

Komputerowe modelowanie procesów wytłaczania dwuślimakowego współbieżnego – układy niekonwencjonalne ślimaków

Computer modeling for polymer processing
co-rotating twin screw extrusion – nonconventional screw configurations

ADRIAN LEWANDOWSKI
KRZYSZTOF WILCZYŃSKI*

DOI: <https://doi.org/10.17814/mechanik.2017.4.47>

Przedstawiono zagadnienie komputerowego modelowania procesu wytłaczania dwuślimakowego współbieżnego z zastosowaniem niekonwencjonalnych układów ślimakowych. Opisano przepływ tworzywa w wytłaczarce dwuślimakowej współbieżnej. Podano przykłady trójwymiarowego, nienewtonowskiego modelowania wybranych elementów niekonwencjonalnych. Do modelowania wykorzystano pakiet programów obliczeniowej mechaniki płynów ANSYS Polyflow. **SŁOWA KLUCZOWE:** polimery, modelowanie wytłaczania dwuślimakowego

Computer modeling of co-rotating twin screw extrusion with the use of nonconventional screw configurations has been presented. The polymer flow in the co-rotating twin screw extruder has been described. Some examples of three-dimensional, non-Newtonian modeling are shown. CFD generally oriented software ANSYS Polyflow has been used for modeling.

KEYWORDS: polymers, modelling of twin screw extrusion

Wytłaczanie jest podstawową i najbardziej masową technologią przetwórstwa tworzyw – ok. 2/3 wszystkich tworzyw jest przetwarzanych tą metodą. Wytłaczanie znajduje szerokie zastosowanie w produkcji wyrobów profilowych z tworzyw (np. rur, folii, płyt), a także stanowi podstawę procesów przygotowawczych w przetwórstwie, tj. procesów granulacji, napełniania, wzmacniania itp.

Wyróżnia się wytłaczanie jedno- i dwuślimakowe, współbieżne i przeciwbieżne. Wytłaczarki mogą być zasilane grawitacyjnie (bez dozowania tworzywa) lub z dozowaniem tworzywa. Wytłaczarki dwuślimakowe najczęściej są zasilane w drugi z wymienionych sposobów. Wytłaczanie z dozowaniem tworzywa sprzyja szybszemu jego uplastycznieniu i lepszemu wymieszaniu.

W przypadku zasilania wytłaczarki w sposób dozowany występują obszary niecałkowitego wypełnienia ślimaka, w których nie jest generowane ciśnienie. Wydajność wytłaczania nie zależy od prędkości obrotowej ślimaka, lecz od wydajności urządzenia dozującego.

Obecnie projektowanie wytłaczania jest wspomagane komputerowymi symulacjami na podstawie globalnych modeli procesu. Umożliwiają one prognozowanie przebiegu wytłaczania na podstawie parametrów technologicznych procesu, parametrów geometrycznych ślimaka

i głowicy oraz parametrów materiałowych przetwarzanego tworzywa [1, 2].

Znane są modele wytłaczania jednoślimakowego z tradycyjnym zasilaniem grawitacyjnym [3,4], a ostatnio opracowano model wytłaczania jednoślimakowego z dozowanym zasilaniem wytłaczarki [5,6]. Badania wytłaczania dwuślimakowego współbieżnego i przeciwbieżnego również doprowadziły do budowy globalnych modeli [4,7,8–13], które traktują proces wytłaczania w sposób całościowy, z uwzględnieniem opisu transportu tworzywa w stanie stałym, uplastycznienia tworzywa oraz przepływu tworzywa uplastycznionego. Takie modelowanie wymaga całościowych obliczeń przebiegu procesu w wielokrotnych pętlach iteracyjnych, aż do osiągnięcia zbieżności obliczeń zgodnie z odpowiednim kryterium zbieżności.

Trudne i czasochłonne obliczenia numeryczne MES nie znajdują zastosowania w modelowaniu globalnym, jednak można na ich podstawie opracować charakterystyki przepływowe ślimaków (zależności bezwymiarowego natężenia przepływu tworzywa i bezwymiarowego gradientu ciśnienia). Po aproksymacji tych charakterystyk modelami regresyjnymi można je następnie zaimplementować do globalnego modelu procesu. Autorzy przedstawili tę koncepcję m.in. w odniesieniu do wytłaczania dwuślimakowego przeciwbieżnego [14].

Wytłaczanie dwuślimakowe współbieżne

Wytłaczanie dwuślimakowe znajduje zastosowanie w produkcji wyrobów profilowych (wytłaczanie przeciwbieżne) i w procesach przygotowawczych przetwórstwa – np. w napełnianiu tworzyw, wzmacnianiu i granulacji (wytłaczanie współbieżne). Wytłaczanie dwuślimakowe współbieżne i przeciwbieżne obszernie opisano w monografiach [16, 17], gdzie podano też podstawy modelowania tych procesów. W wytłaczarkach dwuślimakowych przepływ jest bardzo złożony i trudny do opisu matematycznego. Z drugiej strony wytłaczarki dwuślimakowe mają dobre właściwości mieszające i odgazowujące, charakteryzują się dobrą wymianą ciepła oraz szybkim uplastycznieniem tworzywa. Trudność opisu takiego przepływu powoduje jednak, że teoria wytłaczania dwuślimakowego jest słabiej rozwinięta od teorii wytłaczania jednoślimakowego.

Stwierdzono, że w odniesieniu do konwencjonalnych konfiguracji układów dwuślimakowych można stosować analityczną analizę przepływu. W praktyce przemysłowej wytłaczarki dwuślimakowe są zbudowane z elementów niekonwencjonalnych. Modelowanie przepływu w takich elementach wymaga obliczeń numerycznych MES.

* Dr inż. Adrian Lewandowski (a.lewandowski@wip.pw.edu.pl), prof. dr hab. inż. Krzysztof Wilczyński (k.wilczynski@wip.pw.edu.pl) – Zakład Przetwórstwa Tworzyw Sztucznych, Wydział Inżynierii Produkcji, Politechnika Warszawska

Schemat wytłaczania dwuślimakowego współbieżnego przedstawiono na rys. 1. Tworzywo przepływa z jednego ślimaka na drugi i przemieszcza się wzdłuż linii „zwichrowanej ósemki”. W szczelinie międzywałcowej występuje ruch przeciwbieżny, co powoduje generowanie dużych naprężeń ścinających (z tego powodu wytłaczanie współbieżne jest stosowane w procesach przygotowawczych przetwórstwa).

Przepływ tworzywa w wytłaczarkach współbieżnych jest wynikiem względnego ruchu ślimaków i cylindra oraz gradientu ciśnienia w wytłaczarce. Jest to przepływ ciśnieniowo-wleczony, zachodzący w otwartych kanałach między ślimakami (jednym i drugim na przemian) a cylindrem.

W uproszczeniu objętościowe natężenie przepływu tworzywa Q (wydajność wytłaczania) w wytłaczarce współbieżnej (w obszarze całkowitego zapełnienia ślimaka) można przedstawić:

$$Q = Q_d + Q_a - Q_p - Q_l \quad (1)$$

gdzie: Q_d – natężenie przepływu wleczonego, Q_a – natężenie przepływu osiowego, Q_p – natężenie przepływu ciśnieniowego, Q_l – natężenie przepływu przeciekowego.

Natężenie przepływu wleczonego, z pominięciem strefy zazębienia, można zdefiniować podobnie jak w przypadku przepływu w wytłaczarce jednoślimakowej:

$$Q_d = \frac{V_{bz}WH}{2} F_d \quad (2)$$

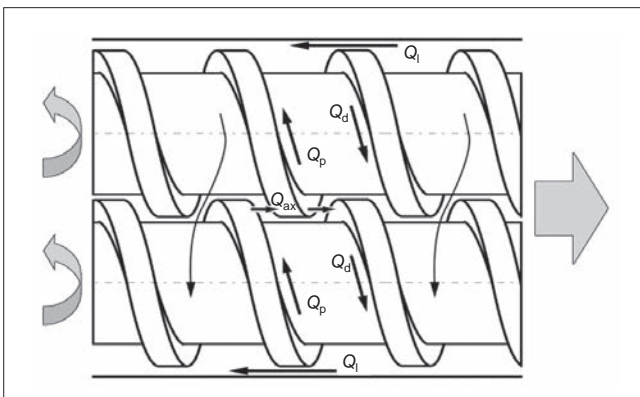
gdzie: $V_{bz} = \pi DN \cos \varphi$ – składowa prędkości wzdłuż długości kanału ślimaka (D – średnica ślimaka, N – prędkość obrotowa ślimaka, φ – kąt pochylenia linii śrubowej ślimaka), W – szerokość kanału ślimaka, H – wysokość kanału ślimaka, $F_d = (1 - 0,571H/W)$ – współczynnik kształtu, korygujący natężenie przepływu wleczonego [1].

Natężenie przepływu ciśnieniowego, osiowego i przeciekowego można wyrazić odpowiednio wzorami:

$$Q_p = \frac{WH^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} F_p \quad (3)$$

$$Q_a = V_a A_a \quad (4)$$

$$Q_l = V_a (\pi - \beta) Dh_f \quad (5)$$



Rys. 1. Schemat przepływu w wytłaczarce współbieżnej: Q_d – przepływ wleczony, Q_p – przepływ ciśnieniowy, Q_a – przepływ osiowy, Q_l – przepływ przeciekowy

gdzie: p – ciśnienie; z – współrzędna wzdłuż długości kanału; η – lepkość; $F_p = (1 - 0,625H/W)$ – współczynnik korygujący natężenie przepływu ciśnieniowego [1]; $V_a = \pi DM \tan \varphi$ – składowa osiowa (wzdłuż osi układu ślimakowego) prędkość przepływu; A_a – dostępna powierzchnia przepływu [1]; β – kąt zazębienia ślimaków; h_f – szczelina między wierzchołkami uzwojenia ślimaków a cylindrem.

Przepływ w układach ślimakowych wytłaczarek polega na ruchu tworzywa względem ślimaka. Tworzywo płynie w wytłaczarce w przeciwną stronę, niż obraca się ślimak, a kierunek przepływu zależy od kierunkowości uzwojenia ślimaków i kierunku ich obrotu. Przepływ wleczony w układach ślimakowych wytłaczarek występuje jedynie w przypadku przepływów lepkich. Nie zachodzi przy przepływie cieczy idealnych o zerowej lepkości.

Przepływ w wytłaczarce współbieżnej może być rozpatrywany jako wynik wzajemnych zależności przepływu wleczonego (wynikającego ze względnego ruchu ślimaków i cylindra) i przepływu ciśnieniowego (wynikającego z gradientu ciśnienia). Zależności te są definiowane wielkością a – stosunkiem natężenia przepływu ciśnieniowego do natężenia przepływu wleczonego. Można wyróżnić przypadki:

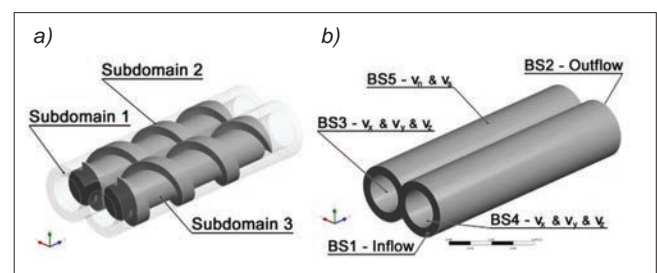
- gdy $a < 0$, gradient ciśnienia jest ujemny i przepływ ciśnieniowy dodaje się do przepływu wleczonego,
- gdy $a = 0$, gradient ciśnienia jest równy zeru i nie występuje przepływ ciśnieniowy,
- gdy $0 < a < 1$, gradient ciśnienia jest dodatni i przepływ ciśnieniowy odejmuje się od przepływu wleczonego.

Modelowanie przepływu

Modelowanie procesu wytłaczania dwuślimakowego współbieżnego z zastosowaniem niekonwencjonalnych elementów ślimakowych (a więc modelowanie trójwymiarowe, nienewtonowskie) wymaga stosowania metod numerycznych MES. W tym celu wykorzystano pakiet programów obliczeniowej mechaniki płynów ANSYS Polyflow [15].

Na potrzeby modelowania przepływu tworzywa w wytłaczarce współbieżnej w przestrzeni trójwymiarowej wydodrębniono trzy obszary analizy (rys. 2): podobszar płynu (przestrzeni przepływu między ścianką cylindra a rdzeniami ślimaków, bez uzwojenia ślimaków) oraz dwa podobszary ciała stałego (pierwszego i drugiego ślimaka).

Rozpatrywane zagadnienie da się zdefiniować jako trójwymiarowy, izotermiczny, uogólniony przepływ newtonowski [18], dla którego można sformułować następujące warunki brzegowe (rys. 2):



Rys. 2. Schemat warunków przepływu w układzie dwuślimakowym współbieżnym: a) geometria przepływu: Subdomain 1 (podobszar 1), Subdomain 2 (podobszar 2), Subdomain 3 (podobszar 3); b) warunki brzegowe na granicach przepływu

- na granicy wlotu do przestrzeni przepływu BS1: warunek *inflow*, $Q = Q_0$;
- na granicy wylotu z przestrzeni przepływu BS2: warunek *outflow*, *normal forces and tangential velocities imposed* (f_n & v_s): $f_n = 0$, $v_s = 0$;
- na granicy wewnętrznej powierzchni przestrzeni przepływu (powierzchni rdzenia pierwszego ślimaka) BS3: warunek *cartesian velocity imposed* (v_x , v_y , v_z): $\omega = N$;
- na granicy wewnętrznej powierzchni przestrzeni przepływu (powierzchni rdzenia drugiego ślimaka) BS4: warunek *cartesian velocity imposed* (v_x , v_y , v_z): $\omega = N$;
- na granicy zewnętrznej powierzchni przestrzeni przepływu (ścianka cylindra) BS5: warunek *normal and tangential velocities imposed* (v_n & v_s): $v_n = 0$, $v_s = 0$.

Procedury modelowania przepływu tworzywa nieco różnią się zatem dla wylączarki współbieżnej i przeciwbieżnej [14]. Granice przepływu są określone identycznie, lecz warunki BS3 i BS4, dotyczące kierunku obrotu ślimaków, są różne. Zdefiniowane tu warunki brzegowe BS3 i BS4 ($\omega = N$) zostały opisane w [15, 18].

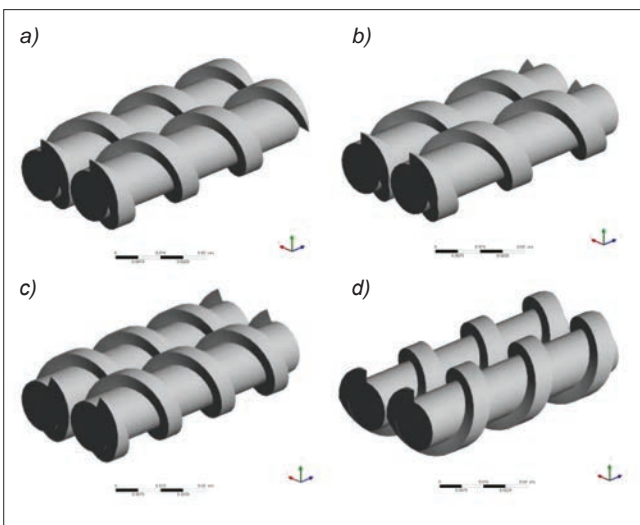
Przyjęto, że właściwości reologiczne tworzywa oddaje model cieczy potęgowej [18]:

$$\underline{\tau} = m \dot{\gamma}_D^{n-1} 2 \underline{D} \quad (6)$$

gdzie: $\underline{\tau}$ – tensor ekstranaprężenia; $\dot{\gamma}_D$ – uogólniona prędkość ścinania; \underline{D} – tensor prędkości odkształcenia; m , n – parametry równania potęgowej ($m = 1,1 \cdot 10^4$ Pa·s^{*n*} – współczynnik konsystencji, $n = 0,4$ – wykładnik płynięcia, bezwymiarowy).

Badania modelowe przeprowadzono w odniesieniu do klasycznego elementu konwencjonalnego o skoku $t = 30$ mm oraz elementów o zmniejszonym skoku $t = 25$ mm i zwiększonym skoku $t = 35$ mm, a następnie w odniesieniu do elementu o przeciwnie skierowanym uzwojeniu ślimaka o skoku $t = 30$ mm. Schematy badanych układów ślimakowych pokazano na rys. 3. Badania podstawowe przeprowadzono przy założeniu prędkości obrotowej ślimaka $N = 80$ obr/min i natężenia przepływu $G = 8$ kg/h.

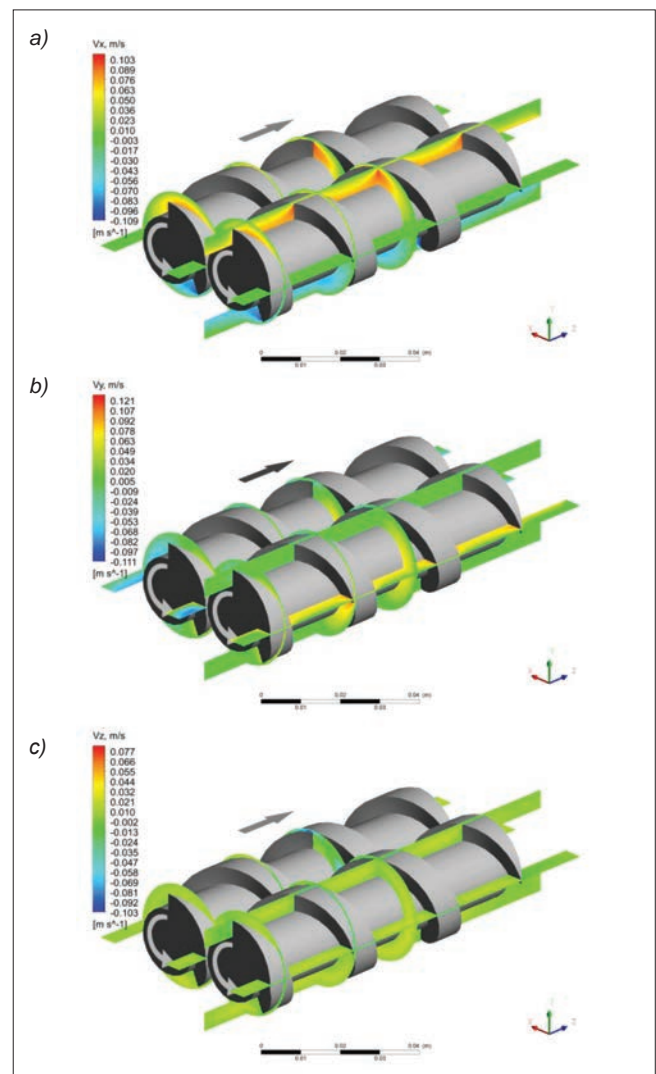
Zastosowano program ANSYS Polyflow v.17.0 [15]. Model utworzono z elementów tetragonalnych (dla obracających się ślimaków) i heksagonalnych (dla płynu).



Rys. 3. Schematy geometryczne badanych układów ślimakowych: a) element konwencjonalny, $t = 30$ mm; b) element o zmniejszonym skoku, $t = 25$ mm; c) element o zwiększonym skoku, $t = 35$ mm; d) element o przeciwnie skierowanym uzwojeniu ślimaka, $t = 30$ mm

Obliczenia wykonano na superkomputerze HP/Supermicro Hydra, wykorzystywano osiem procesorów 2,8 GHz oraz pamięć 204 800 MB RAM. Obliczenia były czasochłonne – w przypadku modelu złożonego z kilkuset tysięcy elementów (w tym kilkudziesięciu tysięcy elementów tetragonalnych) trwały kilka godzin. Przykładowe wyniki symulacji przepływu przedstawiono na rys. 4–10. Pokazano rozkłady prędkości tworzywa oraz ciśnienia w układzie konwencjonalnym i niekonwencjonalnym – o przeciwnie skierowanym uzwojeniu ślimaka, a także w układach o różnym skoku ślimaka.

Na rys. 4, przedstawiającym rozkłady składowych prędkości v_x , v_y i v_z , wyraźny jest zwłaszcza przepływ wzdłuż długości kanału ślimaka (reprezentowany przez v_x). W wytłaczaniu współbieżnym tworzywo przepływa właśnie wzdłuż kanału – z jednego ślimaka na drugi. Zgodnie z przyjętymi warunkami brzegowymi (ruchome ślimaki, nieruchomy cylinder, brak poślizgu na ściankach ślimaków i cylindra) składowa v_x przy powierzchni rdzenia ślimaków jest równa prędkości obwodowej rdzenia, a prędkość na ściance cylindra jest równa zeru. Rzeczywisty przepływ tworzywa w wytłaczarce zachodzi względem ślimaka, tak jak gdyby układ współrzędnych był umieszczony na powierzchni rdzenia ślimaka. Zatem przy uwzględnieniu założonych warunków przepływu (prawozwojne ślimaki obracające się w lewo) tworzywo przemieszcza się przeciwnie do kierunku obrotów ślimaka, tj. w prawo.

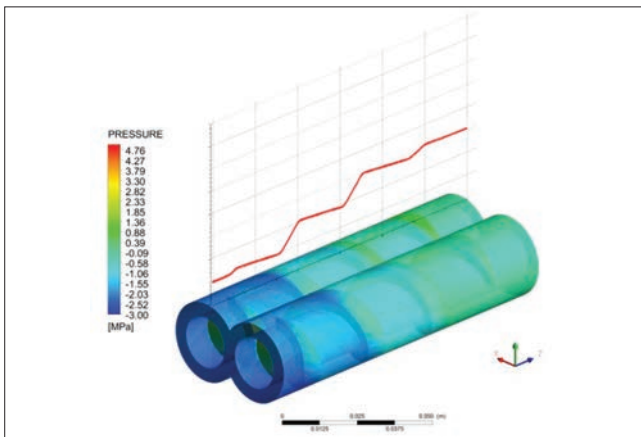


Rys. 4. Rozkład składowych prędkości w elemencie konwencjonalnym: a) v_x , b) v_y , c) v_z

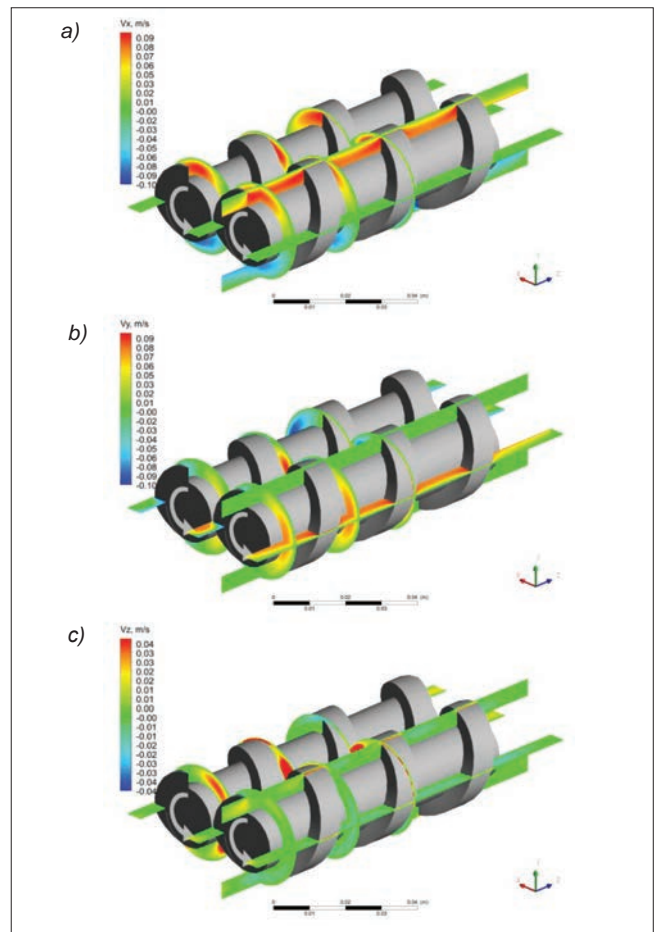
Rozkład ciśnienia wzdłuż osi ślimaków, który jest charakterystyczny dla przepływów ślimakowych (wykres piłowy z intensywnym wzrostem ciśnienia nad zwojem ślimaka i spadkiem lub stagnacją ciśnienia w kanale ślimaka) pokazano na rys. 5. Ze względu na przyjęte warunki przepływu na wykresie można zaobserwować generowanie ciśnienia – tak że jego gradient jest niezerowy i dodatni. W rezultacie przepływ ciśnieniowy zmniejsza natężenie przepływu tworzywa.

Wykresy na rys. 6 obrazują wpływ natężenia przepływu (przy stałej prędkości obrotowej ślimaków) na rozkład ciśnienia wzdłuż długości ślimaków oraz wpływ prędkości obrotowej ślimaków (przy stałym natężeniu przepływu) na rozkład ciśnienia. Wraz ze wzrostem natężenia przepływu ciśnienie rośnie, a zmniejsza się ze wzrostem prędkości obrotowej. Przy stałej prędkości obrotowej ślimaków $N = 80$ obr/min (rys. 6a), a więc przy stałej wartości natężenia przepływu wleczonego, wzrost natężenia przepływu od $G = 4$ kg/h do $G = 12$ kg/h zachodzi skutek zmniejszenia wstecznego przepływu ciśnieniowego. Gradient ciśnienia (moduł gradientu) zmniejsza się więc wraz ze wzrostem natężenia przepływu. Przy stałym natężeniu przepływu $G = 4$ kg/h (rys. 6b) wzrost prędkości obrotowej ślimaków od $N = 40$ obr/min do $N = 120$ obr/min powoduje wzrost przepływu wleczonego, co oznacza, że aby zachować stałą wartość natężenia przepływu $G = 4$ kg/h, musi również wzrosnąć wsteczny przepływ ciśnieniowy. Gradient ciśnienia (moduł gradientu) w tym przypadku rośnie wraz ze wzrostem prędkości obrotowej ślimaków.

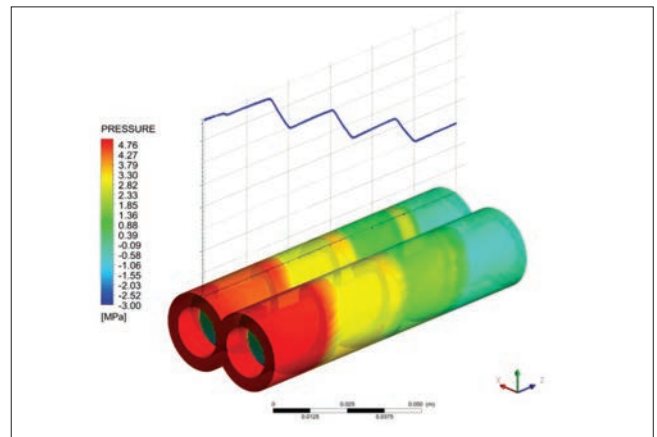
Na rys. 7 pokazano rozkłady składowych prędkości v_x , v_y i v_z w układzie o przeciwnie skierowanym uzwojeniu ślimaka, a na rys. 8 – rozkład ciśnienia wzdłuż osi ślimaków w tym układzie. Gradient ciśnienia jest tu ujemny – przepływ ciśnieniowy wspiera przepływ wleczony.



Rys. 5. Rozkład ciśnienia wzdłuż osi ślimaków w elemencie konwencjonalnym

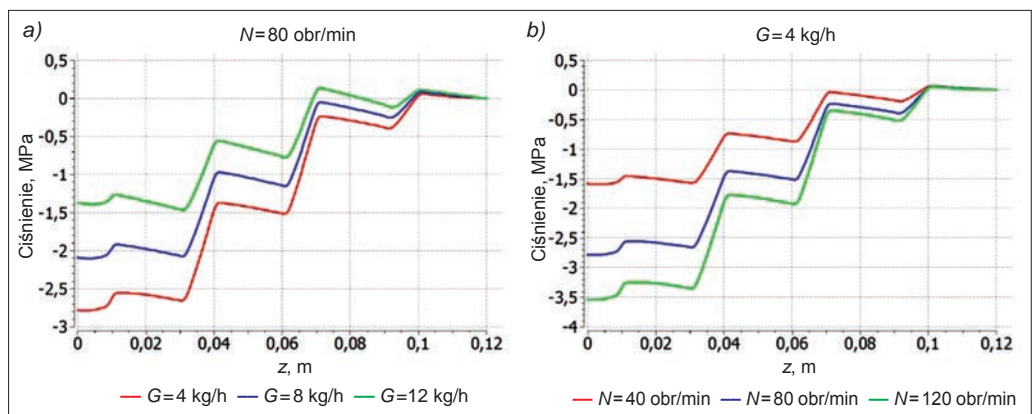


Rys. 7. Rozkład prędkości w elemencie niekonwencjonalnym: a) v_x , b) v_y , c) v_z

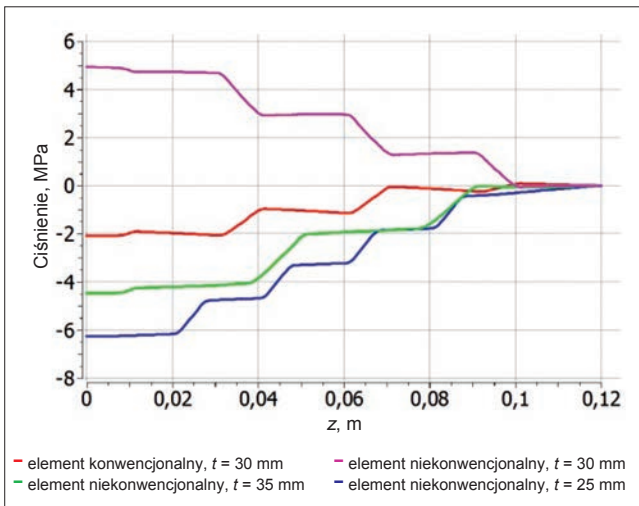


Rys. 8. Rozkład ciśnienia wzdłuż osi ślimaków w elemencie niekonwencjonalnym

Rys. 6. Wpływ natężenia przepływu (a) i prędkości obrotowej ślimaka (b) na rozkład ciśnienia w konwencjonalnym układzie dwuślimakowym



Profile ciśnienia w badanych układach ślimaków o różnym skoku linii śrubowej przedstawiono na rys. 9, a na rys. 10 – rozkłady trójwymiarowe ciśnienia w tych układach. Warto zauważyć, że przy zmianie kierunkowości uzwojenia ślimaków z prawozwojnego (rys. 9a) na lewozwojne (rys. 9d) i zachowaniu tego samego kierunku obrotów ślimaków zmienia się znak gradientu ciśnienia z dodatniego na ujemny. Mniej oczywiste są zmiany gradientu ciśnienia wraz ze zmianą skoku linii śrubowej od $t = 25$ mm do $t = 35$ mm. Największa wartość gradientu (modułu) ciśnienia występuje przy $t = 25$ mm, a najmniejsza – przy $t = 30$ mm; przy $t = 35$ mm gradient ma wartość pośrednią. Zależność gradientu ciśnienia od skoku ślimaków jest w przybliżeniu paraboliczna.

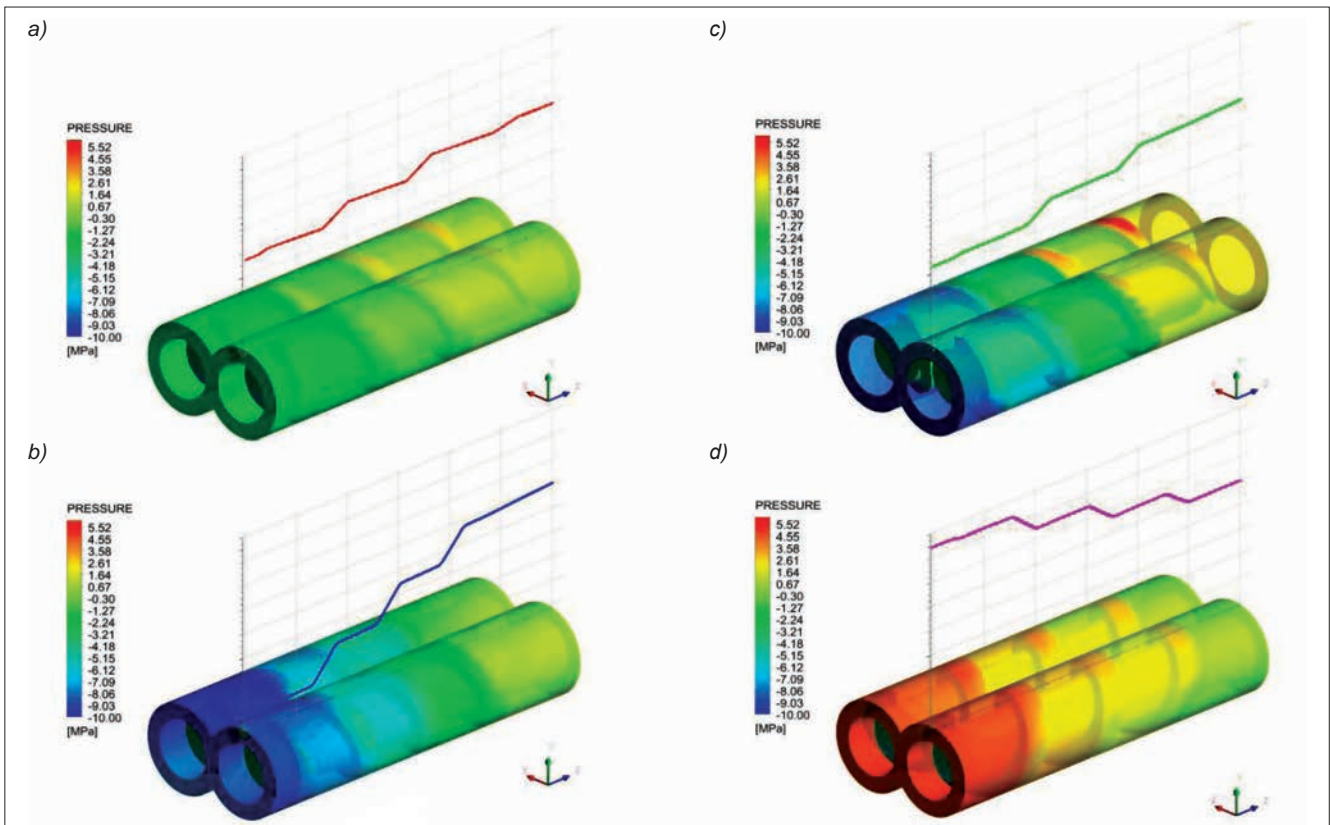


Rys. 9. Profile ciśnienia w badanych układach ślimaków o różnym skoku linii śrubowej

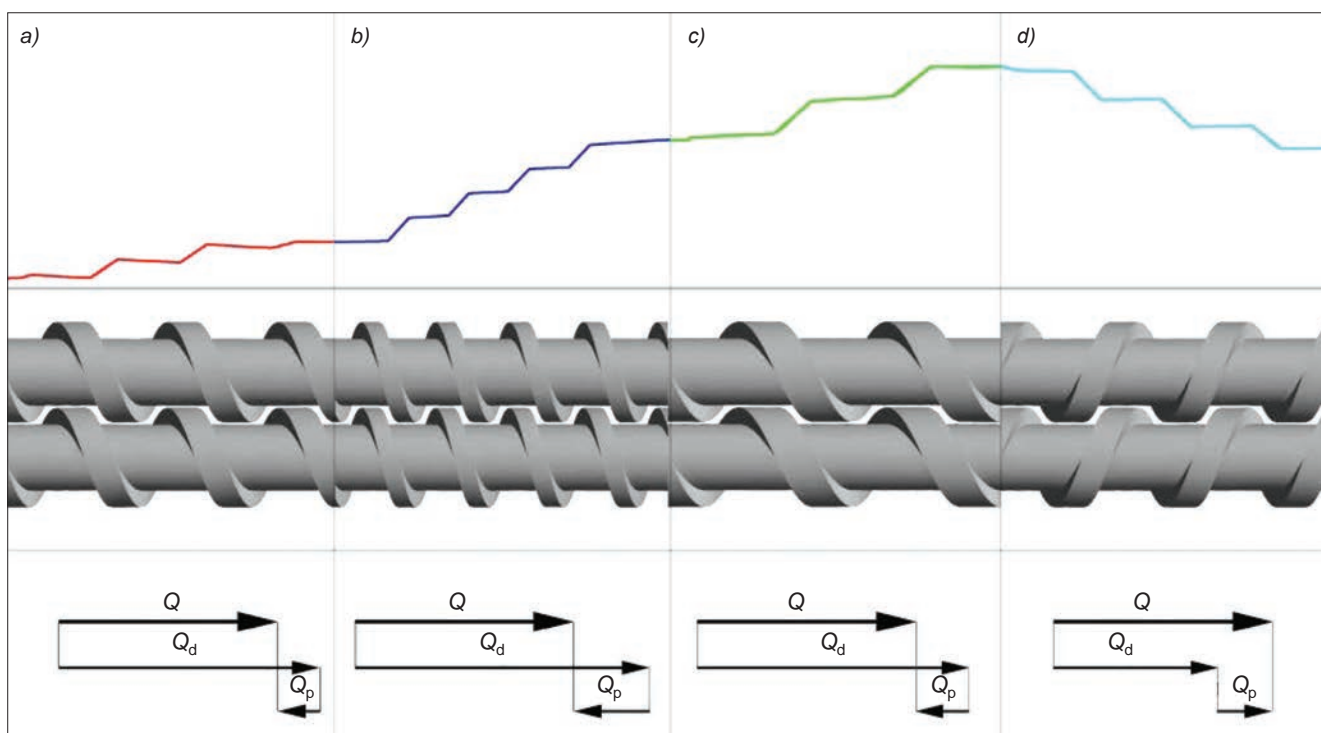
Modelowanie globalne procesu wytłaczania

Jak wcześniej wspomniano, modelowanie globalne obejmuje całościowy opis procesu wytłaczania z uwzględnieniem transportu tworzywa w stanie stałym, uplastycznienia tworzywa oraz przepływu tworzywa uplastycznionego (w cylindrze i głowicy wytłaczarki). W tej sytuacji obliczenia MES nie zdają egzaminu, choć mogą posłużyć do uzyskania charakterystyk przepływowych ślimaków, które aproksymuje się wybranymi modelami regresyjnymi, a następnie implementuje do globalnego modelu procesu. Ponadto modelowanie globalne wymaga uwzględnienia zmienności geometrii przepływu wzdłuż drogi płynięcia przetwarzanego materiału. Jest to ważne zwłaszcza w przypadku wytłaczania dwuślimakowego. Ślimaki w wytłaczarkach dwuślimakowych mają budowę modułową i tworzą ściśle określoną dla danego procesu przetwórczego konfigurację geometryczną. W modelowaniu przepływu w tak złożonych konfiguracjach geometrycznych ślimaków konieczne jest odpowiednie sformułowanie termomechanicznych warunków przepływu i warunków brzegowych przepływu, m.in. parametrów wejściowych i wyjściowych w kolejnych obszarach analizy.

Przykładowo, na rys. 11 przedstawiono konfigurację geometryczną układu dwuślimakowego współbieżnego, utworzoną z elementów ślimakowych opisanych w tym artykule. Pokazano kształtowanie się natężenia przepływu w wytłaczarce jako odpowiedniego złożenia przepływu wleczonego i ciśnieniowego. W pierwszych trzech elementach przepływ ciśnieniowy ma charakter wsteczny i zmniejsza natężenie przepływu wleczonego. Gradient ciśnienia jest w tym przypadku dodatni, a jego wartość określa wielkość przepływu ciśnieniowego. W czwartym elemencie przepływ ciśnieniowy ma charakter wspierający i zwiększa natężenie przepływu wleczonego. Gradient



Rys. 10. Trójwymiarowy rozkład ciśnienia: a) element konwencjonalny, $t = 30$ mm, b) element o zmniejszonym skoku, $t = 25$ mm, c) element o zwiększonym skoku, $t = 35$ mm, d) element o przeciwnie skierowanym uzwojeniu ślimaka, $t = 30$ mm



Rys. 11. Schemat modelowania globalnego: a) element konwencjonalny, $t = 30$ mm, b) element o zmniejszonym skoku, $t = 25$ mm, c) element o zwiększonym skoku, $t = 35$ mm, d) element o przeciwnie skierowanym uzwojeniu ślimaka, $t = 30$ mm

ciśnienia jest ujemny, a jego wartość również określa wielkość przepływu ciśnieniowego. Interesującą dyskusję wyników modelowania przepływów ślimakowych przedstawiono ostatnio w [19], wskazując na często błędne interpretacje wyników i brak zrozumienia kinematycznej istoty przepływów ślimakowych.

Podsumowanie

Przedstawiono zagadnienie trójwymiarowego, nienewtonowskiego modelowania procesu wytłaczania dwuślimakowego współbieżnego z uwzględnieniem niekonwencjonalnych układów ślimakowych i zastosowaniem programu ANSYS Polyflow. Opisano zagadnienie globalnego modelowania wytłaczania współbieżnego z wykorzystaniem bezwymiarowych charakterystyk przepływowych ślimaków. Takie modelowanie zapewnia dużą dokładność obliczeń, a jednocześnie rozsądny czas tych analiz. Obliczenia numeryczne wykonano z wykorzystaniem infrastruktury PLGrid.

Wskazano, że modelowanie przepływu w złożonych konfiguracjach geometrycznych układów ślimakowych wytłaczarek dwuślimakowych współbieżnych wymaga odpowiedniego formułowania termomechanicznych warunków przepływu i warunków brzegowych.

Przedstawiona metodyka modelowania umożliwia bardzo dokładną, lokalną analizę przepływu tworzywa w procesie wytłaczania współbieżnego. Ma to szczególne znaczenie w wytłaczaniu mieszanin polimerów czy kompozytów polimerowych – w tym przypadku termomechaniczne warunki przepływu determinują jakość wytwarzanych i przetwarzanych materiałów.

LITERATURA

1. Rauwendaal Ch. „*Polymer Extrusion*”. Munich: Hanser, 2014.
2. Oswald T.A., Hernandez-Ortiz J.P. „*Polymer Processing. Modeling and Simulation*”. Munich: Hanser, 2006.
3. Altinkaynak A., Gupta M., Spalding M.A., Crabtree S.L. „Melting in a single screw extruder: experiments and 3D finite element simulations”. *International Polymer Processing*. 26 (2011): s. 182–196.
4. Wilczyński K., Nastaj A., Lewandowski A., Wilczyński K.J. „Multipurpose computer model for screw processing of plastics”. *Polymer-Plastics Technology and Engineering*. 51 (2012): s. 626–633.
5. Wilczyński K., Nastaj A., Wilczyński K.J. „Melting model for starve fed single screw extrusion of thermoplastics”. *International Polymer Processing*. 28 (2013): s. 34–42.
6. Wilczyński K.J., Nastaj A., Lewandowski A., Wilczyński K. „A composite model for starve fed single screw extrusion of thermoplastics”. *Polymer Engineering & Science*. 54 (2014): s. 2362–2374.
7. Teixeira C., Gaspar-Cunha A., Covas J.A. „Flow and heat transfer along the length of a corotating twin screw extruder”. *Polymer-Plastics Technology and Engineering*. 51 (2012): s. 1567–1577.
8. Wilczyński K., Jiang Q., White J.L. „A composite model for melting, pressure and fill factor profiles in a metered fed closely intermeshing counter-rotating twin screw extruder”. *International Polymer Processing*. 22 (2007): s. 198–203.
9. Jiang Q., White J.L., Yang J. „A global model for closely intermeshing counter-rotating twin screw extruders with flood feeding”. *International Polymer Processing*. 25 (2010): s. 223–235.
10. Jiang Q., Yang J., White J.L. „Simulation of screw pumping characteristics for intermeshing counter-rotating twin screw extruders”. *Polymer Engineering & Science*. 51 (2011): s. 37–42.
11. Wilczyński K., Nastaj A., Lewandowski A., Wilczyński K.J. „Modelowanie przepływu tworzyw w procesie wytłaczania dwuślimakowego przeciwbieżnego”. *Polimery*. 56 (2011): s. 45–50.
12. Wilczyński K., Lewandowski A., Wilczyński K.J. „Experimental study of melting of LDPE/PS polyblend in an intermeshing counter-rotating twin-screw extruder”. *Polymer Engineering & Science*. 52 (2012): s. 449–458.
13. Lewandowski A., Wilczyński K.J., Nastaj A., Wilczyński K. „A composite model for an intermeshing counter-rotating twin-screw extruder and its experimental verification”. *Polymer Engineering & Science*. 55 (2015): s. 2838–2848.
14. Lewandowski A., Wilczyński K. „Komputerowe modelowanie procesów wytłaczania dwuślimakowego przeciwbieżnego – układy niekonwencjonalne ślimaków”. *Mechanik*. 5–6 (2016): s. 396–402.
15. www.ansys.com/products/polyflow.
16. White J.L., Kim E.M. „*Twin Screw Extrusion. Technology and Principles*”. Munich: Hanser, 2010.
17. White J.L., Potente H. „*Screw Extrusion. Science and Technology*”. Munich: Hanser, 2003.
18. Wilczyński K. „*Reologia w przetwórstwie tworzyw sztucznych*”. Warszawa: WNT, 2001.
19. Goger A., Vlachopoulos J., Thompson M.R. „Negative pressures in modeling rotating polymer processing machinery are meaningless but they are telling something”. *International Polymer Processing*. 29 (2014): s. 295–297.