

I Krajowa Konferencja Naukowa
Szybkie prototypowanie
Modelowanie - Wytwarzanie - Pomiary
 Rzeszów - Pstrągowa, 16 - 18 września 2015



Organizatorzy:



CENTRUM NAUKOWO TECHNICZNE

KLASTER SZYBKIEGO PROTOTYPOWANIA
RAPIDROM

Metody obliczania rozkładu naprężeń normalnych w strefie kontaktu czopa i panewki łożyskowej

Calculation method for the distribution of normal stress in the contact area between a journal and a bushings bearing

Aleksander Mazurkow*

DOI:10.17814/mechanik.2015.12.573

Do określenia właściwości podczas rozruchu łożyska ślizgowego wymagana jest znajomość rozkładu odkształceń i naprężeń w strefie kontaktu czopa i panewki. Modelowanie zjawiska kontaktu czopa i panewki jest zagadnieniem złożonym. Do rozważań przyjęto model panewki rozciętej i nierozciętej w kierunku jej osi wzdłużnej. W budowie modeli teoretycznych rozkładu naprężeń kontaktowych uwzględniono właściwości zastosowanych materiałów jak moduł Younga i liczbę Poissona. We wnioskach przedstawiono przyczyny rozbieżności dla uzyskanych wyników badań.

SŁOWA KLUCZOWE: modele naprężeń kontaktowych łożyska ślizgowe.

In order to describe properties during a slide bearing start up we need to know the distribution of deformations and stress in the contact area between a journal and a bushing. To model the phenomenon when a journal is in the contact with a bushing is a complicated process. The author takes into account a model of a bushing which is cut and uncut towards its longitudinal axis direction. To design theoretical models for the distribution of contact stress Young's modulus and Poisson's number are accepted. Conclusions show reasons for divergences between study results.

KEYWORDS: models of contact stress, sidle bearings.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

a- długość promienia elipsy [m], B- szerokość panewki [m], $C_R=R_1-R_J$ – luz promieniowy [m], $C_{Umax}=U_{rmax}+C_R$ – maksymalny luz promieniowy z uwzględnieniem odkształcenia

*dr hab. inż. Aleksander Mazurkow prof. PRz (almaz@prz.edu.pl)

[m], E- moduł Yunga [N/m^2], E' – zastępczy moduł Yunga [N/m^2], F- obciążenie [N], g_B - grubość panewki, r- współrzędna promieniowa układu odniesienia [m], R_J - promień czopa [m], R_1 - promień wewnętrzny panewki [m], R_2 - promień zewnętrzny panewki [m], U_r - odkształcenie w kierunku promieniowym [m], U_φ - odkształcenie w kierunku obwodowym [m], $U_{\varphi\varphi}$ - względne odkształcenie w kierunku obwodowym [m], x- współrzędna kartezjańskiego układu odniesienia [m], y- współrzędna kartezjańskiego układu odniesienia [m], z- współrzędna kartezjańskiego układu odniesienia [m], 2α - kąt kontaktu czopa i panewki, ν - liczba Poissona, σ - naprężenia [N/m^2], σ_{rr} - naprężenia w kierunku współrzędnej promieniowej [N/m^2],

Wprowadzenie

Do wyznaczenia współczynnika tarcia spoczynkowego podczas rozruchu łożyska ślizgowego wymagana jest znajomość rozkładu odkształceń i naprężeń w strefie kontaktu czopa i panewki [3, 4, 5, 6]. W budowie modeli teoretycznych rozkładu naprężeń kontaktowych uwzględnia się właściwości zastosowanych materiałów jak: moduł sprężystości wzdłużnej, liczba Poissona. Dla zagwarantowania prawidłowej pracy łożyska stosuje się materiały na czop łożyskowy o twardości HRC>40. Natomiast panewka wykonywana jest ze stopów łożyskowych o twardości HB<100 [3]. Do opisu zjawisk zachodzących podczas kontaktu czopa i panewki przyjmowane są różne modele teoretyczne. W modelu Herta przyjmuje się, że pod wpływem przyłożonego obciążenia w strefie kontaktu odkształca się zarówno czop jak i panewka [2, 7, 9]. Zakłada się przy tym w strefie kontaktu eliptyczny rozkład naprężeń normalnych. Ze względu na znaczne różnice właściwości materiałów czopa i panewki tj.: twardości, liczby Poissona, oraz moduły sprężystości wzdłużnej stosuje się także modele, gdzie czop jest nieodkształcalny. Pod wpływem przyłożonego obciążenia odkształca się panewka łożyskowa [1, 8].

W pracy omówiono problemy jakie są związane z modelowaniem zjawiska kontaktu czopa i panewki w poprzecznym łożysku ślizgowym. Do rozważań przyjęto modele panewki rozciętej i nierozciętej w kierunku jej osi wzdłużnej.

Model Hertza rozkładu naprężeń normalnych

Geometrię powierzchni jaka została przyjęta do opisu zjawiska kontaktu czopa i panewki przedstawiono na rys.1.

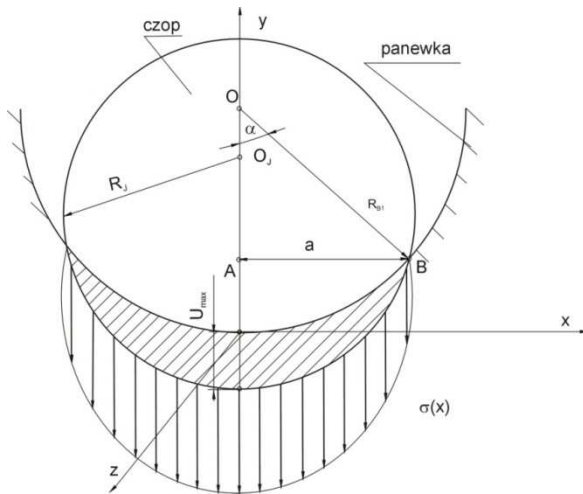
W modelu Hertza rozkład naprężeń normalnych przyjmuje się jako elipsę. Funkcja ta w układzie współrzędnych kartezjańskich (x, y) przyjmuje postać:

$$\sigma(x) = \frac{\sigma_{\max}}{a} \sqrt{a^2 - x^2}, \text{ gdzie } -a \leq x \leq a \quad (1)$$

Przyjmując, że rozkład naprężeń normalnych w kierunku osi wzdłużnej powierzchni kontaktu nie zmienia, obciążenie odniesione do szerokości łożyska wyniesie: $F' = \frac{F}{B}$. (2)

Obciążenie to w przypadku dwóch walców jest równe połowie powierzchni elipsy opisanej przez promienie sprzężone ($\sigma_{\max} \cdot a$):

$$F' = \frac{F}{B} = \sigma_{\max} \cdot \frac{\pi \cdot a}{2} \quad (3)$$



Rys.1. Model Hertza: geometria, rozkład naprężeń normalnych.

W modelu Hertza głębokość (U_{\max}) oraz szerokość powierzchni kontaktu (a) wyznaczono z równania odkształceń powierzchni czopa i powierzchni panewki [6]:

$$(k_1 + k_2) \cdot \frac{\sigma_{\max} \cdot \pi^2}{4 \cdot a} \left[2 \cdot a^2 - x^2 \right] = U_{\max} - \rho_z \cdot x^2 \quad (4)$$

Występujący w równaniu (4) promień zastępczy obliczo-

$$\text{no ze wzoru: } \rho_z = \frac{R - R_J}{2 \cdot R \cdot R_J} \quad (5)$$

Stąd szukana wartość promienia elipsy (a) po podstawieniu równania (3) i (5) do równania (4) wynosi:

$$a = \sqrt{\frac{E' \cdot F' \cdot R \cdot R_J}{(R - R_J)}}, \quad (6)$$

$$\text{gdzie } \pi \cdot (k_1 + k_2) = \pi \cdot k' = E' = \frac{(1 - \nu_1^2) + \frac{E_1}{E_2} \cdot (1 - \nu_2^2)}{E_1}$$

Natomiast maksymalne zbliżenie stykających się powierzchni czopa i panewki (U_{\max}) jest równe:

$$U_{\max} = E' \cdot \frac{\sigma_{\max} \cdot \pi \cdot a}{2} \quad (7)$$

Modele teoretyczne odkształceń panewki łożyskowej

Wielkość odkształceń panewki (rys.2) w kierunku współrzędnej promieniowej (r) wyznaczono rozwijając w szereg Taylora funkcję odkształceń panewki $U_r(r, \varphi) \Big|_{r=R_1}$:

$$\begin{aligned} U_r(r, \varphi) &= U_r(\varphi) + \frac{(r - R_1)}{1!} \cdot \frac{\partial U_r(r, \varphi)}{\partial r} + \frac{(r - R_1)^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 U_r(r, \varphi)}{\partial r^2} + \dots + \frac{(r - R_1)^n}{n!} \cdot \frac{\partial^n U_r(r, \varphi)}{\partial r^n} + R_n = \\ &= \sum_{k=0}^{k=n} \left(\frac{(r - R_1)^k}{k!} \cdot U_r^k(r, \varphi) \right) + R_n \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie funkcja R_n spełnia warunek: $\lim_{r \rightarrow R_1} \frac{R_n(r, R_1, \varphi)}{(r - R_1)^n} = 0$.

Przyjęte do modelu teoretycznego założenia:

- dla grubości panewki $g_B \ll R_J < R_1$ oraz $g_B = R_2 - R_1 \ll R_1$ rozwinięcie funkcji $U_r(r, \varphi)$ w szereg można rozpatrywać w przedziale $R_1 \leq r \leq R_2$,
- czop łożyskowy nie będzie się odkształcał, deformacje względne panewki w kierunku zmiennej (r) względem małej wartości parametru (g_B/R_1) przyjmują formę:

$$U_{rr}(r, \varphi) = \frac{\partial U_r(r, \varphi)}{\partial r} \Big|_{r=R_1}$$

- w rozpatrywanym przybliżeniu deformacja $U_{rr}(r, \varphi)$ nie zależy od zmiennej (r), oraz powierzchnie czopa i panewki są idealnie gładkie,
- naprężenia normalne będą występować w przedziale $R_1 \leq r \leq R_2$.

Dla znalezienia wartości odkształcenia w kierunku współrzędnej promieniowej (r) $\frac{\partial U_r(r, \varphi)}{\partial r} \Big|_{r=R_1}$ przyjęto, że od-

kształcenia dla $r=R_2$ będą równe zero: $U_r(r, \varphi) \Big|_{r=R_2} = 0$.

Podstawiając do szeregu Taylora funkcję odkształcenia

$U_r(r, \varphi)|_{r=R_2} = 0$ dla wartości $r=R_2$ otrzymano:

$$U_r(r, \varphi)|_{r=R_2} = 0 = U_r(\varphi) + \frac{(R_2 - R_1)}{1!} \cdot \frac{\partial U_r(r, \varphi)}{\partial r} + \frac{(R_2 - R_1)^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 U_r(r, \varphi)}{\partial r^2} = \quad (8)$$

$$= U_r(\varphi) + \frac{(R_2 - R_1)}{1!} \cdot \frac{\partial U_r(r, \varphi)}{\partial r} + \frac{(R_2 - R_1)^2}{2!} \cdot 0$$

Dla przyjętych założeń równanie odkształceń panewki przyjmie więc postać:

$$-\frac{U_r(\varphi)}{(R_2 - R_1)} = \frac{\partial U_r(r, \varphi)}{\partial r} = U_{rr}(r, \varphi) \quad (9)$$

Wartość funkcji odkształceń panewki $U_r(r, \varphi)|_{R \leq r \leq R_2}$ wyznaczono z zależności geometrycznych przedstawionych na rys 2:

$$\frac{U_{r \max} + C_R}{U_r(\varphi) + C_R} = \cos \varphi. \quad (10)$$

Stąd

$$U_r(\varphi) = (U_{r \max} + C_R) \cdot \cos \varphi - C_R = C_{U \max} \cdot \cos \varphi - C_R \quad (11)$$

Dla $\varphi = 0 \Rightarrow U_r(\varphi) = U_{r \max}$, oraz dla

$$\varphi = \alpha \Rightarrow U_r(\varphi) = 0, \Rightarrow C_{U \max} = \frac{C_R}{\cos \alpha} \quad (12)$$

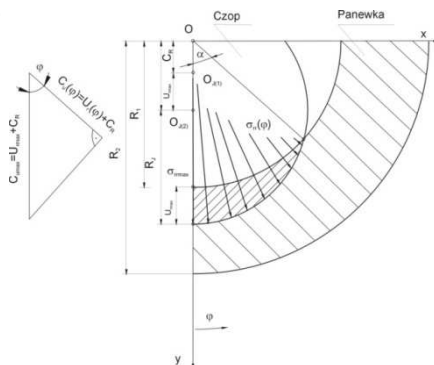
Podstawiając równanie $C_{U \max} = \frac{C_R}{\cos \alpha}$ do równania (11)

i przyjmując $\varphi = 0$ wartość maksymalna odkształceń wyniesie: $U_{r \max} = C_R \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$ (13)

Ostateczną postać funkcji odkształceń względnych panewki otrzymano podstawiając do równania (9) równanie (11) i (13):

$$U_{rr}(\varphi) = -\frac{\partial U_r(r, \varphi)}{\partial r} = \frac{C_{RB} \cdot \cos \varphi - C_R}{g_B} = -\frac{C_R}{g_B} \left(\frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} - 1 \right) \quad (14)$$

Znak (-) we wzorze (7) oznacza, że panewka będzie ściskana.



Rys.2. Stan odkształceń panewki poprzecznego łożyska ślizgowego.

Modele rozkładu naprężeń kontaktowych w przypadku nieodkształcalnego czopa

Przy budowie modelu naprężeń w strefie kontaktu czopa i panewki przyjęto założenia:

- czop i panewka będą powierzchniami kołowo cylindrycznymi,
- pod wpływem obciążenia odkształcać się będzie tylko panewka,
- odkształcenia panewki będą sprężyste,
- składowa tensora deformacji w kierunku promieniowym i obwodowym jest funkcją współrzędnej kątowej $U_{rr} = U_{rr}(\varphi)$, $U_{\varphi\varphi} = U_{\varphi\varphi}(\varphi)$.

Dla przyjętych założeń w biegunowym układzie współrzędnych (r, φ) rozkład naprężeń w strefie kontaktu opisują równania [6]:

$$\sigma_{rr}(\varphi) = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \cdot [(1-\nu) \cdot U_{rr}(\varphi) + \nu \cdot U_{\varphi\varphi}(\varphi)]$$

$$\text{dla } |\varphi| \leq \alpha, \text{ oraz } \sigma_{rr}(\varphi) = 0 \text{ dla } |\varphi| \geq \alpha \quad (15)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}(\varphi) = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \cdot [(1-\nu) \cdot U_{\varphi\varphi}(\varphi) + \nu \cdot U_{rr}(\varphi)]$$

$$\text{dla } 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

Z analizy równań (15) wynika, że do kreślenia rozkładu naprężeń konieczna jest znajomość rozkładów odkształceń w kierunku współrzędnej promieniowej jak i kątowej. W dalszej części rozważań przyjęto dwa rozwiązania konstrukcyjne panewek [1, 6, 8]:

a) rozciętej w kierunku osi wzdłużnej. W strefie kontaktu w kierunku współrzędnej promieniowej wystąpią odkształcenia będące wynikiem istnienia naprężeń ściskających. Natomiast odkształcenia w kierunku współrzędnej obwodowej będą pomijalnie małe w stosunku do odkształceń w kierunku współrzędnej promieniowej. Dla tak przyjętych założeń stan naprężeń normalnych w strefie kontaktu przyjmie postać:

$$\sigma_{rr}(\varphi) = -v_z E U_{rr}(\varphi), \text{ gdzie } v_z = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)}, \text{ dla } |\varphi| \leq \alpha$$

$$\sigma_{rr}(\varphi) = 0 \text{ dla } |\varphi| \geq \alpha \quad (16)$$

Podstawiając równanie (16) do równania (14) otrzymamy funkcję rozkładu naprężeń w kierunku współrzędnej promieniowej.

$$\sigma_{rr}(\varphi) = -v_z \cdot E \cdot \frac{C_R}{g_B} \left(\frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} - 1 \right), \text{ gdzie } v_z = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)}$$

$$\text{dla } |\varphi| \leq \alpha, \text{ oraz } \sigma_{rr}(\varphi) = 0 \text{ dla } |\varphi| \geq \alpha \quad (17)$$

Przy wyznaczaniu rozkładu naprężeń normalnych przy pomocy równania (17) powstaje problem z materiałami dla których liczba Poissona $\nu \approx 0,5$. Ograniczenie to można pominąć stosując zależności, gdzie liczba zastępcza Poissona przyjmowana jest $v_z = 1$, czy też $v_z = \frac{2}{(1+\nu)}$ [8].

b) **nierozciętej**, gdzie do określenia rozkładu naprężeń konieczna jest znajomość rozkładów odkształceń w kierunku współrzędnej promieniowej i współrzędnej obwodowej. Metoda wyznaczania odkształceń $U_{rr} = U_{rr}(\varphi)$, $U_{\varphi\varphi} = U_{\varphi\varphi}(\varphi)$ przedstawiona jest w pracy [6]. Stan naprężeń w strefie kontaktu przyjmie postać równań:

$$\sigma_{rr}(\varphi) = - \frac{E \cdot C_R}{(1-\nu^2) \cdot g_B} \cdot \left(\frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\left(\frac{\nu}{1-\nu} \right)^2 \frac{\operatorname{tg} \alpha - \alpha}{\pi} + 1}$$

dla $|\varphi| \leq \alpha$

$$\sigma_{rr}(\varphi) = 0 \quad \text{dla } |\varphi| \geq \alpha \quad (19)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}(\varphi) = - \frac{E}{(1+\nu) \cdot \nu} \cdot U_{rr}(\varphi = \pm \alpha) = - \frac{E}{(1+\nu) \cdot \nu} \cdot \frac{C_{ur \max} \cdot \cos \alpha - C_R}{g_B}, \quad \text{dla } 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (20)$$

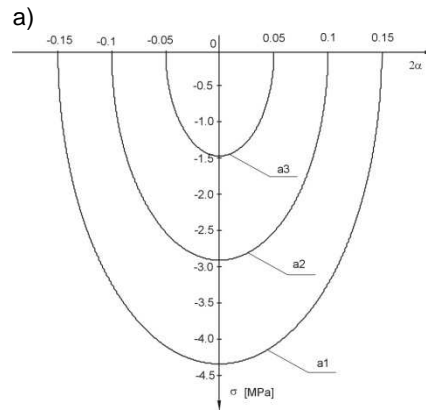
Przykłady obliczeniowe dla przyjętych modeli rozkładów naprężeń normalnych

Badania przeprowadzono dla łożyska o wymiarach i właściwościach materiałów czopa i panewki przedstawionych w tabl.1. Rozkłady naprężeń normalnych ($\sigma_{rr} = \sigma_{rr}(2\alpha)$) dla opracowanych modeli w funkcji kąta kontaktu czopa i panewki (2α) przedstawiono na rys.3. Natomiast wpływ kąta kontaktu czopa i panewki na maksymalne naprężenia normalne ($\sigma_{rr \max} = \sigma_{rr \max}(2\alpha)$) przedstawiono na rys.4.

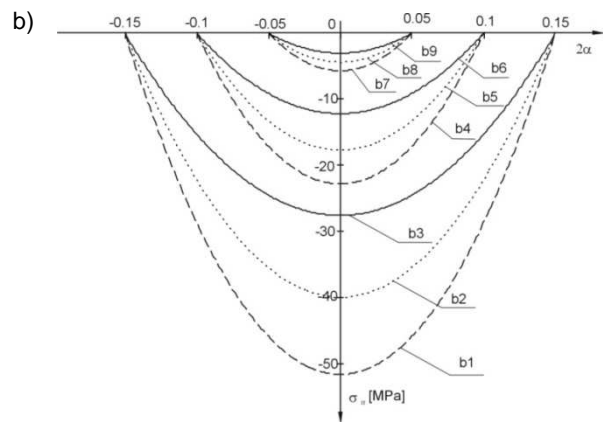
Zapis graficzny funkcji ($2\alpha = 2\alpha(F)$) określającej wpływ obciążenia na kąt kontaktu czopa i panewki zawiera rys.5.

Tab.1. Przykład obliczeniowy

Wielkość	Rodzaj przyjętego do obliczeń modelu	
	Model Hertza	Model panewki rozciętej i nierozciętej
R _J - Średnica czopa [m]	209,745·10 ⁻³	209,745·10 ⁻³
R ₁ - Średnica wewnętrzna panewki [m]	210,00·10 ⁻³	210,00·10 ⁻³
R ₂ - Średnica zewnętrzna panewki [m]	-	214,00·10 ⁻³
B- Szerokość panewki [m]	315,00·10 ⁻³	315,00·10 ⁻³
E _J - Moduł Younga materiału czopa [Pa]	2,1·10 ¹¹	2,1·10 ¹¹
E Moduł Younga materiału panewki [Pa]	0,38·10 ¹¹	0,38·10 ¹¹
ν _J - Liczba Poissona materiału czopa	0,3	0,3
ν- Liczba Poissona materiału panewki	0,38	0,38



a1- $2\alpha=0.3$ [rad], $F=6,69 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{\max}=4.31$ [MPa], $U_{\max}=5.7 \cdot 10^{-6}$ [m],
a2- $2\alpha=0.2$ [rad], $F=2.99 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{\max}=2.88$ [MPa],
 $U_{\max}=2.54 \cdot 10^{-6}$ [m], a3- $2\alpha=0.1$ [rad], $F=0.748 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{\max}=1.44$ [MPa],
 $U_{\max}=0.638 \cdot 10^{-6}$ [m].



$$\nu_z = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \quad \dots \quad \nu_z = \frac{2}{(1+\nu)} \quad \dots \quad \nu_z = 1$$

b1- $2\alpha=0.3$ [rad], $F=67,96 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rr \max}=51,50$ [MPa], $U_{r \max}=2,896 \cdot 10^{-6}$ [m],

b4- $2\alpha=0.2$ [rad], $F=20,06 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rr \max}=22,76$ [MPa], $U_{r \max}=1,28 \cdot 10^{-6}$ [m],

b7- $2\alpha=0.1$ [rad], $F=2,50 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rr \max}=5,67$ [MPa], $U_{r \max}=0,319 \cdot 10^{-6}$ [m],

b2- $2\alpha=0.3$ [rad], $F=52,73 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rr \max}=39,87$ [MPa], $U_{\max}=2,896 \cdot 10^{-6}$ [m],

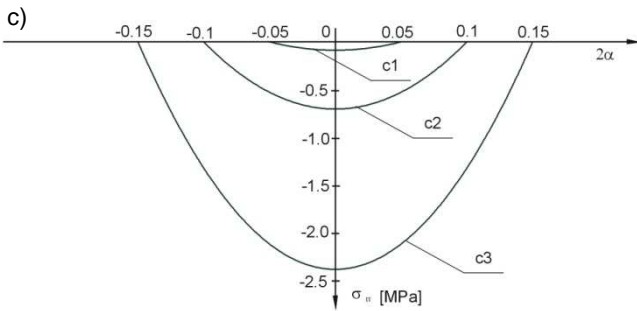
b5- $2\alpha=0.2$ [rad], $F=15,55 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rr \max}=17,63$ [MPa], $U_{\max}=1,28 \cdot 10^{-6}$ [m],

b8- $2\alpha=0.1$ [rad], $F=1,94 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rr \max}=4,39$ [MPa], $U_{\max}=0,319 \cdot 10^{-6}$ [m],

b3- $2\alpha=0.3$ [rad], $F=36,38 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rr \max}=27,51$ [MPa], $U_{\max}=2,896 \cdot 10^{-6}$ [m],

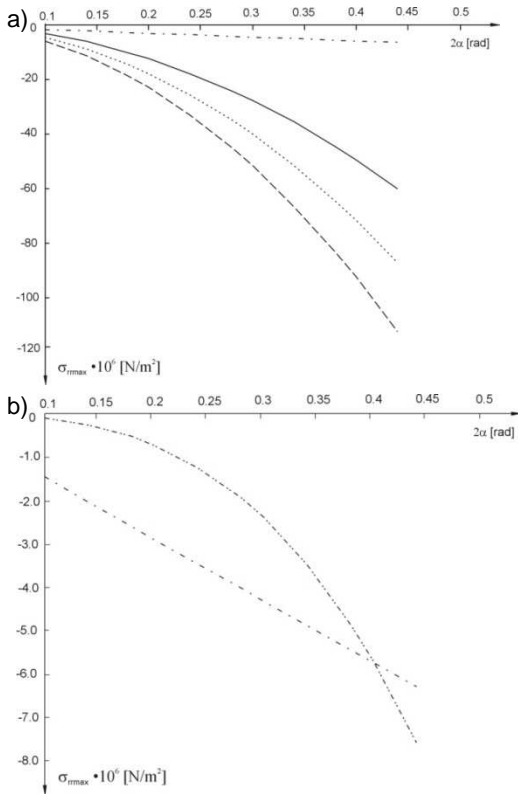
b6- $2\alpha=0.2$ [rad], $F=10,72 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rr \max}=12,16$ [MPa], $U_{\max}=1,28 \cdot 10^{-6}$ [m],

b9- $2\alpha=0.1$ [rad], $F=1,34 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rr \max}=3,03$ [MPa], $U_{\max}=0,319 \cdot 10^{-6}$ [m].



c1- $2\alpha=0.3$ [rad], $F=3,15 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rrmax}=2,38$ [MPa], $U_{max}=13,16 \cdot 10^{-6}$ [m],
 c2- $2\alpha=0.2$ [rad], $F=0,62 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rrmax}=0,7$ [MPa], $U_{max}=8,00 \cdot 10^{-6}$ [m],
 c3- $2\alpha=0.1$ [rad], $F=0,040 \cdot 10^4$ [N], $\sigma_{rrmax}=0,09$ [MPa], $U_{max}=3,63 \cdot 10^{-6}$ [m].

Rys.3. Rozkłady naprężeń normalnych w funkcji kąta kontaktu czopa i panewki: 3a) model kontaktu Hertza, 3b) model panewki rozciętej, 3c) model panewki nierozciętej



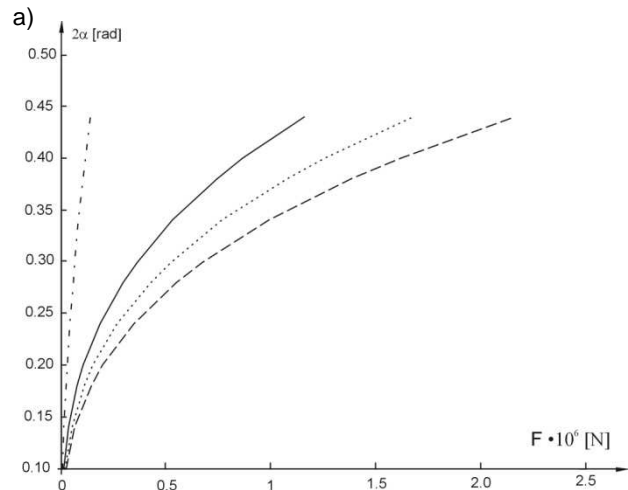
Model panewki rozciętej:

$$v_z = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)}$$

$$v_z = \frac{2}{(1+\nu)}$$

 ----- $v_z = 1$
 model Hertz model panewki nierozciętej

Rys.4. Wpływ kąt kontaktu czopa i panewki na maksymalne naprężenia normalne: 4a) model panewki rozciętej i model Hertz, 4b) model panewki nierozciętej i model Hertz

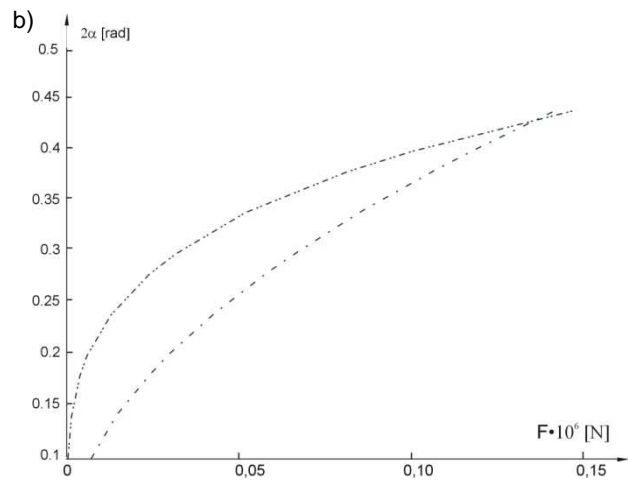


Model panewki rozciętej:

$$v_z = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)}$$

$$v_z = \frac{2}{(1+\nu)}$$

 ----- $v_z = 1$
 model Hertz model panewki nierozciętej



Rys.5. Wpływ obciążenia na kąt kontaktu czopa i panewki: 4a) model panewki rozciętej i model Hertz, 4b) model panewki nierozciętej i model Hertz

Wnioski

Analizując przebiegi funkcji z rys.5 można zauważyć, że ze wzrostem obciążenia rosną wartości kąta kontaktu panewki i czopa (2α). Zwiększenie kąta kontaktu (rys.3 i 4) powoduje wzrost wartości maksymalnych naprężeń kontaktowych. Przedstawione w pracy rozkłady naprężeń normalnych, które zostały uzyskane dla modeli panewki rozciętej, panewki nierozciętej oraz Hertz znacznie się różnią. Największe wartości maksymalnych naprężeń normalnych uzyskano dla przypadku panewki rozciętej, gdy $v_z = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)}$, natomiast najniższe wartości dla modelu Hertz.

Przyczyn rozbieżności należy szukać w uproszczeniach modelowych:

- w modelu panewki rozciętej uwzględnione są tylko właściwości materiału panewki tj. moduł sprężystości wzdłużnej i liczba Poissona. W modelu tym rozkład odkształceń w kierunku promieniowym jest

wyznaczony dla założonej a priori funkcji, która ma postać okręgu, odkształcenia w kierunku współrzędnej obwodowej przyjęto jako pomijalnie małe w stosunku do odkształceń w kierunku współrzędnej promieniowej. Czop założono, że się nie odkształca. Dla przyjętej liczby Poissona $\nu = 0,38$ zastępcze wartości liczb Poissona w przedstawionych w pracy modelach naprężeń kontaktowych odpowiednio wynoszą:

$$\nu_z = \frac{2}{(1+\nu)} = 1,872, \quad \nu_z = \frac{2}{(1+\nu)} = 1,449, \quad \nu_z = 1.$$

- **w modelu panewki nierozciętej** założono, że odkształcenia wystąpią zarówno w kierunku współrzędnej promieniowej jak i obwodowej. Ponadto przyjęto założenia jak dla modelu panewki rozciętej tzn.: uwzględniono tylko właściwości materiału panewki, czop się nie odkształca, rozkład odkształceń w kierunku promieniowym jest wyznaczany dla założonej funkcji, która ma postać okręgu
- **w modelu Hertza** rozkład naprężeń kontaktowych został wyznaczony dla założonej a priori funkcji, która ma kształt półelipsy, wartości naprężeń wyznacza się z uwzględnieniem właściwości fizycznych materiału czopa jak i panewki tj. modułów sprężystości wzdłużnej i liczb Poissona. Pod wpływem przyłożonego obciążenia odkształcać się będzie czop jak i panewka.

Literatura

1. Kragielskij I.: Michin N. „*Uzły trenija maszin. Sprawocznik*” Moskwa, maszynostrojenie, 1984.
2. Krzemiński-Freda H.: „*Łożyska toczne*” PWN, Warszawa 1985.
3. Mazurkow A.: „*Właściwości statyczne i dynamiczne, metoda projektowania łożysk ślizgowych z panewką pływającą*” Oficyna wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2009.
4. Mazurkow A.: „Metoda wyznaczania współczynnika tarcia spoczynkowego w łożyskach ślizgowych” *Tribologia, tarcie, zużycie.* 6/2013 (252).
5. Mazurkow A.: “The study of journal slide bearings start-up with hydrodynamic lubrication” 55 *Tribologie- Fachtagung, Gesellschaft fuer Tribologie e.V. Goettingen*, 2014, ISBN: 978-3-00-046545-1.
6. Mazurkow A.: „*Wybrane elementy teorii smarowania łożysk ślizgowych*” Oficyna wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2015 (w druku).
7. Paluch M.: „*Podstawy teorii sprężystości i plastyczności z przykładami*” Politechnika Krakowska, Kraków 2006,
8. Remizow D.: „*Plastmasowyye podszypnikowyye uzly*” Izdatielstwo pri charkowskom gosudarstwiennom uniwersitete, Charkow, 1982,
9. Zakrzewski M, Zawadzki J.: „*Wytrzymałość materiałów*” PWN, Warszawa 1983.