

# Wpływ modeli materiałowych na jakość wyników analiz wytrzymałościowych wyrobów z tworzyw sztucznych

## Influence of material models on quality of results of plastic parts' mechanical analyses

PRZEMYSŁAW POSZWA  
PAWEŁ BRZEK  
MAREK SZOSTAK\*

DOI: <https://doi.org/10.17814/mechanik.2017.12.205>  
English version available on: [www.mechanik.media.pl](http://www.mechanik.media.pl)

Przedstawiono wpływ zastosowania uproszczonego oraz rozbudowanego modelu materiałowego na wielkość odkształceń i naprężeń w częściach z tworzyw sztucznych. Ze względu na nieliniowe właściwości przewidzenie zachowania wyprasek pod wpływem obciążenia jest utrudnione. Opisano, jakie uproszczenie najlepiej stosować w przypadku posługiwania się modelem liniowym dla tworzyw napełnianych włóknem szklanym.

**SŁOWA KLUCZOWE:** tworzywa sztuczne, właściwości powtryskowe, model Ramberga-Osgooda

*The influence of simplified and expanded material model on stress and strain in plastic parts was presented. Due to nonlinear properties, the prediction of plastic parts behavior is difficult. In this paper, it was shown what simplifications should be used with linear material model for fiber-filled plastics.*

**KEYWORDS:** plastics, post-moulding properties, Ramberg-Osgood model

W dzisiejszych czasach coraz więcej elementów pierwotnie wytwarzanych z metalu zastępuje się częściami z tworzyw sztucznych. Wynika to z niskiej gęstości materiałów polimerowych, ich wysokiej wytrzymałości względnej, a także łatwości formowania (skomplikowane elementy można wyprodukować w jednej operacji).

Wadami tworzyw sztucznych są niska sztywność oraz bardzo nieliniowe właściwości materiałowe. Aby podnieść sztywność, stosuje się przede wszystkim napełniacz w postaci włókna szklanego. Jego dodanie do polimeru pozwala na zwiększenie sztywności od czterech do sześciu razy (w zależności od rodzaju oraz ilości dodanego włókna, w przypadku włókna węglowego możliwe jest uzyskanie nawet 10-krotnej poprawy sztywności), dzięki czemu produkowane elementy cechują się mniejszą odkształcalnością przy nieznacznym wzroście gramatury [1, 2]. Wadą zastosowania włókien szklanych jest zmniejszenie maksymalnego wydłużenia detali oraz ich udarności. Oprócz tego wprowadzenie włókien szklanych do osnowy polimerowej powoduje anizotropię materiału w zależności od orientacji włókna, która z kolei zależy od sposobu wypełniania gniazda formującego wypraskę. Dodatkowo komplikuje to opis matematyczny zjawiska deformacji pod wpływem przyłożonych obciążeń.

### Modele materiałowe

Podstawowym modelem matematycznym stosowanym w praktyce inżynierskiej jest prawo Hooke'a ( $\sigma = E\epsilon$ ), opisujące liniową zależność między naprężeniem  $\sigma$  (w MPa)

i odkształceniem  $\epsilon$  [3]. Model ten pasuje tylko do materiałów, których moduł sztywności  $E$  (w MPa) nie ulega zmianie, a odkształcenia są małe (nie przekraczają 5%). W przypadku tworzyw sztucznych ta zależność jest w przybliżeniu liniowa w bardzo wąskim zakresie, dlatego wykorzystanie tego modelu skutkuje wyraźnymi odchyleniami przy większych obciążeniach.

Zależność między naprężeniem i odkształceniem dla tworzyw sztucznych dobrze opisuje model Ramberga-Osgooda (RO). Wyraża się go następująco [4]:

$$\epsilon_m = \epsilon_m^e + \epsilon_m^p = \frac{\sigma_m}{E_m} + \left(\frac{\sigma_0}{E_m}\right) \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_0}\right)^n$$

gdzie:  $\sigma_m$  – naprężenie,  $\sigma_0$  – granica plastyczności,  $n$  – wykładnik prawa potęgowego,  $E_m$  – moduł sztywności osnowy,  $\epsilon_m^e$ ,  $\epsilon_m^p$  – równoważne odkształcenie – odpowiednio – elastyczne i plastyczne.

Ten nieliniowy model powstał w 1943 r. do opisu materiałów, w których następuje plastyczne odkształcenie z gładkim przejściem między odkształceniem elastycznym i plastycznym [5]. Z tego powodu znajduje on często zastosowanie do materiałów polimerowych.

### Opis eksperymentu

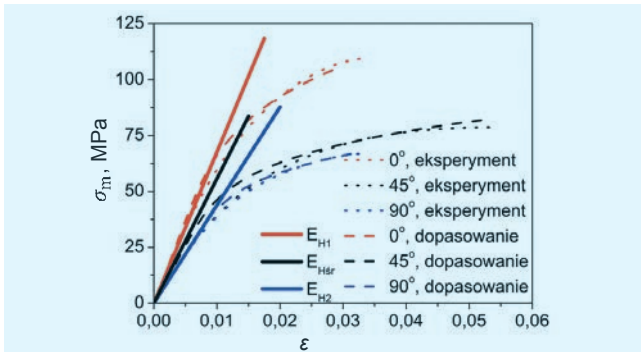
Wykorzystano oprogramowanie Autodesk Nastran In-CAD 2018.1 w powiązaniu z Autodesk Helius PFA 2018.1, aby przewidzieć zachowanie wyprasek z tworzyw sztucznych pod wpływem obciążenia. Pierwsze oprogramowanie jest narzędziem do analiz mechanicznych, drugie pozwala na rozszerzenie możliwości tego pierwszego o uwzględnienie powtryskowych właściwości tworzyw sztucznych wraz z ich nieliniowością.

W celu uwzględnienia wpływu przetwórstwa na właściwości mechaniczne w pierwszej kolejności wykonano symulację wtrysku w programie Autodesk Moldflow Insight Standard 2018.1. Wyniki zostały sprzężone z programem do analiz mechanicznych za pośrednictwem modułu znajdującego się w Autodesk Helius (o nazwie Advanced Material Exchange). Pozwala on na przeniesienie informacji o orientacji włókna, deformacji wypraski, wytrzymałości linii łączenia i warunkach zniszczenia wypraski do programu do analizy strukturalnej [6].

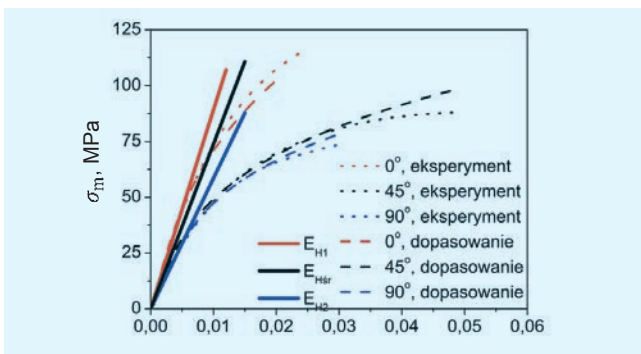
Posłużono się dwoma przykładami – wioselkiem do badań materiałowych zgodnie z normą ASTM D638-10 oraz pedałem hamulca. W obu przypadkach wykorzystano ten sam rodzaj tworzywa – polioksymetylen Tenac-c T14066 i T14067 (odpowiednio z 25- i 35-procentową zawartością włókna szklanego – zwane dalej: POM25 i POM35), aby pokazać wrażliwość rezultatów na obecność włókna stanowiącego wzmocnienie. Charakterystyki materiałowe zaprezentowano na rys. 1 i 2.

\* Mgr inż. Przemysław Poszwa (przemyslaw.b.poszwa@doctorate.put.poznan.pl), mgr inż. Paweł Brzek (pawel.brzek@put.poznan.pl), dr hab. inż. Marek Szostak prof. PP (marek.szostak@put.poznan.pl) – Instytut Technologii Materiałów Politechniki Poznańskiej

Analizy wytrzymałościowe zostały przeprowadzone w dwóch wariantach obu modeli. W modelu liniowym wykorzystano różne wartości modułu sztywności oraz współczynnika Poissona (każdy materiał miał podane dwie wartości, w pierwszym oraz drugim kierunku głównym): wartość maksymalną ( $H1$ ), minimalną ( $H2$ ) oraz średnią ( $Hśr$ ). Wykorzystano oprogramowanie Autodesk Helius PFA do przeniesienia liniowych właściwości materiałowych.



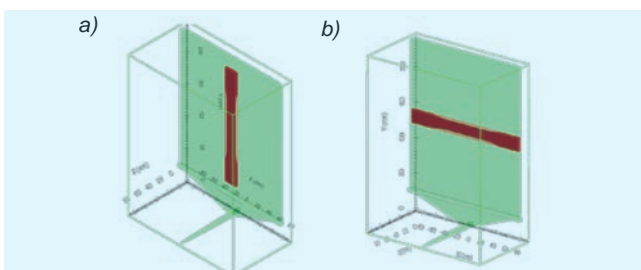
Rys. 1. Charakterystyka materiałowa POM25 [7]. *Eksperyment* – krzywa eksperymentalna; *dopasowanie* – krzywa dopasowana do modelu RO, wykorzystana w symulacjach;  $E_{H1}$  – zależność według prawa Hooke'a; 0°, 45°, 90° – kąty pod jakimi wycinano próbki względem kierunku orientacji włókien



Rys. 2. Charakterystyka materiałowa POM35 [7]. *Eksperyment* – krzywa eksperymentalna; *dopasowanie* – krzywa dopasowana do modelu RO, wykorzystana w symulacjach;  $E_{H1}$  – zależność według prawa Hooke'a; 0°, 45°, 90° – kąty pod jakimi wycinano próbki względem kierunku orientacji włókien

Pierwszy przykład ( $P1$ ) stanowił fragment płyty stosowanej do badania właściwości mechanicznych tworzyw sztucznych napełnianych włóknami. Do symulacji wykorzystano wiosełko wycięte w kierunku prostokątnym ( $\perp$ ) oraz równoległym do kierunku orientacji włókna ( $\parallel$ ). Rozkład orientacji włókna we wtryskiwanej płycie oraz wyciętych wiosełkach przedstawiono na rys. 3. Element był poddany jednoosiowemu rozciąganiu, gdzie wydłużenie próbki wyniosło 5 mm.

Drugim przykładem ( $P2$ ) był pedał hamulca. Analiza została przeprowadzona z jednym punktem wtrysku umieszczonym na jednym końcu. Jeśli dysponuje się od-

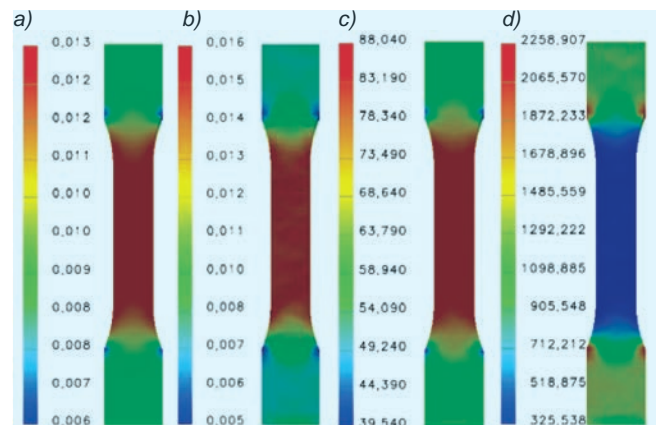


Rys. 3. Element  $P1$  zorientowany w kierunku: a) równoległym i b) prostokątnym do orientacji włókien

powiednimi danymi materiałowymi, można automatycznie wyznaczyć wytrzymałość poszczególnych linii. Na potrzeby analizy zablokowano możliwość przemieszczania się detalu na wałkach i w jego dolnym fragmencie oraz odebrano wszystkie stopnie swobody na szfowanej części. Do powierzchni pedału przyłożono prostopadle siłę 500 N.

## Wyniki

Na rys. 4 przedstawiono rezultaty – pierwsze dwie mapy odkształceń pokazują wyraźną różnicę w wielkości odkształceń ( $4a-b$ ). W przypadku modelu RO zaobserwowano większe odkształcenie w centralnej części oraz mniejsze odkształcenie w miejscach szerszych. Jest to istotne, gdyż przemieszczenie było przyłożone do górnego i dolnego krańca próbki. Naprężenia obliczone według prawa Hooke'a miały taki rozkład jak dla RO, ale wartości minimalne i maksymalne były inne. Na ostatnim wiosełku (rys. 4d) widać znaczącą redukcję sztywności wypraski w centralnej części pod koniec rozciągania, czego nie można przewidzieć z wykorzystaniem prawa Hooke'a. Zestawienie badanych parametrów dla różnych modeli materiałowych dla  $P1$  przedstawiono w tabl. I.

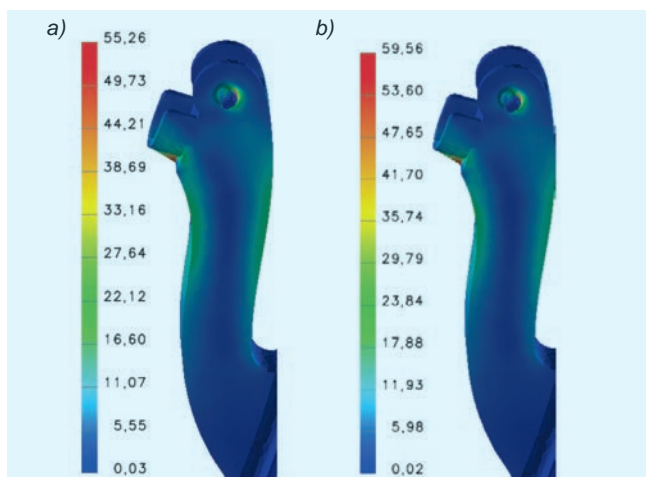


Rys. 4. Odształcenie według prawa Hooke'a  $\epsilon_{H1}$  (a); odkształcenie według modelu RO  $\epsilon_{RO}$  (b); naprężenia  $\sigma_m$  w MPa (c); stywny moduł sztywności  $E_T$  w MPa przed zniszczeniem próbki  $P1$  zorientowanej wzduż włókien (od lewej) dla POM25 (d)

W pierwszej części tabl. I zawarto wyniki uzyskane z modelu RO oraz prawa Hooke'a. Wyniki są zbliżone z danymi zaprezentowanymi na rys. 1 i 2. Wraz ze wzrostem wartości włókien zmniejsza się maksymalne pogorszenie sztywności wypraski w centralnej części. Dla odkształcenia próbki zgodnej z rys. 2 zaobserwowano zbliżone maksymalne przemieszczenia  $\Delta l$  obu materiałów.

TABLICA I. Zestawienie badanych parametrów dla  $P1$

Tworzywo	$\sigma_m$ , MPa min./maks.	$\Delta l_{max}$ , mm	$E_T$ , MPa	
			$\Delta l = 0$	min./maks.
POM25 $\parallel$	39,54/88,04	2,15	2411,63	325,5/2259
POM25 $\perp$	34,75/65,53	3,35	2411,63	226,6/2103,3
POM35 $\parallel$	32,61/80,87	1,35	3004,51	325,5/2075
POM35 $\perp$	40,34/73,76	3,25	3004,51	306,4/1496
Tworzywo	POM25		POM35	
	$\sigma_m$ , MPa ( $\Delta l_{max}$ )	$\sigma_m$ , MPa ( $\Delta l = 5$ )	$\sigma_m$ , MPa ( $\Delta l_{max}$ )	$\sigma_m$ , MPa ( $\Delta l = 5$ )
	min./maks.	min./maks.	min./maks.	min./maks.
$E_{lin\parallel}$	43,7/103	101,5/239,4	36,7/89,6	135,9/331,5
$E_{lin\perp}$	43,2/84,7	64,5/126,4	50/97,5	77,2/150
$E_{H1}$	48,2/99,3	112/230	39,9/82,6	147,6/304,6
$E_{H2}$	48,9/100,4	73/150	63,2/130	97,3/199,9
$E_{av\parallel}$	39,7/81,9	92,4/190,4	33,1/68,1	122,4/252,3
$E_{av\perp}$	61,9/127,6		79,6/164	



Rys. 5. Naprężenia  $\sigma_m$  w MPa dla: a) POM25 i b) POM35 według modelu RO

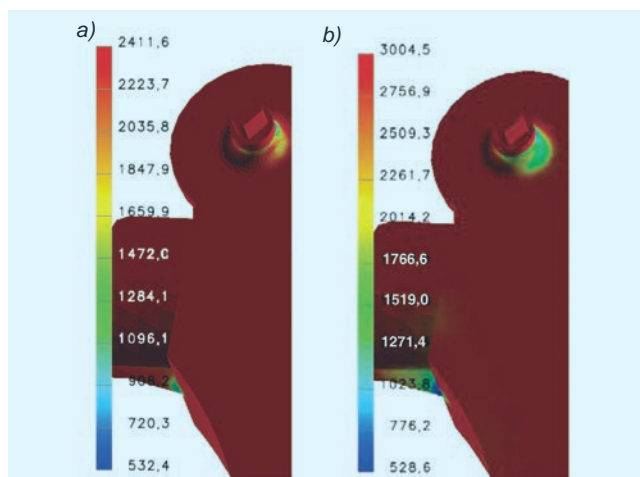
Na podstawie porównania wyników z prawem Hooke'a wyznaczono wielkość naprężeń dla maksymalnego przemieszczenia  $\Delta l_{max}$  oraz zgodnego z warunkami brzegowymi. W przypadku  $\Delta l_{max}$  najlepszą dokładność uzyskano po zastosowaniu linearyzacji z wykorzystaniem oprogramowania Autodesk Heliuss ( $E_{lin}$ ) oraz po zastosowaniu uśrednionej wartości modułu sztywności  $E_{av}$  (ale tylko przy równoległym ułożeniu włókien). Dla przemieszczenia maksymalnego uzyskano ponad dwukrotnie większe naprężenia aniżeli w modelu RO, przy czym były to wartości dopuszczalne z punktu widzenia przemieszczeń (długość próbki wynosiła 176,72 mm, przez co przemieszczenie równe 5 mm występuje przy równomiernym odkształceniu próbki na poziomie 0,028). Z tego powodu bez symulacji pokazującej rozkład odkształcenia próbki oraz uwzględnienia jej zniszczenia przewidzenie prawidłowego zachowania elementów z tworzyw napełnianych włóknem jest bardzo trudne.

W przypadku P2 zaobserwowano niewielkie różnice w naprężeniach między materiałami (rys. 5, tabl. II) – analizowano dolne żebro oraz sfazowany wałek. Z drugiej strony rodzaj tworzywa miał bardzo wyraźny wpływ na sztywność i maksymalne przemieszczenie obciążonej wypraski. W rozważanym przypadku dobrą dokładnością cechuje się wynik uzyskany na podstawie linearyzacji danych z Autodesk Heliuss – zbyt duże wartości otrzymano w przypadku żebra. Wadą tego rozwiązania było praktycznie dwukrotnie większe przemieszczenie w porównaniu z modelem RO.

W założeniu liniowym materiału zgodnym z prawem Hooke'a wielkość naprężeń dla żebra miała bardzo dobrą zbieżność, ale w przypadku ścinania w obrębie wałka program przewidział dużo większe naprężenia. Najlepsze odwzorowanie odkształceń zaobserwowano, gdy zastosowano moduł sztywności zgodny z I kierunkiem głównym – odkształcenia były niewiele mniejsze niż dla RO.

TABLICA II. Zestawienie badanych parametrów dla P2

Tworzywo	POM25		POM35	
	$\sigma_m$ , MPa żebro/wałek	$\Delta l_{max}$ , mm	$\sigma_m$ , MPa żebro/wałek	$\Delta l_{max}$ , mm
$E_T$	59,6/49,5	4,22	55,3/49,8	3,127
$E_{lin}$	68/46,4	7,02	73/47,5	6,096
$E_{H1}$	54/76	3,9	55/77,2	2,96
$E_{H2}$	52/63	5,89	50,6/61,3	4,41
$E_{av}$	52,5/70,8	4,7	54,7/71,9	3,55



Rys. 6. Styczny moduł sztywności  $E_T$  w MPa dla: a) POM25 i b) POM35

Na rys. 6 pokazano zmiany w stycznym module sztywności, gdzie wraz ze wzrostem zawartości włókien wzmacniających zwiększyła się wartość obniżenia sztywności w obszarze sfazowanego wałka oraz żebra. Zaobserwowano jednak, że minimalna wartość sztywności była zbliżona w obu przypadkach.

Zastosowanie modelu RO pozwala również na przewidzenie wielkości odkształceń plastycznych. W modelu P2 odkształcenia plastyczne wyniosły ok. 0,009, co oznacza, że dla założonego obciążenia wypraska powinna zostać przeprojektowana, aby nie wystąpiła trwała deformacja.

## Podsumowanie

Model liniowy (prawo Hooke'a) pozwolił na dobre odwzorowanie deformacji wypraski, gdy obciążeniem była przyłożona siła. Największą dokładność uzyskano z wykorzystaniem modułu sztywności wyznaczonego równoległe do kierunku orientacji włókna  $E_{H1}$ . Przemieszczenie było nieznacznie mniejsze od przemieszczenia uzyskanego dla modelu RO. Zastosowanie średniego modułu sztywności  $E_{av}$  dało zdecydowanie mniej dokładne wyniki niż  $E_{H1}$ . W badanym przypadku zastosowanie prawa Hooke'a pozwoliło na dobre odwzorowanie naprężeń na skutek ściskania oraz odkształcenia w kierunku zgodnym z kierunkiem orientacji włókien. Z drugiej strony było ono zdecydowanie mniej dokładne w przypadku ścinania oraz rozciągania.

Zastosowanie modułu do odkształceń liniowych programu Autodesk Heliuss pozwoliło na zdecydowanie lepsze odwzorowanie naprężeń w przypadku rozciągania oraz ścinania (większą rozbieżność zaobserwowano przy ściskaniu). Z drugiej strony przy zginaniu moduł wskazał dwukrotnie większe przemieszczenie aniżeli uzyskano dla modelu nieliniowego i dał gorsze wyniki niż zastosowanie prawa Hooke'a.

## LITERATURA

- Fu S.-Y., Lauke B., Mader E., Yue C.-Y., Hu X. "Tensile properties of short glass fiber- and short carbon fiber reinforced polypropylene composite. *Composites: Part A*. 31 (2000): s. 117–1125, doi: 10.1016/S1359-835X(00)00068-3.
- Karta katalogowa Lyondell Basell Hostacom PPN 1060.
- Bakar M. „Właściwości mechaniczne polimerów”. Radom: Wydawnictwo Politechniki Radomskiej, 2009.
- Nguyen B.N., Bapanapalli S.K., Kunc V., Phelps J.H., Tucker III C.L. "Prediction of the elastic-plastic stress/strain response for injection-molded long-fiber Thermoplastics". *Journal of Composite Materials*. 43, 3 (2009): s. 217–246, doi: 10.1177/0021998308099219.
- Ramberg W., Osgood W.R. "Description of stress-strain curves by three parameters". *Technical Note*. 902. Washington: National Advisory Committee For Aeronautics, 1943.
- Dokumentacja programu Autodesk Heliuss PFA 2018.
- Autodesk Inc. "Autodesk Moldflow Insight". San Rafael, CA. 94903, USA, 2017.