Analiza modeli matematycznych procesu toczenia tytanu WT3-1

Analysis of mathematical models for turning the titanium alloy WT3-1

JÓZEF ZAWORA
RAFAŁ ŚWIERCZ
MIECZYSŁAW MARCINIAK
LUCJAN DĄBROWSKI*

DOI: https://doi.org/10.17814/mechanik.2017.10.128
English version available on: www.mechanik.media.pl

Przedstawiono dotychczas opracowane modele matematyczne procesu toczenia wzdłużnego tytanu WT3-1 w postaci wykładniczej i wielomianowej. Modele doświadczalne opracowano statystycznie za pomocą programów krokowej regresji wielokrotnej. Badania wykonano zgodnie z zasadami planowania eksperymentów.
SŁOWA KLUCZOWE: toczenie tytanu, doświadczalne modele matematyczne, ocena statystyczna

Mathematical models for longitudinal turning process of the titanium alloy WT3-1 were presented in this paper, both in the exponential and the polynomial form. The experimental design and the multiple stepwise regression analysis were used to develop the mathematical models.
KEYWORDS: turning of titanium alloys, experiment-based mathematical models, statistical estimation

Tytan i jego stopy należą do materiałów trudno obrabialnych. Z uwagi na specyficzne własności są coraz częściej stosowane w nowoczesnych konstrukcjach lotniczych, kosmicznych, w przemyśle chemicznym, okrętowym, a także w medycynie. Pod względem konstrukcyjnym i technologicznym charakteryzują się:
- wysoką wytrzymałością właściwą,
- dobrą wytrzymałością w podwyższonej temperaturze,
- dużym powinowactwem chemicznym z materiałami stosowanymi na ostrza narzędzi skrawających,
- skłonnością do przywierania cząstek przy obróbce,
- dobrą wytrzymałością w podwyższonej temperaturze,
- niektóre stopy tytanu umacniają się pod wpływem ciepła.

Trwają prace nad nowymi stopami tytanu oraz doskonaleniem procesów wytwarzania [1–4], m.in. poprzez optymalizację [6, 7]. Do optymalizacji procesów wytwarzania niezbędne są doświadczalne modele matematyczne wielkości wyjściowych tych procesów. W artykule przeanalizowano doświadczalne modele matematyczne na przykładzie toczenia tytanu WT3-1.

Planowanie eksperymentów

Badania doświadczalne wykonano według planowanego eksperymentu [5]. Przyjęto pięciopoziomowy plan doświadczeń dla 3 zmiennych niezależnych (parametrów skrawania: v_c, f, a_p) i liczby doświadczeń $N = 20$ (tablica). Ustalono następujące zakresy zmiennych niezależnych:
- $v_c \in \langle 10{,}0 \div 40{,}0 \rangle$ m/min – prędkość skrawania,
- $f \in \langle 0{,}05 \div 0{,}3 \rangle$ mm/obr – posuw,
- $a_p \in \langle 1{,}0 \div 2{,}5 \rangle$ mm – głębokość skrawania.

Przyjęto następujące zmienne zależne (wyjściowe): T – trwałość ostrza w min, R_z – parametr chropowatości w µm, według DIN, F_c – siłę skrawania w N, F_f – siłę posuwową w N, F_n – siłę normalną w N, k_c – siłę właściwą skrawania w N/mm^2, P_c – moc skrawania w kW, Q_v – wydajność mm^3/s.

Badania wykonano na próbkach z tytanu WT3-1 o średnicy ∅80 mm i długości $L = 450$ mm. Własności mechaniczne tytanu – według atestu; wytrzymałość na rozciąganie $R_m = 1100$ MPa, wydłużenie $A_5 = 13\%$, twardość – 350 HB.

TABLICA. Plan eksperymentu

Lp.	v_c	f	a_p	$Y_{i,j}$
1	−1	−1	−1	$Y_{1,j}$
2	+1	−1	−1	$Y_{2,j}$
3	−1	+1	−1	$Y_{3,j}$
4	+1	+1	−1	$Y_{4,j}$
5	−1	−1	+1	$Y_{5,j}$
6	+1	−1	+1	Y_{6j}
7	−1	+1	+1	$Y_{7,j}$
8	+1	+1	+1	$Y_{8,j}$
9	$-\rho$	0	0	$Y_{9,j}$
10	$+\rho$	0	0	$Y_{10,j}$
11	0	$-\rho$	0	$Y_{11,j}$
12	0	$+\rho$	0	$Y_{12,j}$
13	0	0	$-\rho$	$Y_{13,j}$
14	0	0	$+\rho$	$Y_{14,j}$
15	0	0	0	$Y_{15,j}$
16	0	0	0	$Y_{16,j}$
17	0	0	0	$Y_{17,j}$
18	0	0	0	$Y_{18,j}$
19	0	0	0	$Y_{19,j}$
20	0	0	0	$Y_{20,j}$

i – 1, 2, 3, …; N – numer doświadczenia; $j = T$, R_z, F_c, F_f, F_n, k_c, P_c, Q_v – zmienne zależne; $\rho = 1{,}682$ – ramię promienia gwiezdnego.

Stanowisko badawcze zorganizowano na tokarce uniwersalnej. Użyto oprawki hR171.26-2525.1 z wkładkami typu TNMG160308 z węglika wolframu H20 o promieniu zaokrąglenia głównej krawędzi skrawającej $r_n = 0{,}02$ mm. Kryterium stępienia $VB_B = 0{,}3$ mm. Zużycie ostrza VB_B mierzono na mikroskopie firmy Zeiss. Parametr R_z (DIN) mierzono metodą przekroju świetlnego. Składowe siły skrawania mierzono siłomierzem tensometrycznym, dokładny czas t – stoperem.

Wykonano pomiary zużycia ostrza VB_B i parametru chropowatości R_z(DIN) w czasie t, jak również pozostałych wielkości wyjściowych. Wiadomo, że wielkości wyjściowe zależą od czasu obróbki t. Czas jest również zmienną wejściową. Aby wprowadzić go jako zmienną wejściową, należałoby znacznie zwiększyć liczbę doświadczeń w planie eksperymentu, co wiąże się z dużymi kosztami.

* Dr hab. inż. Józef Zawora (jzawora@meil.pw.edu.pl), dr inż. Rafał Świercz (rsw@meil.pw.edu.pl), prof. ndzw. dr hab. inż. Mieczysław Marciniak (mima@meil.pw.edu.pl), prof. ndzw. dr hab. inż. Lucjan Dąbrowski (ld@meil.pw.edu.pl) – Politechnika Warszawska

Wobec tego, aby ograniczyć koszty badań, nie wprowadzono czasu *t* do planu eksperymentu i przyjęto, że doświadczalny model matematyczny procesu będzie reprezentował średnie wartości wielkości wyjściowych z okresu trwałości ostrza *T*, oprócz trwałości ostrza. Wpływ czasu na wymienione wartości wyjściowe uwzględnia się za pomocą bezwymiarowych charakterystyk. Natomiast wartość zużycia ostrza oblicza się z charakterystyki *t/T*. Zmiana rzeczywistych wartości wyjściowych procesu toczenia waha się w granicach od kilku do kilkunastu procent wartości średniej. Te charakterystyki przedstawiono w literaturze [7].

Badano trzy typy doświadczalnych modeli matematycznych, które zostały obliczone za pomocą standardowego programu regresji wielokrotnej firmy IBM. Typy te są reprezentowane przez najlepsze równania regresji, które otrzymano w wyniku testów statystycznych. Wyznaczono następujące rodzaje (typy) modeli:

- wykładniczy (model 1),
- wielomianowy drugiego stopnia, wyznaczony w przestrzeni logarytmicznej (model 2),
- wielomianowy drugiego stopnia (model 3).

Wykładniczy model matematyczny procesu toczenia tytanu (model 1)

Wykładniczy model doświadczalny procesu toczenia tytanu został wyznaczony w tradycyjnej postaci reprezentującej iloczyn wartości stałej oraz parametrów skrawania v_c, f, a_p podniesionych do potęg określonych przez wyznaczone wartości wykładników potęgowych. Równania regresji przyjęły następujące postaci:

$$T = 1215225{,}24 v_c^{-3{,}75481} f^{-1{,}54946} a_p^{-1{,}80973}$$
$$R_z = 3{,}85855 v_c^{-0{,}03867} f^{1{,}19883} a_p^{-0{,}02433}$$
$$F_c = 1114{,}33354 v_c^{-7{,}9868} f^{399{,}85219} a_p^{547{,}1594}$$
$$F_f = 529{,}13073 v_c^{42{,}31977} f^{126{,}20841} a_p^{515{,}41405}$$
$$F_n = 554{,}23064 v_c^{13{,}395} f^{129{,}21275} a_p^{28{,}28986}$$
$$k_c = 1191{,}33354 v_c^{-44{,}94401} f^{-760{,}79} a_p^{-333{,}93578}$$
$$P_c = -0{,}258314 v_c^{0{,}22637} f^{0{,}16678} a_p^{0{,}21919}$$
$$Q_v = -105{,}86434 v_c^{113{,}23349} f^{104{,}76219} a_p^{121{,}64898}$$

Model matematyczny wielomianowy – drugiego stopnia, wyznaczony w przestrzeni logarytmicznej (model 2)

Model matematyczny wielomianowy drugiego stopnia wyznaczony w przestrzeni logarytmicznej:

$$T = \exp(-27{,}63387 + 24{,}48625 \ln v_c - 4{,}7944 (\ln v_c)^2 + \\ -1{,}27045(\ln f)^2 - 1{,}38368 \ln v_c \ln f - 2{,}90711 \ln v_c \ln a_p \\ - 4{,}15112 \ln f \ln a_p)$$

$$R_z = \exp(7{,}18022 - 0{,}67086 \ln v_c + 4{,}22274 \ln f + 2{,}32058 \ln a_p + \\ + 0{,}13045(\ln v_c)^2 + 0{,}6101 (\ln f)^2 - 0{,}17008 \ln v_c \ln f + \\ 2{,}32058 \ln v_c \ln a_p)$$

$$F_c = \exp(4{,}90773 + 1{,}54291 \ln v_c + 0{,}73595 \ln f + 1{,}21052 \ln a_p + \\ -0{,}25758(\ln v_c)^2 + 0{,}03586(\ln f)^2 + 0{,}19595 \ln f \ln a_p)$$

$$F_f = \exp(6{,}31418 + 0{,}04695 \ln v_c + 0{,}18110 \ln f + \\ 0{,}76477 \ln a_p)$$

$$F_n = \exp(6{,}34640 + 0{,}87123 \ln f + 2{,}49853 \ln a_p + 0{,}04915(\ln v_c)^2 \\ + 0{,}14585(\ln f)^2 - 0{,}62147(\ln a_p)^2 - 0{,}49639 \ln v_c \ln a_p + \\ 0{,}14277 \ln f \ln a_p)$$

$$k_c = \exp(5{,}33373 + 5{,}33373 \ln v_c - 0{,}24546(\ln v_c)^2 + \\ 0{,}08456(\ln f)^2 + 0{,}08183 \ln f \ln a_p)$$

$$P_c = \exp(-{,}20725 + 2{,}50693 \ln v_c + 0{,}55714 \ln f + 1{,}25807 \ln a_p + \\ -0{,}2517(\ln v_c)^2 + 0{,}24779 \ln f \ln a_p)$$

$$Q_v = \exp(2{,}81332 + \ln v_c + \ln f + \ln a_p)$$

Model matematyczny procesu toczenia tytanu – wielomianowy drugiego stopnia (model 3)

Równania regresji modelu wielomianowego drugiego stopnia:

$$T = 742{,}46540 - 35{,}09346 v_c + 1185{,}57296 f + 150{,}41033 a_p^2 + \\ 120{,}27649 v_c f - 3050{,}96711 f a_p$$

$$Rz = -0{,} 94492 + 2{,}73083 a_p + 0{,}0029 v_c^2 + 185{,}27477 f^2 + \\ -0{,}08074 v_c a_p - 5{,}96352 f a_p$$

$$F_c = -83{,}80439 + 15{,}78098 v_c + 687{,}41995 f - 0{,}33955 v_c^2 + \\ -3496{,}89070 f^2 + 1876{,}92407 f a_p$$

$$F_f = 357{,}93677 + 45{,}12618 a_p - 5391{,}17682 f^2 + 1497{,}35858 f a_p$$

$$F_r = -217{,}67014 + 7{,}84018 v_c + 599{,}66217 f + 405{,}51536 a_p + \\ 0{,}03757 v_c^2 - 84{,}90886 a_p^2 - 5{,}20980 v_c a_p + 186{,}99732 f a_p$$

$$k_c = 3349{,}89981 + 62{,}85554 v_c - 12170{,}84647 f - 201{,}92721 a_p + \\ -1{,}34841 v_c^2 + 21251{,}59412 f^2$$

$$P_c = 0{,}12388 - 0{,}73883 f - 0{,}12880 a_p - 0{,}00012 v_c^2 - 1{,}39102 f^2 + \\ 0{,}04134 v_c f + 0{,}00509 v_c a_p + 0{,}75952 f a_p$$

$$Q_v = 127{,}81973 - 5{,}10876 v_c - 730{,}14861 f - 73{,}01747 a_p + \\ 29{,}17994 v_c f + 2{,}9182 v_c a_p + 417{,}07516 f a_p$$

Analiza modeli matematycznych

Podstawą do analizy wyznaczonych doświadczalnie modeli matematycznych procesu toczenia tytanu był zestawiony w tablicy II zbiór wartości testu Fischera-Snedecora, tj. stosunku wartości F/F_{kr}, za pomocą którego testowano istotność równań regresji we wszystkich typach modeli dla poszczególnych zmiennych wyjściowych procesu, gdzie:

- F – obliczona wartość funkcji F Fischera-Snedecora,
- $F_{kr(\alpha,\ N-K-1,\ K)}$ – krytyczna wartość funkcji F,
- α – przyjęta wartość poziomu istotności funkcji regresji,
- K – liczba stopni swobody licznika [5] równa liczbie współczynników regresji w danym równaniu,
- N-K-1 – liczba stopni swobody mianownika [5], gdzie: N – liczba doświadczeń eksperymentu.

W tablicy III zestawiono wartości współczynników korelacji wielokrotnej R dla wybranych najlepszych funkcji regresji poszczególnych wielkości wyjściowych analizowanych modeli matematycznych. Kryteriami wyboru najlepszych funkcji regresji w poszczególnych modelach było uzyskanie przy przyjętym poziomie istotności $\alpha \leq 0{,}05$:

- możliwie największej wartości testu Fischera-Snedecora $F/F_{kr} \geq 1$ ze zbioru możliwych postaci funkcji regresji,
- możliwie największych wartości zbioru funkcji *t*-Studenta (testem *t*-Studenta badano istotność poszczególnych współczynników regresji) dla poszczególnych współczynników wchodzących w skład danego równania regresji, które mogą świadczyć o fizycznym wpływie danego parametru na wielkość wyjściową procesu,
- możliwie dużej wartości współczynnika korelacji wielokrotnej R,

oraz uwzględnienie w miarę możliwości fizycznego znaczenia parametrów procesu, które są reprezentowane przez odpowiadające im współczynniki korelacji.

Do poszukiwania najlepszych funkcji regresji wykorzystano metodę dołączania zmiennych niezależnych.

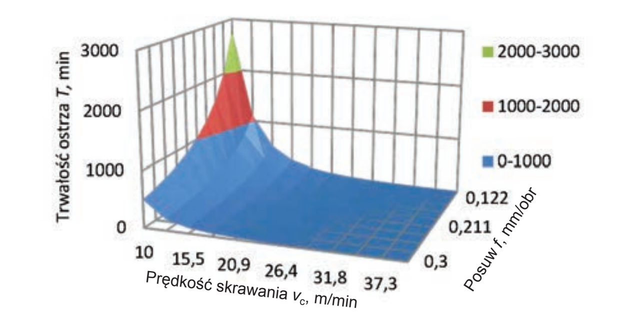
TABLICA II. Wartości testu Fischera-Snedecora dla trzech typów modeli matematycznych – $F/F_{kr\,(\alpha,\,N\text{-}K\text{-}1,\,K)}$

Model	K	Model 1	K	Model 2	K	Model 3
Zmienna		F/F_{kr}		F/F_{kr}		F/F_{kr}
T	3	3,567	6	6,175	5	1,718
R_z	3	15,346	7	38,621	5	74,798
F_c	3	72,562	6	90,995	5	181,885
F_f	3	6,015	3	6,015	3	7,075
F_n	3	6,804	7	13,084	7	13,788
k_c	3	10,604	4	18,151	5	22,215
P_c	3	140,882	5	234,811	6	78,566
Q_v	3	>308,746	3	>1000	6	328,748

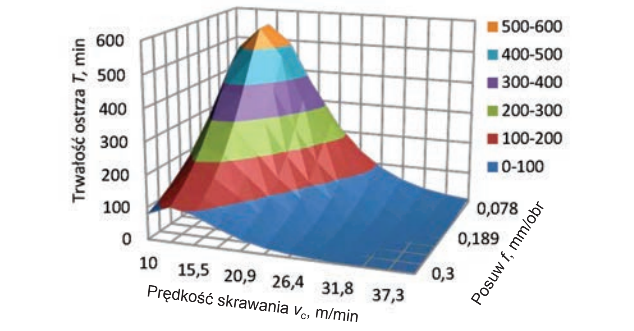
TABLICA III. Wartości współczynników korelacji wielokrotnej *R* dla trzech typów modeli matematycznych

Model	K	Model 1	K	Model 2	K	Model 3
Zmienna		R		R		R
T	3	0,827	6	0,945	5	0,803
R_z	3	0,950	7	0,994	5	0,994
F_c	3	0,989	6	0,996	5	0,997
F_f	3	0,886	3	8,886	3	0,886
Fn	3	0,897	7	0,978	7	0,979
k_c	3	0,930	4	0,969	5	0,942
P_c	3	0,994	5	0,998	6	0,996
Q_v	3	1,000	3	1,000	6	0,999

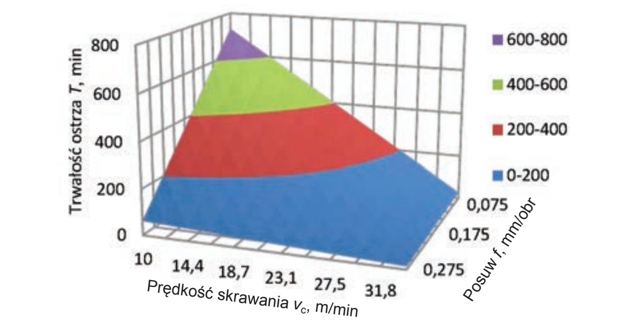
Dla przykładu podano prezentację graficzną przebiegu zależności trwałości ostrza T w funkcji prędkości skrawania v_c oraz posuwu f przy średniej głębokości skrawania a_p dla trzech typów badanych modeli (rys. 1–3). W prezentacji zależności trwałości ostrza w funkcji parametrów obróbki przebieg zmiennych dobrano zgodnie z fizycznym przebiegiem procesu toczenia; najmniejszej prędkości odpowiada maksymalny posuw.



Rys. 1. Zależność trwałości ostrza $T = f(v_c, f)$, w min, przy średniej wartości głębokości skrawania a_p = 1,75 mm (model 1)



Rys. 2. Zależność trwałości ostrza $T = f(v_c,f)$, w min, przy średniej wartości głębokości skrawania a_p = 1,75 mm (model 2)



Rys. 3. Zależność trwałości ostrza $T = f(v_c, f)$, w min, przy średniej wartości głębokości skrawania a_p = 1,75 mm (model 3)

Podsumowanie i wnioski

Przy doborze najlepszej funkcji regresji bardzo przydatne są wskaźniki testu Fishera-Snedecora $F/F_{kr} \geq 1$ oraz testu t-Studenta $t/t_{kr} \geq 1$ dla założonego poziomu istotności α, jednakże nie są one w pełni wystarczające w każdym przypadku. Zdarza się, że mimo spełnienia matematycznych wymagań istotności funkcji wartości funkcji nie mają znaczenia fizycznego w pewnych obszarach przestrzeni (najczęściej granicznych) badanej funkcji. Przykładem mogą być np. ujemne wartości trwałości ostrza lub ujemne wartości parametrów chropowatości R_z lub R_a. Dlatego bardzo pożądane jest sporządzenie tablicy wartości danej wielkości wyjściowej w funkcji fizycznie uzasadnionej zmienności i zakresu parametrów wejściowych (przydatnej do wykonania wykresu przestrzennego), by jednoznacznie ustalić poprawność rezultatów.

Może się zdarzyć, że nieprawidłowe wartości, nie mające sensu fizycznego, występują w każdym kroku działania krokowej regresji wielokrotnej w określonych miejscach badanej przestrzeni parametrów. Należy wówczas zmienić typ modelu, a w razie konieczności ograniczyć zakres zmienności parametrów.

W przedstawionych przykładach analizy trwałości ostrza jako najlepszy należy wybrać model 2. W całej przestrzeni zmienności badanych parametrów wartości funkcji trwałości są rozsądnie dodatnie. Modele 1 i 3 pomimo poprawnych matematycznie wskaźników wykazują pewne obszary graniczne, w których występują nieprawidłowe wartości ujemne w przyjętym zakresie zmienności parametrów. Wobec tego w modelu 1 ograniczono górny zakres prędkości oraz dolny zakres posuwu, natomiast w modelu 3 zmniejszono górny zakres prędkości. Przy rozsądnym doborze zakresu zmienności parametrów modele te mogą być poprawne.

LITERATURA

1. Laskowski P., Habrat W., Krupa K., Sieniawski J. „Toczenie wykończeniowe stopu tytanu Ti-Al-4V z zastosowaniem HCP". *Stal, Metale i Nowe Technologie.* 11–12 (2013): s. 56–62.
2. Małecka J. „Stopy tytanu na osnowie faz międzymetalicznych TiAl(g) i $Ti_3Al(\alpha_2)$". *Mechanik.* 10 (2013): s. 888–890.
3. Oczoś K.E. „Kształtowanie ubytkowe tytanu i jego stopów w przemyśle lotniczym i technice medycznej – część I". *Mechanik.* 9 (2008): s. 888–890.
4. Oczoś K.E., „Kształtowanie ubytkowe tytanu i jego stopów w przemyśle lotniczym i technice medycznej – część II". *Mechanik.* 10 (2008): s. 753–756.
5. Mańczak K. „*Technika planowania eksperymentu*". Warszawa: WNT 1976.
6. Pogorzelski W. „*Teoria systemów i metody optymalizacji*". Warszawa: OWPW, 1996.
7. Zawora J. „Optymalizacja wielokryterialna procesu toczenia tytanu". *Mechanik.* 9 (2016): s. 1432–1433.