

# Symulacja numeryczna warstwy skrawanej w procesie frezowania naroży wewnętrznych

## Numerical simulation of cutting layer in internal corners milling

JAN BUREK  
 RAFAŁ FLEJSZAR  
 BARBARA JAMUŁA \*

DOI: <https://doi.org/10.17814/mechanik.2019.7.46>

Przedstawiono analityczno-numeryczny model przekroju warstwy skrawanej w procesie frezowania powierzchni wklęsłych. Wykonano badania symulacyjne w celu wyznaczenia pola przekroju warstwy skrawanej. Opracowano strategię pozwalającą na zwiększenie stabilności pola przekroju warstwy skrawanej podczas wchodzenia frezu w obszar naroża wewnętrznego.

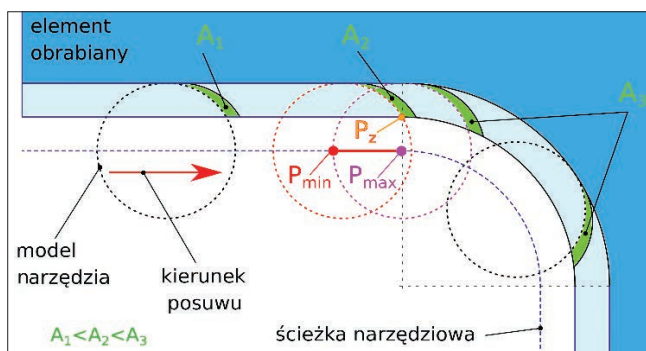
**SŁOWA KLUCZOWE:** naroża wklęsłe, analiza warstwy skrawanej, strategie obróbkowe

*The analytical and numerical model of the cross-section of the machined layer in the process of milling of concave rounding is presented. Simulation tests were carried out to determine the cross-sectional area of the cutting layer. A strategy has been developed that allows to increase the stability of the cross-section area of the cutting layer when the mill enters the inner corner area.*

**KEYWORDS:** concave corners, cutting layer analysis, machining strategies

W wielu gałęziach przemysłu coraz częściej stosuje się konstrukcje cienkościenne, pozwalające na zachowanie warunków wytrzymałościowych z jednoczesnym zredukowaniem masy. W przemysłowej produkcji tego typu części typowym problemem jest obróbka obszarów o relatywnie dużej głębokości, tzw. kieszeni. Dotyczy to zarówno doboru optymalnych parametrów technologicznych procesu, jak i odpowiedniej strategii obróbkowej. Podczas frezowania naroży wewnętrznych kieszeni wyraźnie zmienia się pole przekroju warstwy skrawanej (rys. 1), co powoduje wzrost sił skrawania [2, 4–6].

Wartość pola przekroju wzrasta od wartości minimalnej ( $A_1$ ) do wartości maksymalnej ( $A_3$ ) na ostatnim fragmencie liniowego odcinka ścieżki narzędziowej (od punktu  $P_{\min}$  do  $P_{\max}$ ).



Rys. 1. Zmiana pola przekroju warstwy skrawanej ( $A$ ) podczas wchodzenia frezu w obszar naroża wklęsłego

Zmiana przekroju rozpoczyna się, gdy zarys narzędzia przekroczy punkt  $P_z$ , a wartość maksymalną osiąga, gdy oś narzędzia znajdzie się w punkcie  $P_{\max}$ . Podczas dalszej obróbki zaokrąglenia wartość pola przekroju jest na stałym poziomie. Położenie punktów zależy od geometrii: narzędzia, obrabianego przedmiotu oraz półfabrykatu. Największe różnice wartości pola przekroju można zaobserwować w przypadku, gdy promień narzędzia jest zbliżony do promienia obrabianego elementu lub gdy występuje stosunkowo duży naddatek obróbkowy. Konsekwencją jest pojawianie się drgań, odkształceń sprężystych, a nawet plastycznych przedmiotu obrabianego i narzędzia, co ma wpływ na pogarszanie się dokładności kształtowo-wymiarowej [1, 3, 7].

Producenci narzędzi zalecają, aby obróbkę wykończeniową przeprowadzać frezami o mniejszym promieniu niż promień obrabianego elementu. Istnieje również wiele programów oraz funkcji układów sterowania, pozwalających na zmniejszenie posuwu w obszarze zaokrąglenia wklęsłego. Optymalizacja posuwu może się odbywać według kryterium: stałego kąta opasania, stałej objętości obrabianego materiału lub stałej prędkości obwodowej [3, 8, 9].

### Model matematyczny

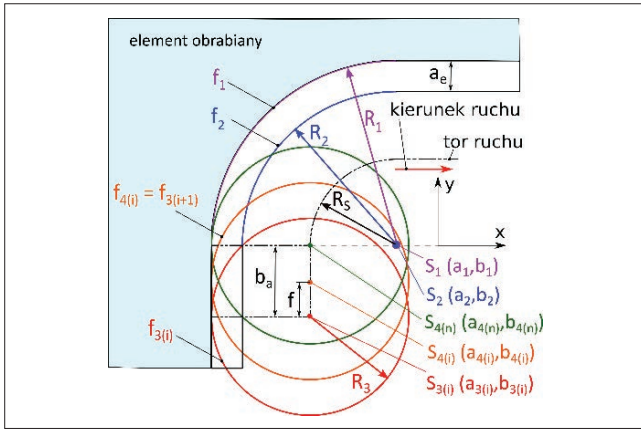
Na wstępnym etapie tworzenia modelu:

- uproszczono dwuwymiarowy model frezu do okręgu,
- rozpatrywane naroże przyjęto w II ćwiartce układu współrzędnych,
- promienie frezów ograniczono do wartości mniejszych lub równych wartości promienia zaokrąglenia półfabrykatu,
- nie rozpatrywano liczby ostrzy frezu,
- założono stałą szerokość skrawania.

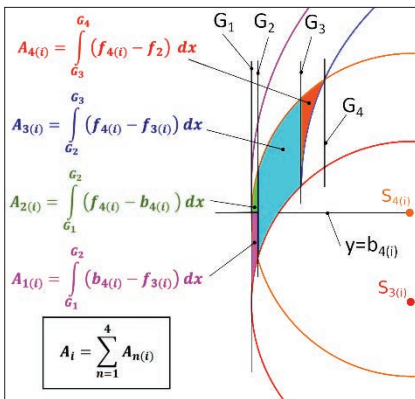
Przeprowadzono analizę wejścia frezu w obszar zaokrąglenia wklęsłego. Poszczególne krzywe opisano równaniami w celu określenia punktów przecięcia oraz pola przekroju warstwy skrawanej (rys. 2). W trakcie procesu narzędzie przemieszcza się wzdłuż ścieżki narzędziowej, dlatego należało wykonać analizę dla  $n$  kroków, gdzie krok iteracyjny równał się wartości posuwu na obrót  $f$ .

Wraz ze zmianą położenia narzędzia zmianie ulega również pole przekroju warstwy skrawanej. Przeprowadzono matematyczną analizę kształtu przekroju warstwy skrawanej oraz podzielono go na kilka obszarów (rys. 3). Było to związane z koniecznością wyznaczenia odpowiednich granic całkowania do obliczenia pola powierzchni obszaru ograniczonego czterema krzywymi. Jako opis matematyczny pola powierzchni przyjęto funkcję możliwą do obliczenia w sposób numeryczny.

\* Dr hab. inż. Jan Burek, prof. PRZ, [jburek@prz.edu.pl](mailto:jburek@prz.edu.pl), <https://orcid.org/0000-0003-2664-5248> – Katedra Techniki Wytwarzania i Automatykacji, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów, Polska  
 Mgr inż. Rafał Flejszar, [r.flejszar@prz.edu.pl](mailto:r.flejszar@prz.edu.pl), <https://orcid.org/0000-0001-5231-6494> – Katedra Techniki Wytwarzania i Automatykacji, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów, Polska  
 Mgr inż. Barbara Jamuła, [b.jamula@prz.edu.pl](mailto:b.jamula@prz.edu.pl), <https://orcid.org/0000-0002-2743-4373> – Katedra Techniki Wytwarzania i Automatykacji, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów, Polska



Rys. 2. Oznaczenia stosowane w modelowaniu matematycznym:  $R_1$  – promień zaokrąglenia elementu obrabianego;  $R_2$  – promień zaokrąglenia półfabrykatu;  $R_3$  – promień zaokrąglenia narzędzia;  $R_5$  – promień zaokrąglenia ścieżki narzędziowej;  $f$  – posuw na obrót;  $a_e$  – szerokość skrawania;  $S_i$  – środek okręgu  $n$  o współrzędnych  $a_n$ ,  $b_n$ ;  $f_{n(i)}$  – funkcja matematyczna odwzorowująca okrąg o promieniu  $R_n$  o środku w punkcie  $S_i$ ;  $b_a$  – współrzędna położenia narzędzia względem początku zaokrąglenia



Rys. 3. Opis analityczny pola przekroju warstwy skrawanej:  $A_i$  – pole przekroju warstwy skrawanej podczas kroku  $i$ ;  $G_n$  – granice całkowania

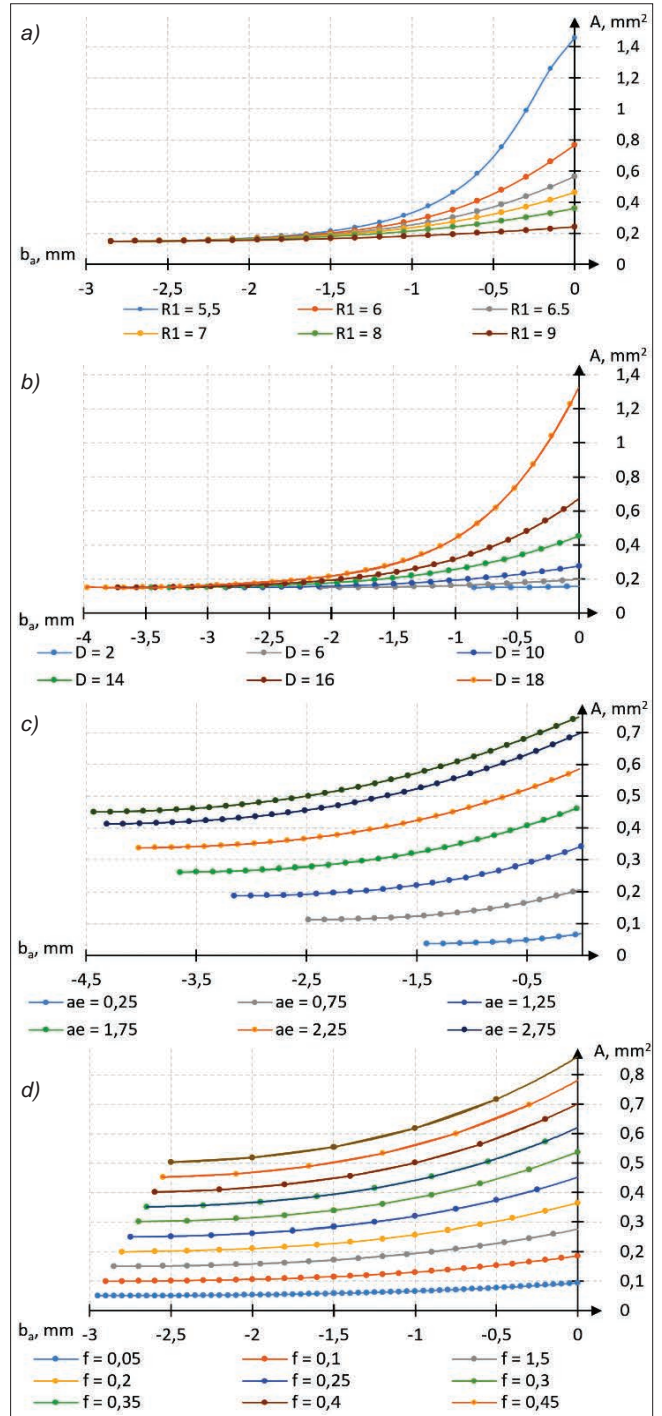
Obliczenia numeryczne wykonywano w oprogramowaniu Matlab w wersji R2018b. Opracowano program umożliwiający symulację przekroju warstwy skrawanej dla zadanych parametrów  $R_1$ ,  $R_3$ ,  $a_e$  oraz  $f$  – zarówno dla stałego, jak i zmiennego posuwu.

Aby zachować stałe pole przekroju warstwy skrawanej, należało dokonać zmiany parametrów wpływających na wartość funkcji pola. Ze względu na stałe założenia technologiczne – takie jak promień zaokrąglenia elementu obrabianego, średnica frezu i szerokość skrawania – jedynym parametrem, który mógł posłużyć do sterowania wartością pola przekroju, był posuw. Funkcja pola nie jest funkcją zależącą jedynie od posuwu, lecz funkcją wielu zmiennych, które niejednokrotnie są zależne od siebie nawzajem. Dlatego też nie jest możliwe podanie analitycznego wzoru na pole przekroju w funkcji posuwu.

### Symulacje numeryczne

W funkcjach opisujących pole występuje bardzo wiele zmiennych, niekiedy wzajemnie zależnych od siebie, dlatego przedstawiono analizę pola powierzchni przy zmianie jednego parametru – w przypadku pozostałych parametrów zachowano stałe wartości ( $f = 0,15$  mm/obr,  $R_1 = 10$  mm,  $R_3 = 5$  mm,  $a_e = 1$  mm) (rys. 4). Rozpatrywano jedynie ten fragment drogi narzędzia, na którym następuje zmiana wartości pola powierzchni. Dla wartości  $b_a$  mniejszych oraz większych od zdefiniowanych na wykresie pole ma stałą wartość.

Wykonane symulacje pozwalają stwierdzić, że zmiana parametrów znacząco wpływa na pole przekroju warstwy



Rys. 4. Zmiany pola przekroju warstwy skrawanej  $A$  w zależności od położenia narzędzia względem początku zaokrąglenia  $b_a$  dla zmiennych wartości: a) promienia zaokrąglenia elementu obrabianego  $R_1$ , b) średnicy frezu  $D$ , c) szerokości skrawania  $a_e$ , d) posuwu  $f$

skrawanej. Najważniejszą rolę w procesie odgrywają promienie zaokrąglenia narzędzia i obrabianego elementu. Największe skokowe zmiany można zaobserwować dla promienia narzędzia określonego jako górne ograniczenie badań.

Wartość pola przekroju dla frezu o średnicy 18 mm w przypadku obróbki zaokrąglenia o promieniu 10 mm wzrosła prawie dziesięciokrotnie. W analogicznym przypadku, gdy zastosowano frez o średnicy 16 mm, widoczny jest pięciokrotny wzrost mierzonej wielkości, a dla narzędzia o średnicy 10 mm – jedynie dwukrotny. Wraz ze zmniejszaniem się średnicy narzędzia można zaobserwować spadek maksymalnej wartości pola przekroju warstwy skrawanej. Potwierdza to tezę, że największym

problemem jest obróbka elementów o małym promieniu zaokrąglenia za pomocą frezu o dużej średnicy. Oprócz tego zarówno szerokość skrawania, jak i posuw determinują wartość nominalną pola przekroju, jednak ich modyfikacje wpływają dużo bardziej proporcjonalnie na sam przebieg funkcji.

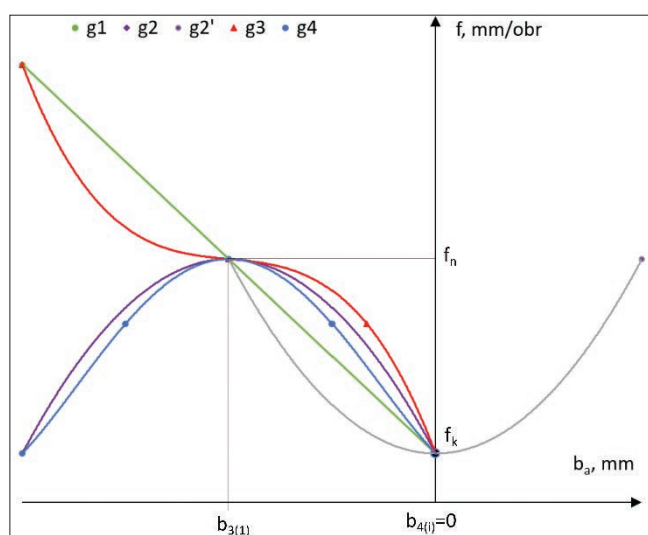
Przebieg wykresów sugeruje sposób, w jaki można dokonać korekcji posuwu. Większość przebiegów funkcji pola w zadowalający sposób da się przybliżyć parabolą, jednak te najbardziej istotne (promień frezu porównywalny z promieniem obrabianego elementu) pozwalają na rzetelniejszą aproksymację dopiero wielomianami trzeciego lub czwartego stopnia. Tę informację wykorzystano w celu wyznaczenia funkcji, która będzie modyfikowała posuw. Przeprowadzono próbę zmiany posuwu w zależności od kilku funkcji wielomianowych różnych stopni.

Zgodnie z rys. 2 narzędzie wchodzi w obszar zaokrąglenia, gdy znajduje się na ścieżce narzędziowej w położeniu  $b_{3(i)}$  (wartość posuwu wynosi  $f$ ), a wartość pola przekroju osiągnie swoje maksimum, gdy  $b_a = 0$  (wartość posuwu powinna wynosić  $f_k$ ). Właśnie dlatego na tym odcinku należy dokonać zmiany posuwu.

Przyjęto zmienność posuwu w zależności od kilku prostych funkcji wielomianowych, dobierając punkty pośrednie, a następnie aproksymując funkcje metodą najmniejszych kwadratów (rys. 5). Korekcja posuwu przebiegała od wartości nominalnej  $f_n$  do osiągnięcia prędkości końcowej  $f_k$  – dobranej tak, aby zachować stałą prędkość obwodową frezu:

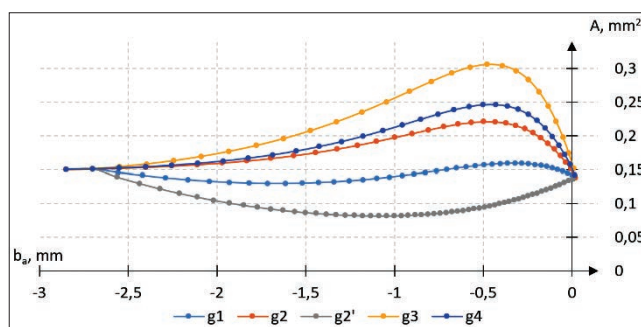
$$f_n \frac{R_s}{R_1} = f_k$$

gdzie:  $f_n$  – nominalny posuw na obrót;  $R_s$  – promień zaokrąglenia ścieżki narzędziowej;  $R_1$  – promień zaokrąglenia obrabianego elementu;  $f_k$  – skorygowany posuw na obrót, odpowiadający posuwowi, dla którego prędkość obwodowa frezu jest stała.



Rys. 5. Przebieg funkcji  $g_i$  ( $i$  – stopień wielomianu) wybranych do korekcji posuwu od wartości nominalnej  $f_n$  do skorygowanej  $f_k$

Wykonano ponowną analizę wartości pola po zastosowaniu algorytmu modyfikującego posuw dla średnicy narzędzia równej 18 mm (rys. 6). Widoczny jest znaczący spadek wartości pola przekroju warstwy skrawanej dla dowolnej strategii redukcji posuwu. W zależności od zastosowanej funkcji korekcji posuwu otrzymano różne wyniki. Założono, że posuw jest korygowany jedynie w celu zminimalizowania wzrostu pola przekroju.



Rys. 6. Wykres zmian pola przekroju warstwy skrawanej  $A$  w zależności od położenia narzędzia względem początku zaokrąglenia  $b_a$  po zastosowaniu korekcji posuwu dla różnych funkcji korekcyjnych  $g$

Z przedstawionych wykresów wynika, że:

- funkcja liniowa pozwoliła na najlepsze ustabilizowanie pola przekroju warstwy skrawanej, jednak przez większą część procesu obróbki warstwa skrawana była mniejsza niż nominalna;
- funkcja kwadratowa  $g_2$  umożliwiła ponad czterokrotne zmniejszenie maksymalnej wartości pola powierzchni przekroju i przesunęła punkt ekstremum funkcji pola;
- stosowanie wielomianów większego rzędu dawało efekty bardzo zbliżone, choć nie tak dobre jak uzyskane w przypadku zastosowania funkcji kwadratowej;
- przy określaniu funkcji kluczowe były punkty pośrednie, na podstawie których dokonywano aproksymacji – zastosowanie funkcji kwadratowej  $g_2'$  w porównaniu z  $g_2$  powodowało zbyt duży spadek mierzonej wielkości.

## Wnioski

Przedstawiona analiza warstwy skrawanej może być podstawą do optymalizacji wartości posuwu podczas wchodzenia frezu w obszary zaokrąglenia wklęsłych. Mimo że zaproponowana strategia charakteryzuje się wieloma uproszczeniami, to jednak pozwala na zwiększenie stabilności pola przekroju warstwy skrawanej. Wybór najlepszej strategii zależy od narzuconych wymagań i błędów występujących podczas obróbki. Warto zauważyć, że jeśli istnieje możliwość, by przekrój warstwy skrawanej był mniejszy niż nominalny, można uzyskać najlepszą stabilność, jednak ten wybór wiąże się z dłuższym czasem obróbki, co z kolei wpływa na znaczne zmniejszenie wydajności.

## LITERATURA

- [1] Arif M., Rahman M., San Wy. "Analytical model to determine the critical feed per edge for ductile-brittle transition in milling process of brittle materials". *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 51 (2011): 170–181.
- [2] Baohai W., Xue Y., Ming L., Ge G. "Cutting force prediction for circular end milling process". *Chinese Journal of Aeronautics*. 26 (2013): 1057–1063.
- [3] Burek J., Flejszar R. „Analiza warstwy skrawanej w obróbce elementów cienkościennych o złożonej geometrii”. *Mechanik*. 8–9 (2018): 778–780.
- [4] Han X., Tang L. "Precise prediction of forces in milling circular corners". *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 88 (2015): 184–193.
- [5] Kuczmaszewski J., Pieśko P., Doluk E. „Obróbka naroży wewnętrznych o małym promieniu zaokrąglenia”. *Mechanik*. 5–6 (2017): 418–420.
- [6] Shixiong W.U., Bin Li, Wei Ma. "Research on cutting force of corner milling of inclined plane". *Key Engineering Materials*. 693 (2016): 856–862.
- [7] Yue C., Liu X., Ding Y., Liang S.Y. "Off-line error compensation in corner milling process". *Journal of Engineering Manufacture*. 232 (2016): 1172–1181.
- [8] Sandvik Coromant. "Milling – good practice. Setting solid foundations" Application Guide (2015).
- [9] Dokumentacja systemu NX 11.