

# Optymalizacja topologiczna projektowania wyrobów wytwarzanych metodą wtryskiwania tworzyw sztucznych

## Topological optimization of the design of products manufactured by injection molding of plastics

PRZEMYSŁAW POSZWA  
MAREK SZOSTAK\*

DOI: <https://doi.org/10.17814/mechanik.2017.11.151>  
English version available on: [www.mechanik.media.pl](http://www.mechanik.media.pl)

Przedstawiono zastosowanie tzw. optymalizacji topologicznej do wyrobów produkowanych poprzez wtryskiwanie tworzyw sztucznych. Jest to metoda obliczeniowa pozwalająca na uzyskanie maksymalnej sztywności geometrii wypraski, a jednocześnie redukcję jej masy. Zaprezentowano możliwości wybranych narzędzi numerycznych wykorzystujących optymalizację topologiczną i ograniczenia w kontekście procesu wtryskiwania.

**SŁOWA KLUCZOWE:** optymalizacja topologiczna, wtryskiwanie, tworzywa sztuczne

*The use of so-called topological optimization for products manufactured by means of injection molding of plastics, is presented. This is a computational method that allows for maximum rigidity of the mold geometry, while reducing its mass. Possibilities of selected numerical tools using topological optimization and constraints in the context of injection molding process, are presented.*

**KEYWORDS:** topology optimization, injection molding, plastics

Rozwój metod obliczeniowych oraz technologii wytwarzania prowadzi do redukcji masy elementów konstrukcyjnych, co przekłada się bezpośrednio na oszczędności i poprawę ekonomiki procesu wytwarzania.

Metody obliczeniowe rozwinęły się wraz ze znaczącym wzrostem mocy obliczeniowej komputerów. Coraz dokładniej można przewidzieć zachowanie elementów konstrukcyjnych pod wpływem obciążenia i tym samym zredukować ich masę (dobierając optymalny przekrój). Powstały algorytmy obliczeniowe, które za pomocą modyfikacji geometrii pozwalają uzyskać kształt elementu o maksymalnej sztywności i wytrzymałości [1].

W ostatnich latach nastąpił również rozkwit metod przyrostowych umożliwiających formowanie elementów – zarówno z tworzyw sztucznych, jak i metali. Zaletą tych metod jest swoboda formowania kształtów, jednak wadami są czas produkcji (dużo dłuższy w porównaniu z technologiami konwencjonalnymi – zarówno ubytkowymi, jak i bezubytkowymi) oraz ograniczone gabaryty elementów (choć powstały już technologie omijające to ograniczenie, m.in. wykorzystujące spawanie do nanoszenia kolejnych warstw elementu [2]).

Redukcja masy elementów konstrukcyjnych jest szczególnie pożądana w branży lotniczej (w budowie samolotów, dronów), gdyż pozwala zwiększyć maksymalny zasięg poszczególnych rozwiązań. W przypadku samolotów umożliwia również zwiększenie ładowności, a w przypadku dronów – zastosowanie dodatkowych elementów funkcjonalnych.

Zmniejszenie masy elementów ma duże znaczenie także w branży motoryzacyjnej, ponieważ coraz więcej części wykonuje się z tworzyw sztucznych. Pozwala to ograniczyć koszty wytwarzania, a także poprawić osiągi pojazdów.

### Optymalizacja topologiczna

Optymalizacja topologiczna jest metodą numeryczną pozwalającą na takie zmodyfikowanie topologii (kształtu) badanego elementu, że zostają usunięte obszary nieprzenoszące obciążeń. W najprostszym ujęciu zagadnienie to jest określane mianem „problemu rozkładu materiału” (*material distribution problem*). Należy w nim rozważyć, że element mechaniczny jest traktowany jako ciało, które zajmuje przestrzeń  $\Omega^{mat}$ , będąc częścią większej referencyjnej przestrzeni  $\Omega$  w przestrzeni 2- ( $R^2$ ) lub 3-wymiarowej ( $R^3$ ).

Domena referencyjna została wybrana do zdefiniowania obciążeń oraz warunków brzegowych i można w niej zdefiniować zadanie zoptymalizowania konstrukcji jako problem poszukiwania optymalnego wyboru tensora sztywności  $E_{ijkl}(x)$ , który jest zmienny w całej domenie. Jeśli wprowadzi się 2-liniową postać energii  $a$  (tj. wewnętrzną wirtualną pracę ciała elastycznego w sytuacji równowagi  $u$  dla arbitralnego wirtualnego przemieszczenia  $v$ ), zwaną również kryterium odkształcalności (*compliance*), wraz z liniową postacią odkształcenia  $\epsilon$  i obciążenia  $l$ :

$$a(u, v) = \int_{\Omega} E_{ijkl}(x) \epsilon_{ij}(u) \epsilon_{kl}(v) d\Omega$$

$$\epsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$l(u) = \int_{\Omega} f u d\Omega + \int_{\Gamma_T} t u d\Omega$$

problem minimalizacji odkształcalności (maksymalnej sztywności globalnej) przyjmuje formę:

$$\min_{u \in U, E} l(u)$$

$$a_E(u, v) = l(v) \quad \text{dla każdego } v \in U$$

$$E \in E_{ad}$$

Innymi słowy chodzi o uzyskanie takiej konstrukcji, w której energia odkształcenia przy założonych obciążeniach będzie jak najmniejsza.

Równanie równowagi jest zapisane w słabej, wariacyjnej formie, gdzie  $U$  oznacza przestrzeń kinematycznie dopuszczalnego pola przemieszczeń,  $f$  – siły przyłożone wewnątrz ciała,  $t$  – siły przyłożone na obrzeżu domeny. Indeks  $E$  wskazuje, że 2-liniowa forma energii zależy od zmiennych projektowych, a  $E_{ad}$  oznacza dopuszczalne tensory sztywności dla zadanego problemu [3].

\* Mgr inż. Przemysław Poszwa (przemyslaw.b.poszwa@doctorate.put.poznan.pl), dr hab. inż. Marek Szostak (marek.szostak@put.poznan.pl) – Instytut Technologii Materiałów Politechniki Poznańskiej

Aby rozwiązać zagadnienie metodami numerycznymi, typowym podejściem jest dyskretyzacja modelu z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Należy wspomnieć, że w obszarze zainteresowań są tutaj 2 pola: pole przemieszczeń  $u$  oraz pole sztywności  $E$ . Wykorzystując tę samą siatkę elementów skończonych dla obydwu pól i zakładając, że  $E$  jest stałe w każdym elemencie, możliwe jest zapisanie formy dyskretnej problemu jako:

$$\min_{u, E_e} f^T u$$

$$K(E_e)u = f$$

$$E \in E_{ad}$$

gdzie:  $u$  oraz  $f$  są odpowiednio: wektorami przemieszczeń oraz obciążeń.

Macierz sztywności  $K$  zależy od sztywności  $E$  w elemencie  $e$  numerowanym  $e = 1, \dots, N$ . Można zapisać  $K$  w postaci:

$$K = \sum_{e=1}^N K_e(E_e)$$

gdzie:  $K_e$  jest macierzą sztywności elementu [3].

Optymalizacja topologiczna sprowadza się zazwyczaj do kryterium sztywności (np. w Autodesk Inventor, Autodesk Fusion 360 [4]). W przypadku rozbudowanych narzędzi oprócz sztywności możliwa jest analiza pod kątem m.in.: minimalizacji odkształceń, naprężeń, optymalizacji temperatury, maksymalizacji częstości własnej oraz wartości własnych, a także stateczności konstrukcji (w Autodesk Nastran [5]).

Oczywistą zaletą optymalizacji topologicznej jest skuteczna redukcja masy elementów konstrukcyjnych. Z kolei główną wadę stanowi brak uwzględnienia technologiczności otrzymywanych elementów. W przypadku relatywnie prostych kształtów możliwe jest oczywiście przeprowadzenie operacji frezowania, jednak znacząco podnosi to koszt wyprodukowania jednej sztuki.

Podstawowy problem przy zastosowaniu optymalizacji topologicznej do elementów z tworzyw sztucznych stanowią ograniczenia tej metody produkcji. Narzędziem w procesie wtryskiwania jest forma wtryskowa, która na koniec cyklu otwiera się w celu usunięcia wyrobu. To właśnie usuwanie wyrobów z formy ogranicza możliwości formowania. W formach wtryskowych stosuje się elementy ruchome, jednak znacząco podnoszą one cenę takiego narzędzia. W przypadku optymalizacji złożonej geometrii mogą również powstać puste przestrzenie, nie do odwzorowania w technologii wtrysku.

Istotnym problemem jest też powstawanie tzw. linii łączenia. Linie łączenia typu czołowego (*weld lines*) to miejsca, w których fronty płynącego tworzywa spotykają się pod kątem mniejszym niż  $135^\circ$ . W miejscu połączenia frontów występuje obniżenie maksymalnej wytrzymałości, nawet o ok. 20% (wartość ta zależy od warunków łączenia frontu, rodzaju tworzywa, parametrów nastawnych procesu itd.) [6, 7]. Jest to też miejsce niejednorodności materiałowej stanowiącej karb. Tego typu linie będą występować w większości optymalizowanych geometrii, ponieważ po optymalizacji uzyskują one kształt szkieletu (im bardziej szkieletowa struktura, tym więcej linii łączenia).

Gdy fronty tworzywa spotykają się pod kątem większym od  $135^\circ$ , mówi się o liniach łączenia zlania się strumienia (*meld lines*). Linie te jednak w znacznie mniejszym stopniu powodują pogorszenie właściwości wytrzymałościowych.

Oslabienia wypraski w kluczowych miejscach można uniknąć poprzez sterowanie profilem wypełniania formy wtryskowej z zastosowaniem tzw. promotorów i restryktorów płynięcia (odpowiedniego pocienienia lub pogrubienia ścian wypraski) albo wykorzystanie układu gorącokanałowego doprowadzania tworzywa z kontrolowanym otwarciem przewężki.

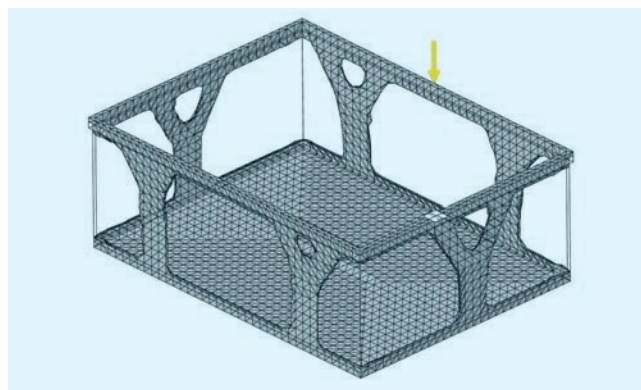
Do zniwelowania osłabienia można wykorzystać metodę RHCM (Rapid Heat Cycle Molding), polegającą na dodatkowym nagrzewaniu formy przed fazą wtrysku. Istnieje szereg sposobów nagrzewania formy wtryskowej (oporowo, wodą, parą wodną, podczerwienią, indukcyjnie). Różnią się one możliwościami oraz kosztami wdrożenia. Główną zaletą metody RHCM jest ułatwienie wypełniania gniazda przez płynące tworzywo, które w kontakcie z powierzchnią gniazda formującego nie ulega zestaleniu. Ze względu na uplastycznioną postać tworzywa nie dochodzi do powstania linii łączenia powodujących osłabienie wypraski. Wadami tej metody są zarówno dodatkowe koszty, które należy ponieść przy wdrożeniu, jak i wydłużony (nawet kilkakrotnie) czas cyklu obniżający ekonomikę procesu [8].

Ze względu na wskazane problemy w niniejszej pracy zaproponowano szczególne wykorzystanie optymalizacji topologicznej do projektowania wyrobów produkowanych metodą wtryskiwania tworzyw sztucznych. Sposób ten polega na optymalnym zaprojektowaniu uźebrowania wypraski, aby zwiększyć jej sztywność z zachowaniem minimalnej masy.

### Wykorzystanie optymalizacji topologicznej w wyrobach produkowanych metodą wtryskiwania tworzyw sztucznych

Przedmiotem analizy był kosz z polietylenu o dużej gęstości HDPE. Jest on stosowany do transportu m.in. warzyw; podczas transportu kosze ustawia się piętrowo. Optymalizacja topologiczna została wykorzystana do wskazania miejsc, gdzie należy wprowadzić uźebrowanie.

Założono, że kosz powinien mieć wymiary  $400 \times 300 \times 150$  mm. Przyjęto grubość ściany bocznej oraz dolnej równą 2 mm. Ze względu na piętrowe ustawianie koszy założono utwierdzenie podstawy kosza oraz równomiernie rozłożone obciążenie na górnej krawędzi równe 1000 N. Analizy przeprowadzono w programach Autodesk Inventor 2017 oraz Autodesk Fusion 360.



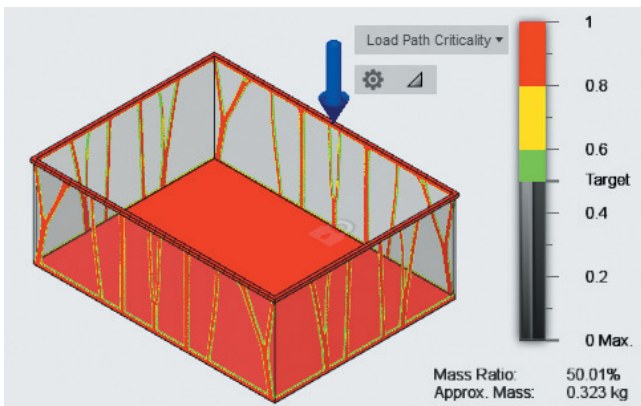
Rys. 1. Rezultaty optymalizacji topologicznej przy rzadkiej siatce

Pierwsze analizy optymalizacji topologicznej wykonano w programie Autodesk Inventor. Pokazały one bardzo silny wpływ gęstości siatki oraz poziomu redukcji masy elementu na uzyskany wynik. Na rys. 1 przedstawiono rezultaty – usunięto 40% materiału, wykorzystując elementy o dużej długości boku (średnia długość boku wynosiła

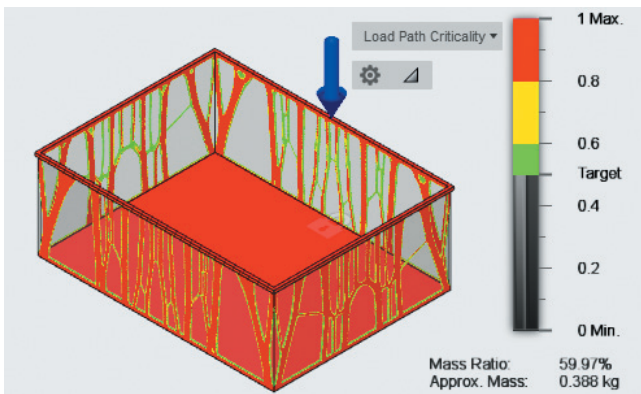
ok. 10 mm). Wraz ze wzrostem gęstości siatki uzyskana struktura była bardziej delikatna, tj. pozostawione obszary były dużo cieńsze, co jest korzystne w przypadku użebrowania wyprasek.

Dalsze obliczenia zostały przeprowadzone dla 2 wariantów geometrii w programie Autodesk Fusion 360 z wykorzystaniem chmury obliczeniowej. W pierwszym z nich założono grubość ściany docelowej, tj. 2 mm, a w drugiej sytuacji pogrubiono ją do 5 mm (żebra finalnie miały mieć grubość 1 mm i wysokość 3 mm). Założono również 2 ilości usuwanego materiału (40 i 50% masy). Średnia długość boku elementu wynosiła ok. 1,25 mm.

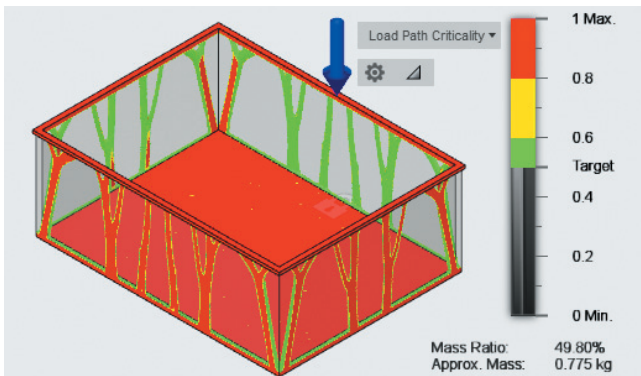
Zaobserwowano duży wpływ zarówno ilości usuwanego materiału, jak i grubości ściany na otrzymane wyniki (rys. 2–5). Zwiększenie ilości usuwanego materiału pozwoliło uzyskać dużo cieńsze obszary wymagające wzmocnienia – w zależności od grubości można zastosować jedno lub kilka poprowadzonych równolegle żeber.



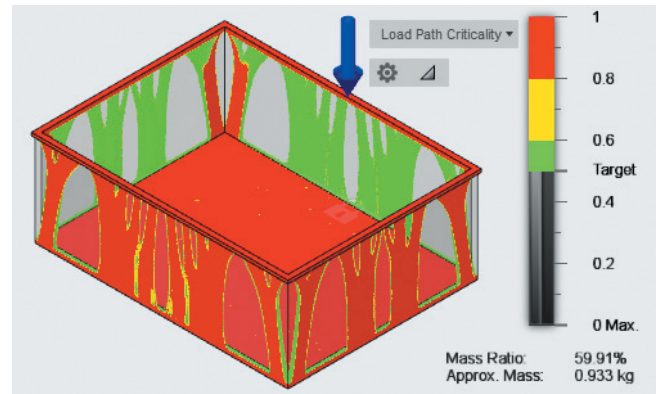
Rys. 2. Rezultat optymalizacji topologicznej dla redukcji masy o 50% przy założeniu grubości ściany bocznej 2 mm



Rys. 3. Rezultat optymalizacji topologicznej dla redukcji masy o 40% przy założeniu grubości ściany bocznej 2 mm



Rys. 4. Rezultat optymalizacji topologicznej dla redukcji masy o 50% przy założeniu grubości ściany bocznej 5 mm



Rys. 5. Rezultat optymalizacji topologicznej dla redukcji masy o 40% przy założeniu grubości ściany bocznej 5 mm

Zwiększenie grubości ściany z 2 mm do 5 mm spowodowało, że jedynie przy pionowych krawędziach algorytm pozostawił maksymalną grubość „podpór” (kolor czerwony) – w pozostałych miejscach zostały wyznaczone podpory o grubości mniejszej niż maksymalna (kolor zielony), co widać na rys. 5. Z tego powodu do projektowania użebrowania dużo lepszym rozwiązaniem będzie zastosowanie cieńszych ścian modelu bazowego.

## Podsumowanie

Optymalizacja topologiczna może zostać wykorzystana do doboru użebrowania w wyrobach produkowanych metodą wtryskiwania tworzyw sztucznych. W zależności od przyjętych parametrów symulacji (grubości siatki, ilości usuwanego materiału) można uzyskać obszary o różnej szerokości, które powinny zostać użebrowane w celu poprawy sztywności konstrukcji. W przypadku wąskich obszarów należy wprowadzić 1 lub 2 żebra pokrywające dany region (np. rys. 2), a w przypadku szerszych regionów należy wprowadzić odpowiednio więcej żeber (rys. 3–5).

Optymalizacja topologiczna ma pewne wady – nie uwzględnia technologiczności wypraski od strony wtryskiwania. Oprócz tego wykorzystane narzędzia nie pozwalają wpłynąć na algorytm optymalizacji topologicznej, który jest przygotowany pod kątem elementów wykonywanych z metalu (relatywnie mała ilość bardzo wąskich obszarów usuwanych za pomocą tzw. filtrowania [9]). Bardziej specjalistyczne narzędzia umożliwiają takie dobranie filtrowania, aby uzyskać drobno użebrowaną strukturę nadającą się do wyrobów produkowanych metodą wtryskiwania tworzyw sztucznych.

## LITERATURA

- Huang X., Xie Y.M. „*Evolutionary Topology Optimization Of Continuum Structures – Methods And Applications*”. United Kingdom: John Wiley & Sons 2010.
- <http://mx3d.com/projects/bridge> (dostęp: 20.07.2017 r.).
- Bendsoe M.P., Sigmund O. „*Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*”. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag 2003
- Dokumentacja programów Autodesk Inventor 2017 oraz Autodesk Fusion 360.
- Dokumentacja programu Autodesk Nastran 2018.
- Li J., Yang S., Turng L-S., Xie Z., Jiang S. “Comparative Study of Weldline Strength in Conventional Injection Molding and Rapid Heat Cycle Molding”. *Materiale Plastique*. 53, 3 (2016): s. 448–453.
- Cloud P.J., McDowell F., Gerakaris G. “Reinforced thermoplastics: understanding weld-line integrity”. *Plastics Technology*. 22, 48 (1976).
- Mrozek K., Chen S.C. “Selective induction heating to eliminate the fundamental defects of thin-walled moldings used in electrical industry”. *Journal of Applied Polymer Science*. 134, 26 (2017), doi: 10.1002/app.44992
- Rozvany G.I.N, Lewiński T. “*Topology Optimization in Structural and Continuum Mechanics*”. Udine: Springer 2014.