

# Wpływ kąta załamania osi wału, prędkości obrotowej oraz niewyważenia dynamicznego na drgania poprzeczne przegubu homokinetycznego

Influence of the angle of collapse of the shaft axle, rotational speed and dynamic imbalance on transverse shifts of the homokinetic joint

TOMASZ KRÓLIKOWSKI  
REMIGIUSZ KNITTER \*

DOI: <https://doi.org/10.17814/mechanik.2018.3.43>

Prezentowano zagadnienia związane z dynamiką pracy wałów przegubowych z przegubem homokinetycznym. Główny nacisk położono na ocenę wpływu przegubu w wale poddawany obciążeniom dynamicznym na drgania poprzeczne centralnej podpory wału.

**SŁOWA KLUCZOWE:** wały napędowe, przegub homokinetyczny, dynamika maszyn, niewyważenie

*The article discusses analyze issues of drive shafts incorporating constant velocity joints dynamics. It focuses mainly on an impact of a joint on a shaft center support lateral vibrations caused by dynamic loads.*

**KEYWORDS:** drive shafts, CV joint, machine dynamics, unbalance

Wały przegubowe znajdują zastosowanie wszędzie tam, gdzie zachodzi potrzeba przekazywania momentu obrotowego pomiędzy urządzeniami zamocowanymi ruchomo względem siebie. W praktyce spektrum wykorzystania wałów przegubowych w przemyśle oraz maszynach i urządzeniach technicznych jest bardzo szerokie. Przedmiotem niniejszej analizy jest dynamika pracy wałów z przegubem homokinetycznym Rzeppa. Ich podstawowym zadaniem jest przenoszenie momentu obrotowego w samochodowych układach napędowych (i nie tylko). Są typowe dla samochodów osobowych z napędem kół przednich, gdzie konieczne jest jednocześnie przekazywanie napędu i sterowanie kierunkiem jazdy. W samochodach z napędem osi tylnej tego typu wały zastępują wały przegubowe Cardana przy przekazywaniu momentu obrotowego do przekładni głównej mostu napędowego. Są też powszechnie stosowane jako wały pośrednie w samochodach terenowych z napędem kół obu osi.

Przechodząc do przegubów homokinetycznych, należy wspomnieć, że stosuje się je tam, gdzie konieczne jest zachowanie jednakowej prędkości obrotowej wału napędzającego i napędzanego, lecz z różnych względów (np. z powodu braku miejsca czy konieczności zachowania niskiej masy) nie można użyć wału z dwoma przegubami krzyżakowymi.

W artykule skoncentrowano się na przegubie synchronicznym w jego najbardziej typowym zastosowaniu – jako elementu wału pośredniego pojazdu terenowego.

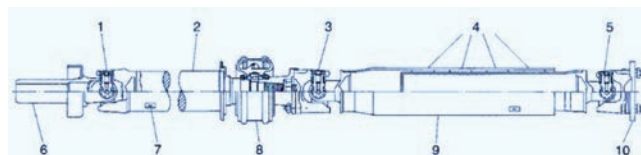
## Cel badań

Badania mają na celu określenie wpływu przegubu synchronicznego z kompensacją długości na dynamikę pracy oraz drgania poprzeczne wału napędowego pojazdu sa-

mochodowego, będącego w stanie niewyważenia dynamicznego wału zdawczego i odbiorczego.

## Budowa wałów napędowych

W pojazdach samochodowych wał napędowy ma za zadanie przeniesienie momentu obrotowego od skrzynki przekładniowej do mostu napędowego [16]. Ze względu na zmiany położenia pionowego elementów zespołu napędowego, wynikające z ugięcia elementów zawieszenia pojazdu, konieczne jest stosowanie wałów przegubowych. Obecnie w technice samochodowej najczęściej wykorzystuje się wały napędowe z trzema przegubami (rys. 1). Wynika to z faktu, że krótsze odcinki wałów wprowadzają do układu napędowego mniejsze obciążenia dynamiczne niż wały z dwoma przegubami [19].



Rys. 1. Typowy wał napędowy z łożyskiem pośrednim i trzema przegubami: 1 – przegub, 2 – wał środkowy, 3 – przegub, 4 – izolacja przeciwdrganiowa, 5 – przegub, 6 – element przesuwny, 7 – obciążenie wyrównowazające, 8 – łożysko pośrednie, 9 – wał, 10 – widełki połączone z mostem napędowym [16]

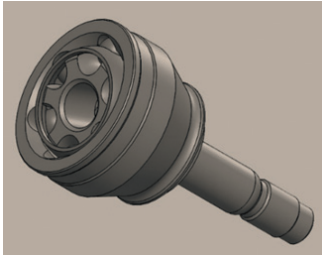
## Przeguby homokinetyczne

Tradycyjnym przegubem, najczęściej stosowanym obecnie w konstrukcji wałów napędowych pojazdów samochodowych, jest przegub Cardana. Jego zasadniczą wadą jest jednak nierównomierność prędkości obrotowych połączonych wałów, zależna od kąta załamania ich osi, co wprowadza do układu niekorzystne zjawiska dynamiczne. Wobec rosnących wymagań dotyczących komfortu akustycznego i izolacji drgań w pojazdach przeguby krzyżakowe coraz częściej zastępuje się przegubami homokinetycznymi. Istnieje wiele metod zapewnienia równobieżności przegubu [16], jednak w zastosowaniach związanych z samochodami osobowymi, a więc z dominującym segmentem rynku motoryzacyjnego, upowszechniły się zwłaszcza przeguby kulowe. Najważniejszą zaletą przegubów homokinetycznych w porównaniu z przegubami Cardana jest zapewnienie równomiernej prędkości obrotowej wału odbiorczego, niezależnie od kąta załamania osi wału zdawczego i odbiorczego. Ta cecha jest pożądana zwłaszcza w pojazdach z napędem zablokowanym o napędzie przedniej osi. Wały z przegubem homokinetycznym coraz powszechniej spotyka się w konstrukcji napędów klasycznych (silnik z przodu, napęd na koła tylne) lub wszystkich osi [16].

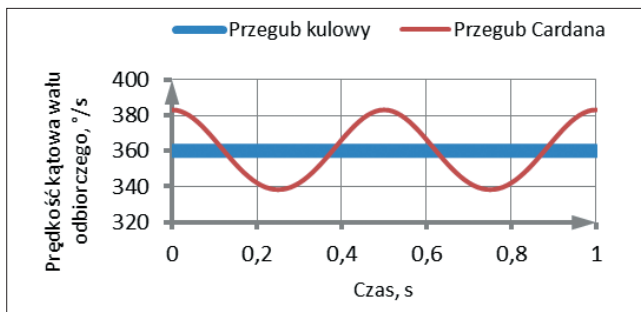
\* Prof. nadzw. dr hab. inż. Tomasz Królikowski (tomasz.krolikowski@tu.koszalin.pl), mgr inż. Remigiusz Knitter (remigiusz.knitter@tu.koszalin.pl) – Wydział Technologii i Edukacji, Katedra Mechatroniki i Mechaniki Stosowanej, Politechnika Koszalińska

## Analiza kinematyczna

W celu ukazania odmienności kinematyki przegubu synchronicznego i asynchronicznego przeprowadzono symulację różnic prędkości kątowej wału odbiorczego przy stałej prędkości wału zdawczego. Kąt załamania osi wałów wynosi  $20^\circ$ , a prędkość kątową wału zdawczego przyjęto równą  $360^\circ/\text{s}$ . Jako model do symulacji zastosowano model przegubu Rzeppa (rys. 2). Wyniki (rys. 3) potwierdziły znaczne wahania prędkości wału napędzanego za pośrednictwem przegubu Cardana oraz jednostajną prędkość wału napędzanego za pośrednictwem przegubu synchronicznego.



Rys. 2. Model przegubu użyty w symulacji (opracowanie własne)



Rys. 3. Porównanie prędkości wałów odbiorczych napędzanych przegubem Rzeppa i Cardana (opracowanie własne)

Jest to zgodne z informacjami dostępnymi w literaturze naukowej. Przegub synchroniczny przekazuje prędkość obrotową wału napędzającego – bez zmiany wartości i bez zniekształceń – do wału napędzanego, natomiast w przypadku przegubu Cardana nierównobieżność prędkości kątowych wału napędzającego i napędzanego może osiągać 13% lub więcej w zależności od kąta skośności osi pomiędzy wałami [8].

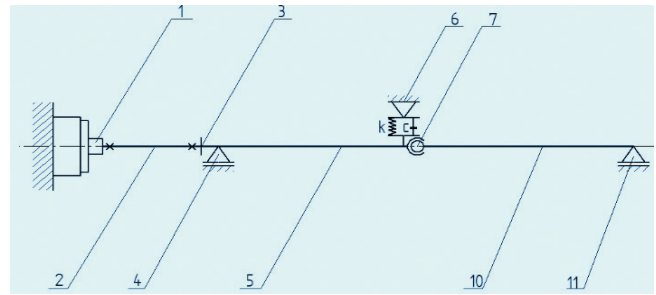
### Warunki równobieżności przegubu homokinetycznego

Do poprawnego działania przegubu muszą być spełnione następujące warunki:

- wszystkie kule przenoszące moment muszą się znajdować w jednej płaszczyźnie, tzw. płaszczyźnie homokinetycznej;
- płaszczyzna homokinetyczna musi podlegać samoczynnemu ustawianiu, tak by zawsze dzieliła kąt załamania wałów na połowę;
- osie symetrii wałów składowych powinny się przecinać w jednym punkcie na płaszczyźnie.

Jest oczywiste, że aby zapewnić bezproblemową eksploatację maszyn, powinny one pracować przy częstotliwościach dalekich od częstotliwości ich drgań własnych [20]. Dotyczy to również badań opisanych w artykule.

Korzystając z zależności między częstotliwością kołową i częstotliwością drgań, można dla danej częstotliwości rezonansowej  $f_0$  (w Hz) drgań własnych podpory wyznaczyć rezonansową częstość kołową drgań  $\omega_0$  (w rad/s), tj. prędkość obrotową, przy której może wystąpić rezonans:



Rys. 4. Schemat kinematyczny stanowiska pomiarowego: 1 – wał główny wyważarki, 2 – wałek pośredni, 3 – flansza łącząca wały, 4 – podpora początkowa, 5 – wał napędzający, 6 – podpora centralna, 7 – przegub, 10 – wał napędzany, 11 – podpora końcowa,  $k$  – współczynnik sprężystości podpory środkowej,  $c$  – współczynnik tłumienia podpory środkowej (opracowanie własne)

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \quad (1)$$

$$\omega_0 = \frac{\pi n}{30} \quad (2)$$

gdzie:  $n$  – prędkość obrotowa (w obr/min), przy której na skutek niewyważenia wystąpi rezonans podpory środkowej.

Po przekształceniu zależności (1) i (2):

$$n = 60f_0 \quad (3)$$

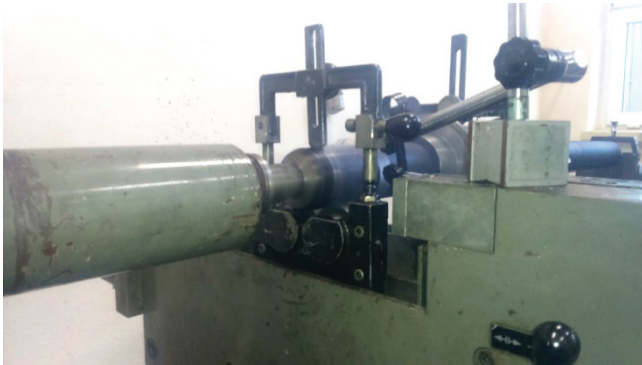
Częstotliwość drgań własnych badanej podpory centralnej wynosi w przybliżeniu  $f_0 = 2$  Hz [6]. Po podstawieniu tej wartości do równania (3) otrzymano  $n = 120$  obr/min. Biorąc pod uwagę fakt, że najniższa zastosowana w badaniach prędkość obrotowa wału wynosi  $n = 800$  obr/min, można uznać, że ta wartość jest dostatecznie oddalona od częstości rezonansowej podpory i że postawiony uprzednio warunek jest spełniony.

### Charakterystyka aparatury pomiarowej

Głównym czujnikiem wykorzystanym do rejestracji wyników pomiarów był przetwornik prędkości drgań Bently Nevada z serii 9200. Zamocowano go na podporze centralnej z użyciem bazy magnetycznej. Czujnik ten rejestruje bezpośrednio wartość amplitudy prędkości drgań, jednak możliwe jest również elektroniczne całkowanie bądź różniczkowanie sygnału w celu otrzymania wartości amplitudy przemieszczeń lub przyspieszeń drgań podpory. Czujniki z serii 9200 są zbudowane z cewki z drutu miedzianego, nawiniętej podwójnie w przeciwnych kierunkach (w celu zniesienia indukcyjności obu uzwojeń). Cewka poruszająca się w polu magnetycznym generuje sygnał pomiarowy rejestrowany przez analizator [2]. Wykorzystany czujnik jest przystosowany do pracy w zakresie częstotliwości  $10 \div 1000$  Hz, natomiast maksymalne rejestrowane przemieszczenie wynosi  $2,54$  mm [2]. Charakterystyka czujnika w pełni odpowiada przewidzianym zastosowaniom. Prędkość obrotowa wału jest mierzona bezstykowo za pomocą czujnika fotooptycznego, który zlicza impulsy generowane poprzez odbicie wiązki świetlnej od elementu odblaskowego zamocowanego na badanym wale. Zebrane impulsy są przetwarzane na wartość prędkości obrotowej w interfejsie pomiarowym Bently Nevada TK84 [4]. Dane zebrane bezpośrednio z przetwornika prędkości drgań oraz przetworzone przez interfejs TK84 są dostarczane – w celu dalszego przetworzenia i prezentacji – do analizatora drgań Bently Nevada TK83. Rejestrator ten pozwala na całkowanie i różniczkowanie sygnału, a ponadto – na bezpośredni odczyt amplitudy mierzonej wielkości oraz jej kąta fazowego [3].

## Przygotowanie przegubu do badań

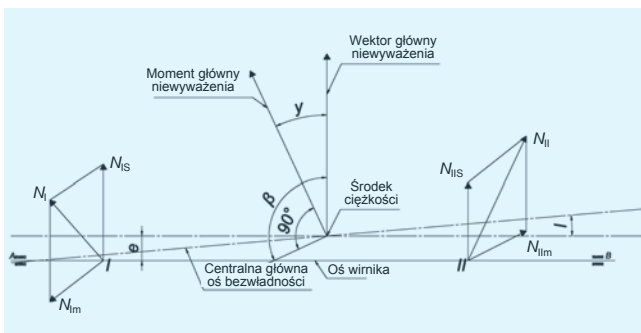
Aby umożliwić wprowadzanie niewyważenia, wykonano dwie tarcze z gwintowanymi otworami na obwodzie. Zainstalowano je na wale (w jego części napędzającej i napędzanej) z zachowaniem prostokątności płaszczyzny czołowej każdej tarczy do osi obrotu wału. Dzięki temu zabiegowi wyeliminowano zjawisko bicia osiowego. Ponieważ średnica badanego wału była znacznie większa niż maksymalna możliwa do umieszczenia w podporze końcowej, należało wykonać odpowiedni czop redukcyjny. Element ten wytoczono i przyspawano na końcu wału. Wał poddano wyważeniu dynamicznemu, a następnie zamocowano na stanowisku badawczym (rys. 5).



Rys. 5. Wał umieszczony na stanowisku badawczym (opracowanie własne)

Według normy ISO 1940-1:2003 wyważanie jest procedurą polegającą na dostosowaniu rozkładu mas wirnika w sposób zapewniający utrzymanie pozostającego niewyważenia resztkowego w granicach zależnych od typu wirnika, jego masy i maksymalnej roboczej prędkości obrotowej [10]. Stan niewyważenia istnieje w przypadku, gdy główna centralna oś bezwładności wirnika nie pokrywa się z jego osią obrotu. W przypadku wirników sztywnych można dokonać redukcji układu sił i przedstawić stan niewyważenia za pomocą wektora i momentu głównego niewyważenia (rys. 6). Wychodząc z warunków równowagi sił i momentów, można rozłożyć wektor  $\mathbf{N}_s$  na dwa równoległe wektory działające w dowolnych płaszczyznach  $\mathbf{N}_{Is}$  oraz  $\mathbf{N}_{IIs}$ . Analogicznie można rozłożyć wektor momentu głównego niewyważenia  $\mathbf{M}_N$  na wektory składowe  $\mathbf{N}_{Im}$  i  $\mathbf{N}_{IIm}$  sił, których suma wektorów momentów równa jest momentowi  $\mathbf{M}_N$ . Składając wektory sił  $\mathbf{N}_{Is}$  i  $\mathbf{N}_{IIm}$  oraz (analogicznie)  $\mathbf{N}_{IIs}$  i  $\mathbf{N}_{Im}$ , otrzymuje się wektorową reprezentację działającego niewyważenia, opisaną wektorami sił  $\mathbf{N}_I$  oraz  $\mathbf{N}_{II}$  [16].

Na podstawie typu wirnika należy ustalić klasę dokładności jego wyważenia, korzystając z tabel dostępnych we wspomnianej normie. Następnie należy określić masę wału (w kg) oraz jego maksymalną prędkość roboczą.



Rys. 6. Reprezentacja głównego wektora i momentu niewyważenia [16]

Maksymalne dopuszczalne niewyważenie resztkowe  $U_{per}$  (g·mm) można wyznaczyć z zależności:

$$U_{per} = 1000 \cdot \frac{(e_{per} \cdot \Omega) \cdot m}{\Omega} \quad (4)$$

gdzie:  $e_{per}$  – jednostkowe niewyważenie resztkowe, g·mm/kg;  $(e_{per} \cdot \Omega)$  – współczynnik powiązany z klasą dokładności wyważenia, mm/s;  $m$  – masa elementu, kg;  $\Omega$  – robocza prędkość kątowa, rad/s.

TABLICA I. Klasy dokładności wyważenia wirników sztywnych [11]

Typ maszyny	Klasa jakości G	Współczynnik $e_{per} \cdot \Omega$ , mm/s
Koła samochodów, obręcze kół, wały napędowe	G 40	40

Zgodnie z normą badany wał powinien zostać wyważony w klasie G 40, ponieważ pochodzi z samochodu osobowego. Wyważenie dynamiczne trójpłaszczyznowe stanowi ostatni etap przygotowania wału do badań.

## Przyjęte założenia i zakres badań

Aby ograniczyć liczbę zmiennych oraz ułatwić analizę wyników, przyjęto założenia:

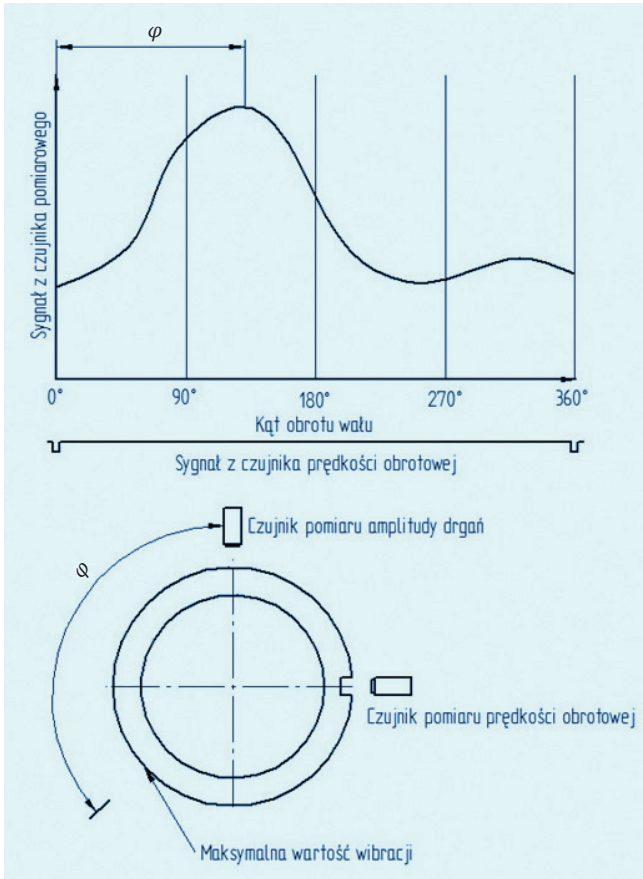
- z badanego wału wyizolowano jeden przegub homokinetyczny,
- kąt załamania osi wałów zmienia się skokowo w zakresie  $0 \div 15^\circ$  ze skokiem co  $5^\circ$ ,
- prędkość obrotowa wału zawiera się w przedziale  $800 \div 3000$  obr/min,
- wprowadzane niewyważenie wynosi maksymalnie 2600 g·mm (obciążenie masą 40 g przyłożoną na promieniu 65 mm), a kąt fazowy wprowadzanego wektora niewyważenia zawiera się w przedziale  $0 \div 351^\circ$ .

Do osiągnięcia założonego celu badań zaplanowano je w następujący sposób:

- pomiar odniesienia – pomiar amplitudy prędkości drgań poprzecznych wału oraz jej kąta fazowego jako funkcji prędkości obrotowej wału (przy zerowym kącie załamania osi i niewyważeniu resztkowym),
- określenie zależności funkcyjnej amplitudy prędkości drgań poprzecznych wału oraz jej kąta fazowego od kąta załamania osi wału zdawczego i odbiorczego oraz prędkości obrotowej wału zdawczego,
- ocena wpływu wprowadzanego niewyważenia w części napędzanej wału przy stałej prędkości obrotowej oraz zmiennym kącie załamania osi wału zdawczego i odbiorczego,
- ocena wpływu kąta fazowego wprowadzanego niewyważenia o stałej wartości w części zdawczej i odbiorczej wału przy stałym kącie załamania osi wału zdawczego i odbiorczego.

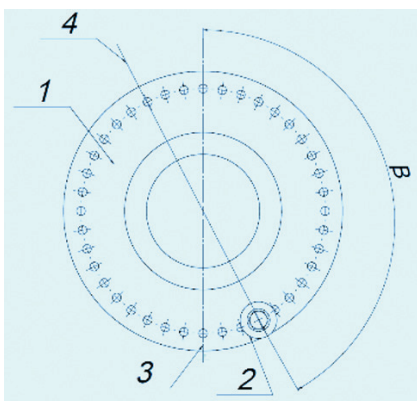
## Sposób przeprowadzenia badań

W doświadczeniu zdecydowano się na pomiar wartości amplitudy prędkości drgań jako wielkości, która dobrze odzwierciedla kondycję wibroakustyczną maszyny, ponieważ jest proporcjonalna do strumieni energii przepływających przez węzeł maszynowy poddawany ocenie [7, 12]. Ponadto ta wartość jest mierzona bezpośrednio przez przetwornik pomiarowy i wyświetlana na ekranie analizatora. Kolejnym mierzonym parametrem był kąt fazowy amplitudy prędkości drgań w miejscu podpory środkowej (rys. 7). Tę wartość również można odczytać bezpośrednio z aparatury pomiarowej.



Rys. 7. Przedstawienie kąta fazowego amplitudy prędkości drgań (opracowanie własne)

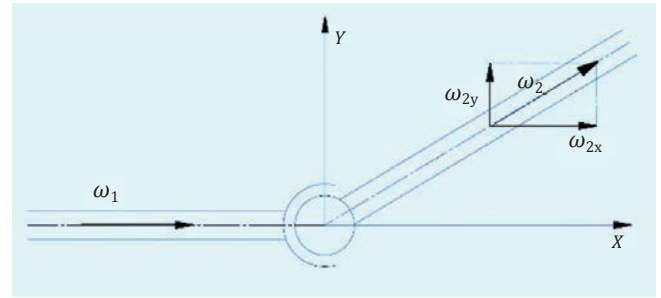
W celu wprowadzenia niewyważenia zastosowano śruby M6 oraz podkładki o znanej masie, wkręcane na obwodzie tarczy zamocowanej na wale. Kąt fazowy wprowadzanego do badań niewyważenia definiuje się jako kąt zawarty pomiędzy obraną na stałe umowną płaszczyzną odniesienia a płaszczyzną przechodzącą przez oś obrotu wału oraz środek masy wprowadzanego niewyważenia (rys. 8).



Rys. 8. Ilustracja kąta fazowego wprowadzanego niewyważenia  $\beta$ : 1 – tarcza służąca do wprowadzania niewyważenia, 2 – niewyważenie, 3 – umowna płaszczyzna odniesienia, 4 – płaszczyzna przechodząca przez środek ciężkości niewyważenia oraz oś obrotu wału (opracowanie własne)

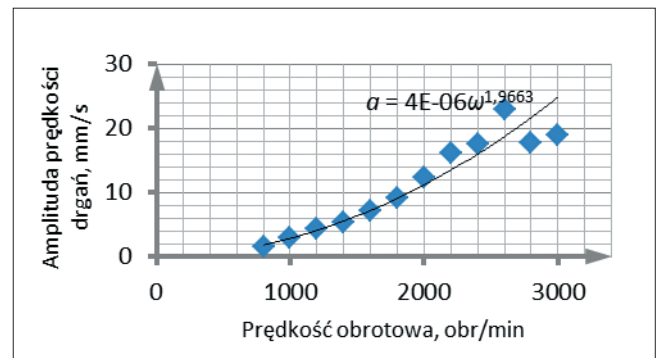
**Zestawienie i analiza wyników badań**

W analizie wyników należy uwzględnić, że część odbiorcza wału wykonywała drgania o małej częstotliwości, w kierunku zgodnym z osią obrotu wału. To zjawisko tłumaczy się faktem, że na tym etapie badań nie ma możliwości wyeliminowania kompensacji długości wału w zastosowanym przegubie w przypadku wykorzystania podpór w stanowisku badawczym.



Rys. 9. Ilustracja wektorów składowych wektora  $\omega_2$  (opracowanie własne)

■ **Pomiar odniesienia.** Pomiar wykonano dla zera kąta załamania osi wałów oraz bez wprowadzania dodatkowego niewyważenia. Otrzymane wyniki (rys. 10) wskazują na potężną zależność amplitudy prędkości drgań wału od jego prędkości obrotowej.



Rys. 10. Wyniki pomiaru odniesienia – pomiaru amplitudy prędkości drgań (opracowanie własne)

Z analizy jakościowej układu wału napędowego zredukowanego do układu liniowego – tłumionego wiskotycznie i wymuszonego bezwładnościowo – wynika, że amplituda prędkości drgań w funkcji prędkości obrotowej wymuszającej powinna się zmieniać w kwadracie prędkości kątowej wymuszającej  $\omega$  (prędkości obrotowej wału):

$$a = \frac{m_d \cdot r \cdot \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2} \tag{5}$$

gdzie:  $m_d$  – masa niewyważenia,  $r$  – ramię niewyważenia,  $m$  – masa zredukowana wału,  $h = c/2m$  ( $c$  – współczynnik tłumienia), przy czym dla tłumienia podkrytycznego:

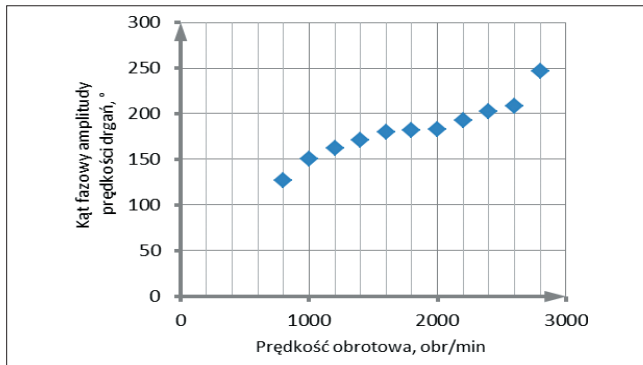
$$h < \omega_0 = 2\pi f_0 \tag{6}$$

Na podstawie danych katalogowych częstotliwość drgań własnych  $f_0 = 2$  Hz.

Linia trendu na rys. 17 potwierdza zmianę jakościową amplitudy w funkcji prędkości obrotowej. Kąt fazowy  $\varphi$  amplitudy drgań powinien się zaś zmieniać w przybliżeniu według zależności:

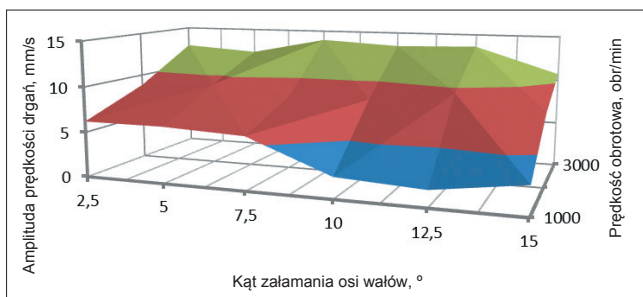
$$\text{tg}\varphi = \frac{-2h\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{7}$$

Analiza jakościowa (rys. 11) częściowo potwierdza tę zależność, gdyż dynamika przyrostu (pochodna) jest mała.

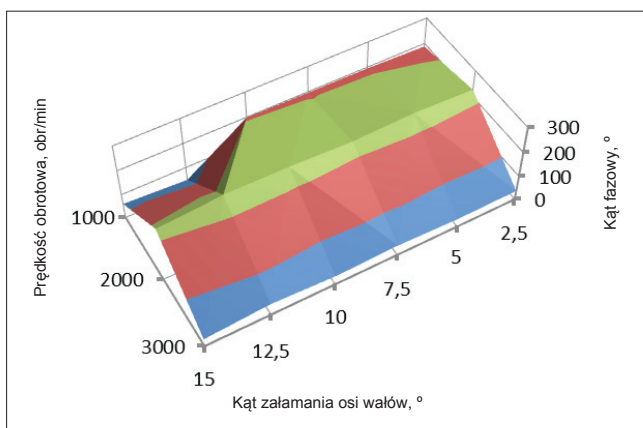


Rys. 11. Wyniki pomiaru kąta fazowego amplitudy prędkości drgań w pomiarze odniesienia (opracowanie własne)

■ **Wpływ kąta załamania osi wałów na drgania poprzeczne przegubu.** W badaniach nie wprowadzono dodatkowego niewyważenia. Pomiary wykonano dla trzech prędkości obrotowych oraz dla kątów załamania z założonego zakresu. Analiza wykresów amplitudy prędkości drgań (rys. 12) i jej kąta fazowego (rys. 13) wskazuje, że wartość tej amplitudy jest odwrotnie proporcjonalna do kąta załamania osi wałów. Nie wykazano powiązania pomiędzy kątem fazowym amplitudy prędkości drgań a kątem załamania osi wałów poza zakresem  $\gamma = 12,5 \pm 15^\circ$  ( $\gamma$  – kąt załamania osi wału napędzanego) przy prędkości obrotowej 1000 obr/min. Ponadto zauważono znaczny spadek wartości kąta fazowego przy prędkości obrotowej 3000 obr/min względem wartości zmierzonych przy prędkości 2000 obr/min. Określenie przyczyn tej sytuacji wymaga przeprowadzenia bardziej wnikliwych analiz.

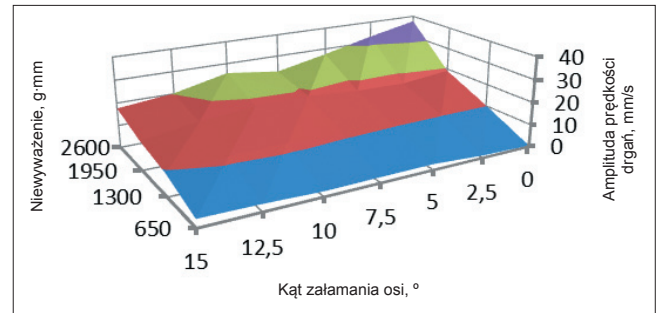


Rys. 12. Zbiorcze wyniki pomiarów amplitudy prędkości drgań w zależności od kąta załamania osi wałów oraz prędkości obrotowej (opracowanie własne)

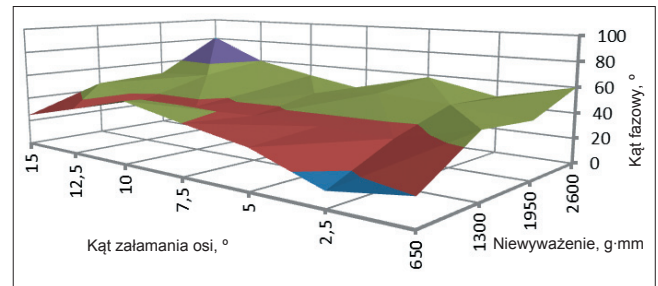


Rys. 13. Zbiorcze wyniki pomiarów kąta fazowego amplitudy prędkości drgań w zależności od kąta załamania osi wałów oraz prędkości obrotowej (opracowanie własne)

■ **Wpływ niewyważenia wprowadzanego w części odbiorczej wału.** Badanie wykonano przy stałej prędkości obrotowej wynoszącej 2000 obr/min. Wprowadzane



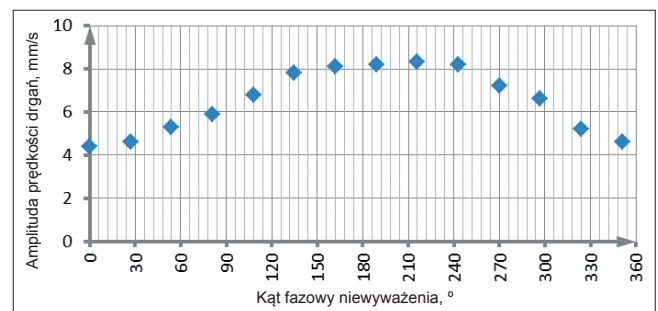
Rys. 14. Zależność amplitudy prędkości drgań od kąta załamania osi wałów oraz niewyważenia (opracowanie własne)



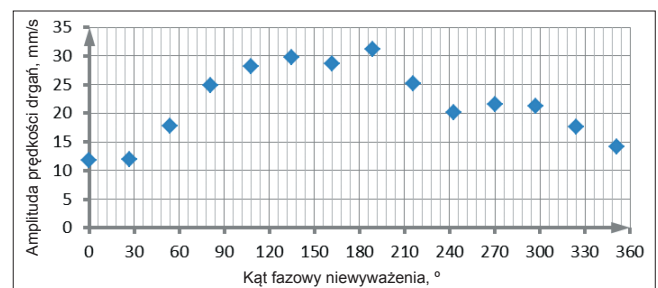
Rys. 15. Zależność kąta fazowego amplitudy prędkości drgań od niewyważenia oraz kąta załamania osi wału (opracowanie własne)

niewyważenie wahało się od 650 do 2600 g·mm i każdorazowo było umiejscowione w tym samym punkcie wału. Wykres amplitudy prędkości drgań (rys. 14) pokazuje, że jej wartość zależy od niewyważenia oraz od kąta załamania osi wałów (liniowo, odwrotnie proporcjonalnie).

■ **Wpływ kąta fazowego niewyważenia w wale napędzającym i napędzanym.** W opisanym przypadku zmianie poddawano wartość kąta fazowego niewyważenia. Do celów dalszej analizy wybrano przebieg zmienności zarejestrowany przy prędkości obrotowej wału 800 obr/min (rys. 16) oraz 2000 obr/min (rys. 17).



Rys. 16. Przebieg zmienności amplitudy prędkości drgań w zależności od kąta fazowego niewyważenia przy prędkości obrotowej 800 obr/min (opracowanie własne)



Rys. 17. Przebieg zmienności amplitudy prędkości drgań w zależności od kąta fazowego niewyważenia przy prędkości obrotowej 2000 obr/min (opracowanie własne)

Mimo że drugi z analizowanych przebiegów jest wyraźnie zniekształcony przez zakłócenia, rozkład punktów pomiarowych w obu przypadkach wyraźnie przypomina przebieg funkcji sinus. W związku z tym dokonano aproksymacji rozkładu punktów pomiarowych poprzez wyrowadzenie zależności funkcyjnej w postaci:

$$A_v = A \cdot \sin(B \cdot \beta + C) + D \quad (8)$$

gdzie:  $A_v$  – amplituda prędkości drgań, mm/s;  $A, B, C, D$  – parametry funkcji;  $\beta$  – kąt fazowy niewyważenia, rad.

Wartości parametrów  $A, B, C$  i  $D$  wyznaczono za pomocą narzędzi optymalizacyjnych oprogramowania Microsoft Excel (dodatek Solver). Parametry dobrano tak, aby suma kwadratów różnic pomiędzy wartościami zmierzonymi a obliczonymi była jak najmniejsza. Po przeprowadzeniu optymalizacji zauważono, że:

- wartość parametru  $A$  odpowiada połowie różnicy pomiędzy maksymalną i minimalną wartością amplitudy prędkości drgań w danej serii pomiarowej,
- wartość parametru  $B$  wynosi w przybliżeniu 1, więc nie ma on wpływu na postać funkcji.

Ponadto wartość parametru  $C$  odpowiada wartości  $2,5\pi$  rad, a parametr  $D$  jest równy średniej arytmetycznej wszystkich wartości amplitudy prędkości drgań w danej serii pomiarowej.

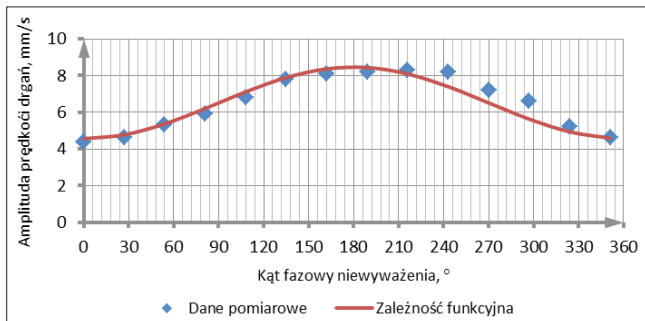
Korzystając z tak wyznaczonych parametrów funkcji, wyprowadzono postać ostateczną zależności opisującej zmianę amplitudy prędkości drgań  $A_v$  (w mm/s) w zależności od zmiany kąta fazowego niewyważenia:

$$A_v = \frac{A_{v_{max}} - A_{v_{min}}}{2} \sin\left(\beta + \frac{3}{2}\pi\right) + \bar{A}_v \quad (9)$$

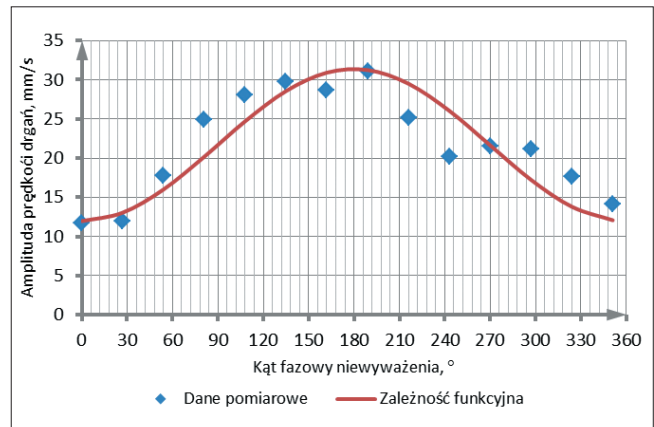
gdzie:  $A_{v_{max}}$  – maksymalna amplituda w serii pomiarowej, mm/s;  $A_{v_{min}}$  – minimalna amplituda w serii pomiarowej, mm/s;  $\bar{A}_v$  – średnia amplituda w serii pomiarowej, mm/s.

W celu zweryfikowania poprawności wyprowadzenia zależności funkcyjnej zestawiono dane pochodzące z pomiaru z wartościami obliczonymi analitycznie (rys. 18 i 19).

Słuszność przeprowadzonej aproksymacji można potwierdzić wizualnie poprzez samą tylko analizę wykresów, jednak dodatkowo zdecydowano się na wyznaczenie względnych błędów aproksymacji (tabl. II).

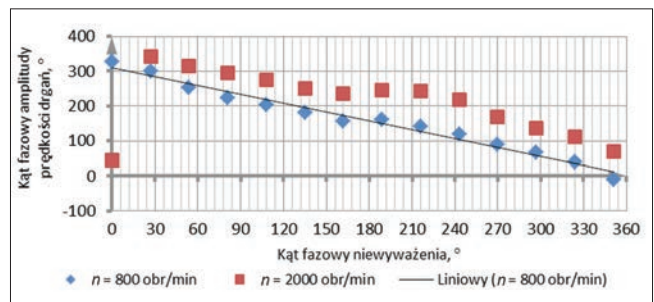


Rys. 18. Porównanie zależności funkcyjnej z danymi pomiarowymi dla  $n = 800$  obr/min (opracowanie własne)

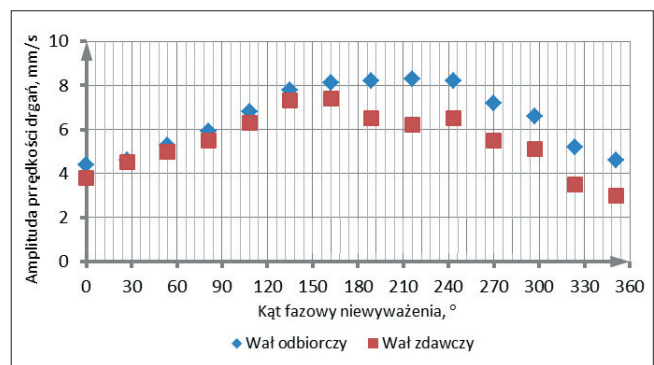


Rys. 19. Porównanie zależności funkcyjnej z danymi pomiarowymi dla  $n = 2000$  obr/min (opracowanie własne)

Duże wartości błędów w drugim pomiarze wynikają z zakłóceń pojawiających się podczas pracy z wysoką prędkością obrotową. Ich źródłem może być działanie przegubu z kompensacją długości bądź też niedostatecznie sztywne zamocowanie wału w podporach. Poznanie dokładnego charakteru i źródeł zakłóceń wymaga przeprowadzenia dodatkowych badań. W trakcie analiz zaobserwowano także zależność kąta fazowego amplitudy prędkości drgań od kąta fazowego niewyważenia. Zależność ta ma charakter liniowy i jest odwrotnie proporcjonalna (rys. 20).



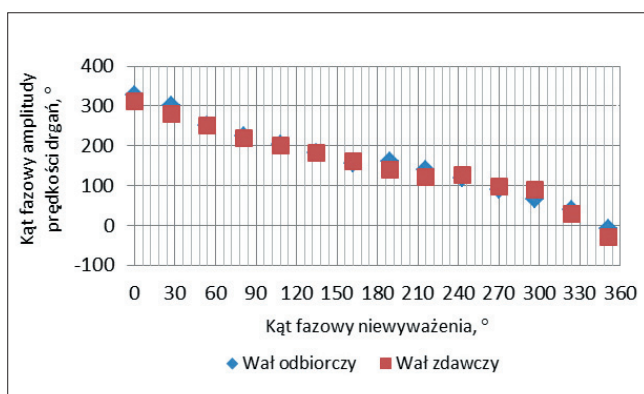
Rys. 20. Zależność kąta fazowego amplitudy prędkości drgań od kąta fazowego niewyważenia dla badanych prędkości obrotowych (opracowanie własne)



Rys. 21. Porównanie oddziaływania niewyważenia wprowadzonego w wałę napędzanym i napędzającym na amplitudę prędkości drgań wału,  $n = 800$  obr/min (opracowanie własne)

TABLICA II. Wartości błędów względnych aproksymacji funkcji (opracowanie własne)

$\beta, ^\circ$		0	27	54	81	108	135	162	189	216	243	270	297	324	351
Błąd, %	$n = 800$ obr/min	-4	-4	-1	-5	-5	-1	-3	-3	3	10	10	15	5	0
	$n = 2000$ obr/min	-2	-10	10	19	12	4	-8	0	-18	-29	-1	19	22	14



Rys. 22. Zależność kąta fazowego amplitudy prędkości drgań od miejsca umieszczenia niewyważenia w badanym wale dla  $n = 800$  obr/min (opracowanie własne)

Doświadczenie z niewyważeniem wprowadzanym zarówno w wale napędzanym, jak i napędzającym pozwoliło na ocenę wpływu umieszczenia niewyważenia na badane wielkości. Wartości amplitudy drgań wału dla analogicznego niewyważenia umieszczonego w wale napędzającym i napędzanym przedstawiono na jednym wykresie (rys. 21). Jego analiza pozwala stwierdzić, że niewyważenie umieszczone w wale napędzanym (odbiorczym) silniej oddziałuje na drgania przegubu.

Podczas analizy wpływu umieszczenia niewyważenia na wartość kąta fazowego amplitudy prędkości drgań nie stwierdzono korelacji pomiędzy tymi parametrami (rys. 22).

### Wnioski z analizy

Podczas analizy danych zauważono kilka istotnych prawidłowości:

- wzrost prędkości obrotowej powoduje proporcjonalny wzrost amplitudy prędkości drgań wału;
- zwiększenie kąta załamania osi wałów powoduje zmniejszenie wartości amplitudy prędkości drgań, jednak nie ma wpływu na jej kąt fazowy;
- wzrost niewyważenia przekłada się liniowo na wzrost amplitudy prędkości drgań wału i nie wpływa na wartość jej kąta fazowego;
- wał podlega silniejszym zjawiskom dynamicznym w przypadku wprowadzenia niewyważenia w jego części napędzanej;
- umieszczenie niewyważenia w części napędzającej ma taki sam wpływ na kąt fazowy amplitudy prędkości drgań jak umieszczenie niewyważenia w części napędzanej wału;
- zmiana kąta fazowego niewyważenia przekłada się na sinusoidalną zmianę amplitudy prędkości drgań wału, zgodnie z równaniem (7).

### Możliwości praktycznego zastosowania uzyskanych wyników

Opracowanie modeli wibroakustycznych pojazdów samochodowych jest zagadnieniem znanym i podejmowanym już w literaturze [14]. Ponadto niektórzy autorzy idą dalej w swych rozważaniach i opracowują algorytmy diagnostyczne oparte na analizie zjawisk dynamicznych zachodzących w pojazdach [5, 12, 13]. Zaprezentowane tu wyniki mogą być użyte do opracowania podobnych modeli diagnostycznych, uwzględniających usterki wału napędowego oraz półosi napędowych. Możliwe jest także opracowanie modeli potrzebnych do przeprowadzenia

analiz zmęczeniowych oraz dynamicznych z wykorzystaniem metody elementów skończonych (np. w programie ANSYS) bądź modelowania matematycznego (np. w programie Matlab) [7, 8, 17, 18].

Połączenie modelowania zużycia przegubu i algorytmów diagnostycznych może posłużyć do opracowania układu predykcyjno-diagnostycznego pracy elementów układu przeniesienia napędu w pojazdach oraz urządzeniach przemysłowych. Zastosowanie takiego układu niewątpliwie mogłoby się przyczynić do skrócenia czasów przestoju, a także do wydłużenia czasu eksploatacji obiektów.

### LITERATURA

1. Adams M.L. "Rotating Machinery Vibration. From Analysis to Troubleshooting". 2<sup>nd</sup> ed. Boca Raton: CRC Press, 2010. ISBN 978-1-4398-0717-0.
2. "Bently Nevada TK Velocity Transducer User Guide". Minden: Bently Nevada, 1991.
3. "Bently Nevada TK83 Handheld Balance Master 2 User Guide". Minden: Bently Nevada, 1991.
4. "Bently Nevada TK84 Temporary Transducer Interface User Guide". Minden: Bently Nevada, 1992.
5. Dziurdź J. „Diagnozowanie układów napędowych pojazdów oparte na analizie zjawisk nieliniowych”. *Przegląd Mechaniczny*. 11 (2014): s. 26–29.
6. Genuit K. "Vehicle interior noise – combination of sound, vibration and interactivity". *Sound and Vibration*. December 2009: s. 8–12.
7. Glowinski S., Krzyżynski T., Pecolt S. et al. "Design of motion trajectory of an arm exoskeleton". *Archive of Applied Mechanics*. 85, 1 (2015): s. 75–87.
8. Hatch M.R. "Vibration Simulation Using Matlab and ANSYS". 1<sup>st</sup> ed. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2001. ISBN 1-58488-205-0.
9. Heisler H. "Advanced Vehicle Technology". 2<sup>nd</sup> ed. Oxford: Butterworth Heinemann, 2002. ISBN 0-7506-5131-8.
10. International Standard ISO 1925. Mechanical vibration – Balancing – Vocabulary. 4<sup>th</sup> ed. 2001-04-01.
11. International Standard ISO 1940-1. Mechanical vibration – Balance quality requirements for rotors in constant (rigid) state – Part 1: Specification and verification of balance tolerances. Second edition 2003-08-15.
12. Komorska I. "A vibroacoustic diagnostic system as an element of improving road transport safety". *International Journal of Occupational Safety and Ergonomics (JOSE)*. 19, 3 (2013): s. 371–385.
13. Komorska I. „Detekcja uszkodzeń mechanicznych zespołu napędowego pojazdu na podstawie modelu sygnału drgań”. *Przegląd Mechaniczny*. 11 (2014): s. 21–25.
14. Kucharski T. „System pomiaru drgań mechanicznych”. Wyd. 1. Warszawa: WNT, 2002. ISBN 83-204-2739-4.
15. Łączkowski R. „Wyważanie elementów wirujących”. Wyd. 1. Warszawa: WNT, 1979. ISBN 83-204-0068-6.
16. Lee H.W., Park S.H., Park M.W., Park N.G. "Vibrational characteristics of automotive transmission". *International Journal of Automotive Technology*. 10, 4 (2009): s. 459–467.
17. Maciejewski I., Glowinski S., Krzyżynski T. "Active control of a seat suspension with the system adaptation to varying load mass". *Mechatronics*. 24, 8 (2014): s. 1242–1253.
18. Maciejewski I., Krzyżynski T., Meyer L. "Control system synthesis of seat suspensions used for protection of working machine operators". *Vehicle System Dynamics*. 52, 11 (2014): s. 1355–1371.
19. Micknass W., Popiol R., Sprenger A. „Sprzęgła, skrzynki biegów, wały i półosi napędowe”. Wyd. 2. Warszawa: WKŁ, 2009. ISBN 978-83-206-1575-3.
20. Parszewski Z. „Drgania i dynamika maszyn”. Wyd. 1. Warszawa: WNT, 1982. ISBN 83-204-0341-3.