozkładów najczęściej stosowanych w metodzie typu B

Metoda typu A

Ocena dokładności wykonania części maszyn odbywa się najczęściej na podstawie pojedynczego pomiaru. Należy jednak mieć świadomość, że gdyby powtórzyć ten pomiar wielokrotnie, zwłaszcza z użyciem różnych egzemplarzy przyrządów i w dużych odstępach czasu, to w kolejnych powtórzeniach będą się pojawiać różne wyniki, a ich rozrzut można scharakteryzować przez obliczenie ich odchylenia standardowego. Gdyby powtórzenia wykonać bezpośrednio po sobie (zachowując warunki powtarzalności), to istnienie rozrzutu należałoby przypisać błędowi przypadkowym, pochodzącym głównie od osoby pomiarowca i „wygody” wykonywania pomiaru, a obliczone odchylenie standardowe jest miarą tzw. powtarzalności. Gdyby zaś kolejne powtórzenia rozłożyć w czasie, to obliczone odchylenie standardowe będzie miało większą wartość, bo na wyniki wpłyną dodatkowe czynniki, np. zmiany temperatury. Odchylenie standardowe przypisuje się wtedy powtarzalności długoterminowej albo odtwarzalności. Jeżeli rozłożenie pomiarów w czasie zostało świadomie zaplanowane po to, by w jednym eksperymencie razem z błędami przypadkowymi ocenić wpływ oddziaływań systematycznych, np. warunków środowiskowych, wtedy mówi się o randomizacji błędu systematycznego.

Metoda typu B

W przytoczonym przykładzie większość składników niepewności jest szacowana metodą typu B. Najmniej wątpliwości budzi oszacowanie składnika niepewności pomiaru pochodzącego od ograniczonej rozdzielczości przyrządu. Łatwo zauważyć, że największy (co do wartości bezwzględnej) błąd a , jaki można popełnić wyłącznie z powodu ograniczonej rozdzielczości przyrządu, stanowi połowę wartości rozdzielczości. Jeżeli do pomiaru używa

się suwmiarki cyfrowej o rozdzielczości 0,01 mm, to maksymalny błąd wynosi $a = 5 \mu\text{m}$. Inaczej mówiąc, możliwe jest popełnienie dowolnego błędu z przedziału od $-5 \mu\text{m}$ do $+5 \mu\text{m}$. Ponieważ żadne wartości z tego przedziału nie są szczególnie uprzywilejowane, nie ma wątpliwości, że ten błąd ma rozkład jednostajny w przedziale $(-a, a)$.

Wiadomo, czym jest rozdzielczość przyrządów ze wskazaniem cyfrowym – trzeba jedynie pamiętać, że wskazania niektórych przyrządów na ostatnim miejscu zmieniają się nie co 1, lecz co 2 lub 5. Z kolei to, jaka jest rozdzielczość przyrządów ze wskazaniem analogowym, zależy od osoby wykonującej pomiar. W typowej sytuacji rozdzielczość stanowi 1/10 wartości działki elementarnej – tak jest w przypadku stosowania interpolacji z dokładnością do 1/10 wartości działki elementarnej i tak powinno być np. w dokładnych pomiarach mikrometrem. Zdarza się jednak (np. wtedy, gdy nie jest potrzebna wysoka dokładność pomiaru), że nie stosuje się interpolacji albo stosuje się interpolację do 1/2, 1/4 czy 1/5 wartości działki elementarnej. Ponadto znane są przypadki (np. przy wzorcowaniu mikrometrów), że stosowana jest interpolacja do 1/20 wartości działki elementarnej.

Do oceny rozkładu konkretnego błędu potrzebna jest określona wiedza z zakresu rachunku prawdopodobieństwa. W opisanym wcześniej przykładzie rozkład jednostajny uzasadniono tym, że nie ma żadnych powodów, aby w którejkolwiek części przedziału zmienności błędu prawdopodobieństwo było inne niż w innych. A jaki rozkład przypisać np. odchyłkom długości płytek wzorcowych drugiej klasy dokładności? W czasie produkcji płytek wzorcowych stosuje się selekcję wymiarową. Odchyłka długości względem długości nominalnej płytki wzorcowej [10] nie jest jedynym (aczkolwiek ważnym) kryterium kwalifikacji płytki do jednej z czterech klas dokładności. Nie ma powodu, żeby płytka spełniająca kryteria przynależności do wyższej klasy dokładności znalazła się w komplecie płytek wzorcowych niższej klasy. Jest więc logicznie uzasadnione, że odchyłki długości płytek wzorcowych klas dokładności 1 i 2 mają rozkład antymodalny, co oznacza, że wśród płytek tych klas rzadko będą się znajdowały płytki o odchyłkach długości bliskich zeru, a częściej płytki o odchyłkach bliskich wartości granicznej dla danej klasy dokładności. Jest więc w pełni uzasadnione, by przyjmować jako wartość maksymalną a wartość odchyłki granicznej t_e , a jako odpowiedni rozkład – rozkład antymodalny, np. rozkład V (rys. 2).

Podobne rozumowanie należy przeprowadzić w odniesieniu do wszystkich czynników, których wpływ zamierza się oszacować metodą typu B. Najczęściej jako model dla błędów składowych przyjmuje się rozkład jednostajny. Jeżeli są przesłanki, by oczekiwać, że błędy o mniejszych wartościach pojawią się częściej od tych o większych wartościach, jako właściwy model można przyjąć rozkład trójkątny lub rozkład normalny. Jeżeli istnieje ryzyko, że

często mogą się pojawiać błędy o wartościach bliskich wartości granicznych, tj. $-a$ lub a , należy się posłużyć rozkładem antymodalnym.

Centralne twierdzenie graniczne

Jeśli doda się do siebie znaczną liczbę zmiennych losowych, to praktycznie niezależnie od tego, jakie mają one rozkłady prawdopodobieństwa, w wyniku otrzymuje się zmienną losową o rozkładzie normalnym. Ponadto parametry μ i σ tego rozkładu można obliczyć, gdy znane są wartości oczekiwane m_i i odchylenia standardowe s_i (lub wariancje s_i^2) sumowanych zmiennych losowych. Parametr μ oblicza się jako sumę wartości oczekiwanych, a parametr σ – jako pierwiastek z sumy kwadratów odchylen standardowych (z sumy wariancji):

$$\mu = \sum_{i=1}^n m_i \quad (1)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n s_i^2} \quad (2)$$

Ponieważ przyjęto, że wśród błędów składowych są tylko błędy przypadkowe i ich wartości oczekiwane są równe zeru, to parametr μ jest zawsze równy zeru.

Przytoczone twierdzenie formalnie wymaga „dużej” liczby zmiennych losowych. Jednak w praktyce, zwłaszcza jeśli wariancje sumowanych zmiennych losowych nie różnią się zbytnio (są to wartości tego samego rzędu), wystarczy kilka zmiennych losowych, żeby wynik w postaci rozkładu normalnego był dostatecznie dokładny. Występująca we wzorze na σ suma geometryczna odchylen standardowych powoduje, że błędy, których odchylenia standardowe są małe w porównaniu z innymi, mogą zostać pominięte, ponieważ praktycznie nie wpływają na wynik obliczeń. Wartości maksymalne błędu a i składowe niepewności standardowe (odchylenia standardowe) u poszczególnych rozkładów są ze sobą powiązane za pomocą współczynnika (mnożnika) b według następującego wzoru:

$$u = b \cdot a \quad (3)$$

Dla wymienionych wcześniej rozkładów (rys. 2) wartości współczynnika b są następujące: dla rozkładu normalnego $b = 0,5$, dla rozkładu jednostajnego $b = 0,58$, a dla rozkładu V $b = 0,71$.

Budżet niepewności pomiaru

W tablicy przedstawiono przykładowy budżet niepewności pomiaru – wykonywanego mikrometrem – średnicy lokalnej dwupunktowej [11, 12] czopa wału o średnicy nominalnej $D = 24 \text{ mm}$.

TABLICA. Budżet niepewności pomiaru mikrometrem

Składowa niepewności	Metoda	Wartość maksymalna a , μm	Rozkład	Mnożnik b	Niepewność standardowa u , μm
Od błędów wskazań mikrometru u_{ML}	B	4	normalny	0,50	2
Od płaskości wrzeciona mikrometru u_{MF}	B	1	jednostajny	0,58	0,58
Od płaskości kowadełka mikrometru u_{MF}	B	1	jednostajny	0,58	0,58
Od równoległości mikrometru u_{MP}	B	2	jednostajny	0,58	1,16
Od powtarzalności u_{RA}	A	–	–	–	1,3
Od rozdzielczości u_{RE}	B	0,5	jednostajny	0,58	0,29
Od różnicy temperatury u_{TD}	B	1,38	V	0,71	0,98
Od odstępstwa od temperatury odniesienia u_{TA}	B	0,25	V	0,71	0,18
Od odchyłki kształtu przedmiotu u_{WE}	B	4	normalny	0,50	2
Niepewność standardowa złożona u_c , μm					3,58
Niepewność rozszerzona ($k = 2$) U , μm					7,15

Przyjęto następujące założenia:

- Na błąd pomiaru średnicy wałka mają wpływ następujące charakterystyki metrologiczne mikrometru: błąd wskazania, błąd płaskości powierzchni pomiarowych (kowadełka i wrzeciona) i błąd równoległości powierzchni pomiarowych. Wyniki sprawdzania wskazują, że zarówno błędy wskazania (co do wartości bezwzględnej), jak i oba pozostałe, praktycznie nigdy nie osiągają wartości dopuszczalnych określonych przez producenta, czyli wartości dopuszczalnego błędów wskazań MPE_{ML} , dopuszczalnego błędów płaskości MPE_{MF} i dopuszczalnego błędów równoległości MPE_{MP} – przyjęto je jako największe możliwe wartości: błędów wskazań $a_{ML} = MPE_{ML} = 4 \mu\text{m}$, błędów płaskości $a_{MF} = MPE_{MF} = 1 \mu\text{m}$ i błędów równoległości $a_{MP} = MPE_{MP} = 2 \mu\text{m}$. Dla błędów wskazań przyjęto jako model rozkład normalny, natomiast dla błędów płaskości i równoległości przyjęto rozkład jednostajny, stąd: $u_{ML} = 2 \mu\text{m}$, $u_{MF} = 0,58 \mu\text{m}$, $u_{MP} = 0,58 \mu\text{m}$.
- W celu wyznaczenia powtarzalności pomiaru wykonano eksperyment. Odchylenie standardowe obliczone na podstawie wyników powtórzonego 15 razy pomiaru wyniosło $u_{RA} = s = 1,3 \mu\text{m}$.
- Wynik pomiaru jest odczytywany z dokładnością do $1 \mu\text{m}$ (interpolacja do 1/10 wartości działki elementarnej), wobec czego przyjmuje się, że maksymalny możliwy do popełnienia błąd pochodzący od rozdzielczości wynosi $a_{RE} = 0,5 \mu\text{m}$, a odpowiedni model to rozkład jednostajny. Obliczona niepewność standardowa tej składowej wynosi $u_{RE} = 0,29 \mu\text{m}$.
- Przedmiot jest stalowy. Przyjmuje się, że współczynnik rozszerzalności liniowej dla mikrometru wynosi $\alpha_s = (11,5 \pm 1,5) \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$, a dla przedmiotu $\alpha_w = (11,5 \pm 2) \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ – z tego wynika, że największa możliwa różnica współczynników wynosi $3,5 \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$. Ocenia się, że różnica temperatury przedmiotu i przyrządu nie przekracza $\Delta T = 5^\circ\text{C}$. Wynikającą z tego faktu maksymalną możliwą wartość błędów a_{TD} obliczono następująco:

$$\begin{aligned} a_{TD} &= D \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta T = \\ &= 24 \text{ mm} \cdot 11,5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 5^\circ\text{C} = 0,00138 \text{ mm} \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie: $\bar{\alpha} = \frac{(\alpha_s + \alpha_w)}{2} = 11,5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$

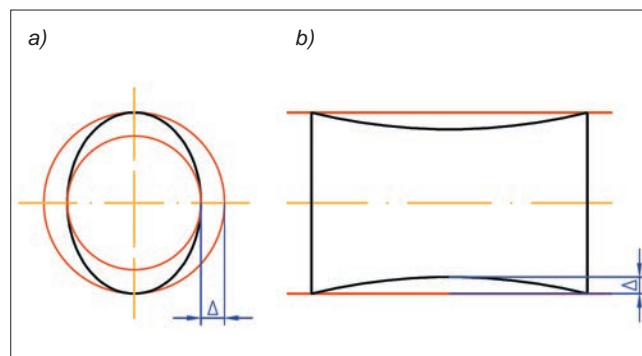
Ocenia się, że w czasie pomiaru odstępstwo od temperatury odniesienia (20°C) nie przekracza $\Delta T_{20} = 3^\circ\text{C}$, zatem maksymalną możliwą wartość błędów a_{TA} obliczono następująco:

$$\begin{aligned} a_{TA} &= D \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta T_{20} = \\ &= 24 \text{ mm} \cdot 3,5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 3^\circ\text{C} = 0,00025 \text{ mm} \end{aligned} \quad (5)$$

Dla obu błędów przyjęto rozkład V, aby uwzględnić fakt, że warunki temperaturowe mogą się wolno zmieniać i przez cały czas trwania pomiaru temperatura może się utrzymywać na poziomie bliskim skrajnemu (np. w lecie ok. 23°C , a w zimie ok. 17°C), stąd $u_{TD} = 0,98 \mu\text{m}$ i $u_{TA} = 0,18 \mu\text{m}$.

- Pomiar jest wykonywany jednokrotnie w środkowej części elementu walcowego. Tolerancja walcowości czopa wału wynosi $\Delta = 2 \mu\text{m}$ – doświadczenie wskazuje, że ta wartość nie jest przekraczana. W skrajnie niekorzystnym

przypadku, gdy odchyłka w przekroju poprzecznym ma postać owalu bądź gdy tworząca ma kształt łuku (wypukłego lub wklęsłego), maksymalny błąd pomiaru średnicy może osiągnąć wartość równą podwójnej wartości odchyłki kształtu $a_{WE} = 2\Delta = 4 \mu\text{m}$ (rys. 3). Przyjęto rozkład normalny, a więc $u_{WE} = 2 \mu\text{m}$.



Rys. 3. Wyjaśnienie wpływu odchyłki kształtu na błąd pomiaru średnicy: a) odchyłki w przekroju poprzecznym, b) odchyłki w przekroju wzdłużnym

Podsumowanie

Analizę przeprowadzono dla warunków typowych w przypadku wykonywania pomiaru mikrometrem (w innych warunkach niepewność pomiaru może być zarówno niższa, jak i wyższa). Warto zwrócić uwagę, że w budżecie niepewności pomiaru istotny okazał się składnik pochodzący od odchyłek kształtu mierzonego przedmiotu, mimo że do obliczeń przyjęto, iż tolerancja kształtu (walcowości) jest bardzo niska.

LITERATURA

1. „Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik”. Warszawa: Główny Urząd Miar, 1999.
2. JCGM 100:2008 (GUM 1995 with minor corrections) Evaluation of measurement data. Guide to the expression of uncertainty in measurement.
3. PN-EN ISO 14253-2:2011 Specyfikacje geometrii wyrobów (GPS). Kontrola wyrobów i wyposażenia pomiarowego za pomocą pomiarów. Część 2: Wytyczne szacowania niepewności pomiarów w GPS przy wzorcowaniu wyposażenia pomiarowego i sprawdzaniu wyrobów.
4. ISO TS 16949: 2009 Quality management systems. Particular requirements for the application of ISO 9001:2008 for automotive production and relevant service part organizations.
5. PN-EN ISO 9001:2015-10 Systemy zarządzania jakością. Wymagania (wersja angielska).
6. PKN-ISO/TR 10017:2005 Wytyczne dotyczące technik statystycznych odnoszących się do ISO 9001:2000.
7. Jakubiec W., Zator S., Majda P. „Metrologia”. Warszawa: Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, 2014.
8. Humienny Z. (red.) „Specyfikacje geometrii wyrobów (GPS)”. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2004.
9. Arendarski J. „Niepewność pomiarów”. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2013.
10. PN-EN ISO 3650:2000P Specyfikacje geometrii wyrobów (GPS). Wzorce długości. Płytki wzorcowe.
11. Płowucha W., Jakubiec W., Humienny Z., Hausotte T., Savio E., Popescu D., Bills P., Marxer M., Wisła N., Mathieu L. “Geometrical Product Specification and Verification as toolbox to meet up-to-date technical requirements”. *XIth International Scientific Conference on Coordinate Measuring Technique CMT 2014*. Bielsko-Biała: University of Bielsko-Biała, 2015, pp. 131–139.
12. Rosner P. “Importance of geometrical product specification for modern industry”. *Journal of the University of Applied Sciences Mittweida*. No. 2 (2015): pp. 88–90.