

I Krajowa Konferencja Naukowa  
**Szybkie prototypowanie**  
 Modelowanie - Wytwarzanie - Pomiary  
 Rzeszów - Pstrągowa, 16 - 18 września 2015



Organizatorzy:



CENTRUM NAUKOWO TECHNICZNE

KLASTER SZYBKIEGO PROTOTYPOWANIA  
RAPIDROM

## Określenie wpływu błędów geometrii na naprężenia w kołach zębatych przekładni dwudrożnej

### Determination of the geometry errors impact on tensions in dual power path transmission gears

JACEK PACANA  
 PAWEŁ FUDALI\*

DOI:10.17814/mechanik.2015.12.577

Przeprowadzona analiza numeryczna dotyczy określenia wpływu błędów geometrii na nierównomierność obciążenia kół zębatych przekładni dwudrożnej. Obliczenia wykonano z zastosowaniem modelu dwuwymiarowego z wykorzystaniem metody elementów skończonych MES w programie Abaqus 6.11.

**SŁOWA KLUCZOWE:** przekładnia zębata dwudrożna, MES, nierównomierność obciążenia

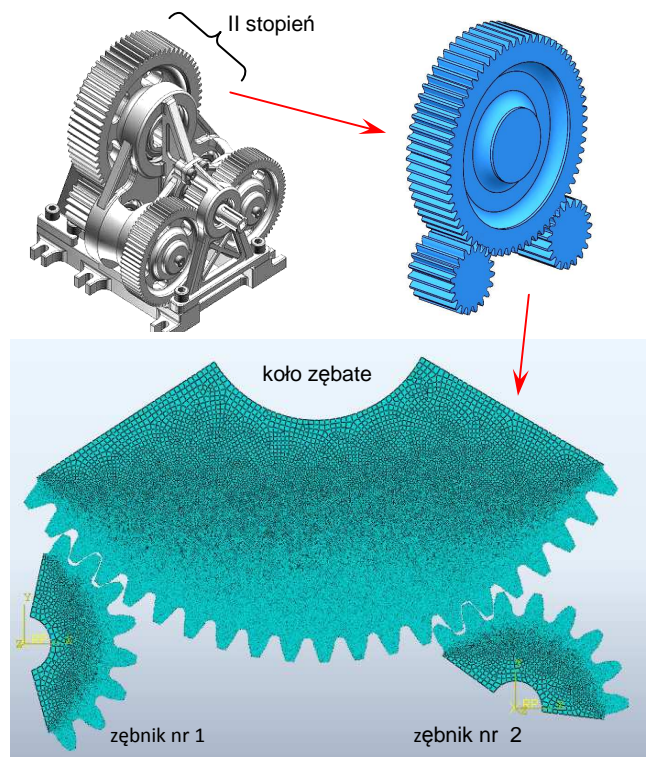
*The numerical analysis concerned the determination of the geometry errors impact on duty irregularity of dual power path transmission gears. The calculations were performed using a two-dimensional model using the finite element method in the Abaqus program.*

**KEYWORDS:** dual power path gear, FEM, duty irregularity

#### Wprowadzenie

W artykule przedstawiono proces przygotowania i przeprowadzenia obliczeń wytrzymałościowych dla zębatej przekładni dwudrożnej z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES). Analiza numeryczna przeprowadzona w ramach niniejszej pracy obejmuje określenie wpływu błędów geometrii na nierównomierność obciążenia kół zębatych przekładni dwudrożnej [1, 5]. Przebadano w pierwszej kolejności przekładnię o bezbłędnej, teoretycznej geometrii, a następnie wprowadzono na modelach obliczeniowych zmiany, które miały za zadanie zasymulowanie błędów podziałki i błędów odległości osi. Wprowadzone błędy geometrii na modelach nie przekraczały wartości dopuszczalnych określonych w odpowiednio w normach i publikacjach [3, 6, 7]. Następnie zestawiono ze sobą

otrzymane wyniki w celu ich porównania. Obliczenia przeprowadzane zostały na modelach dwuwymiarowych drugiego stopnia przekładni dwudrożnej (rys. 1). Ponieważ dotyczyły kół zębatych walcowych o zębach prostych, bez modyfikacji linii zęba, takie uproszczenie pozwalało znacząco zaoszczędzić czas obliczeń nie wpływając na ich poprawność [4].



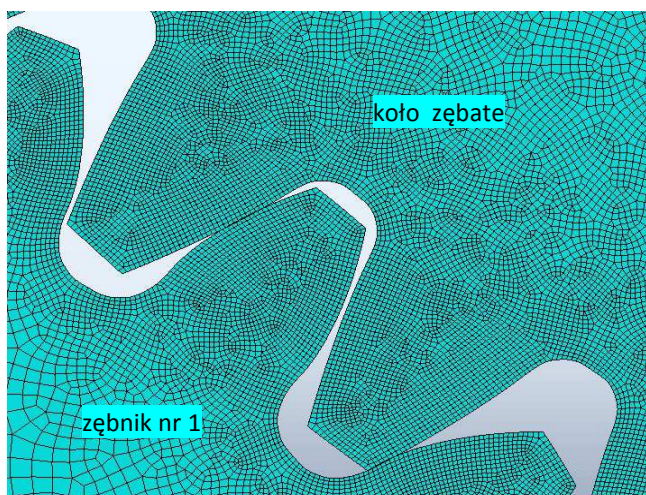
Rys. 1. Proces tworzenia uproszczonego modelu zębatej przekładni dwudrożnej na potrzeby obliczeń numerycznych

\* Dr inż. Jacek Pacana (pacanaj@prz.edu.pl), mgr inż. Paweł Fudali (pfudali@prz.edu.pl) – Katedra Konstrukcji Maszyn Politechniki Rzeszowskiej

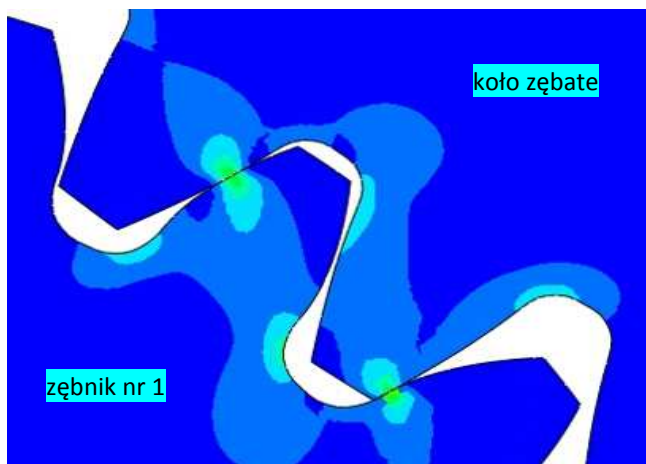
Dodatkowo modele koła zębatego oraz zębniaków zostały ograniczone jedynie do wycinków niezbędnych do prześledzenia współpracy kilku zębów. Takie uproszczenie nie wpływa na sztywność modelu, a wprowadza duże oszczędności czasu niezbędnego do wykonania obliczeń.

### Model obliczeniowy

W ramach przeprowadzonej analizy wielokrotnie powtarzono obliczenia tego samego modelu obliczeniowego, ze zmieniającym się jedynie wybranym parametrem. Pozostałe warunki brzegowe oraz geometria kół były zachowane takie same na kolejnych etapach obliczeń. Każdy z zębniaków przekładni dwudrożnej obciążony był zawsze tym samym momentem skręcającym wynoszącym 50Nm. Sposób utwierdzenia i obrotów koła oraz zębniaków został określony zgodnie z ich rzeczywistym charakterem przy pomocy więzów, a także zdefiniowanych w ich osiach, punktów referencyjnych (RP). Wszystkie modele kół analizowanej przekładni zostały poddane procesowi dyskretyzacji przy pomocy liniowych elementów czworokątnych. W osi koła zębatego ustalony jego obrót o kąt 2 radiany, w celu zasymulowania rzeczywistej współpracy z nim kilku zębów obydwu zębniaków. Dodatkowo całość obliczeń podzielono na 100 kroków więc na każdy z nich przypadał obrót koła zębatego o kąt 0,05 radiana, dzięki temu można było prześledzić precyzyjnie współpracę na całym odcinku przyporu. Na rysunku 2 przedstawiono powiększony fragment obszaru współpracy zębów.



Rys. 2. Fragment modelu z widocznym zagęszczeniem siatki elementów skończonych



Rys. 3. Rozkład naprężeń zredukowanych w obszarze współpracy koła zębatego z zębniakiem nr 1

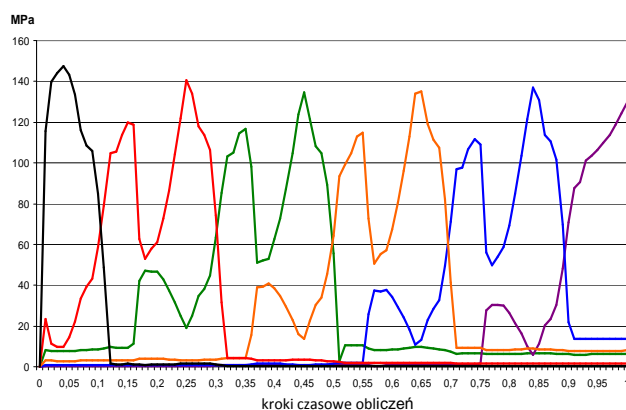
Widoczne jest duże zagęszczenie siatki elementów skończonych w okolicach wieńców zębatych kół, ze względu na przewidywane w tych obszarach wystąpienie obszarów najwyższych naprężeń. Po przygotowaniu modeli przeprowadzono w solverze programu Abaqus właściwe obliczenia, których rezultat został zapisany w odpowiednich plikach wynikowych osobno dla każdego z analizowanych typów przekładni. Przykładowy rozkład naprężeń dla obszaru współpracy koła zębatego z zębniakiem nr 1 przedstawiony został na rysunku 3.

W wyniku wykonanych obliczeń otrzymano poprawne rozwiązanie dla wszystkich wariantów obliczeniowych przekładni dwudrożnej. Dalsza obróbka i analiza współpracy przeprowadzona została w postprocesorze programu Abaqus.

### Analiza rozwiązań

Po otwarciu pliku wynikowego na ekranie komputera domyślnie prezentowany jest wybrany model obliczeniowy wraz z odpowiadającym mu rozkładem naprężeń dla wskazanego kroku czasowego. Wyniki w takiej formie nie są wystarczająco czytelnie i nie mogą stanowić materiału do przeprowadzenia analizy porównawczej. Utworzono więc wykresy naprężeń zginających u podstawy zęba, dla modeli zębniaków i koła współpracującego. W obydwu obszarach współpracy odczytywano wartości maksymalne naprężeń na krzywej przejścia u podstawy zęba w kolejnych 100 krokach obliczeniowych. Dzięki temu prześledzono dokładnie charakter zmiany obciążenia dla kilku kolejnych zębów zarówno zębniaków jak i koła.

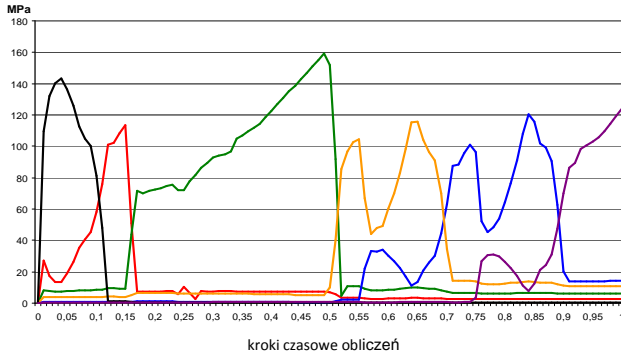
Ponieważ założono równoległą współpracę obydwu zębniaków z kołem, wykresy im odpowiadające są bardzo zbliżone. W kolejnych krokach analizy skupiono się więc na analizie wyników dotyczących zębniaka nr 1, obserwując że dla zębniaka nr 2 ta wszystkie wykresy mają podobny przebieg. Na rysunku 4 zaprezentowany został wykres naprężeń zginających u podstawy zęba zębniaka nr 1, dla modelu wyjściowego drugiego stopnia przekładni dwudrożnej.



Rys. 4. Wykres naprężeń zginających u podstawy zęba zębniaka nr 1, dla modelu wzorcowego drugiego stopnia przekładni dwudrożnej

Jak można zauważyć przebieg wykresu nie jest gładki, z wyraźnymi widocznymi spiętrzeniami naprężeń powstałymi w momencie wchodzenia i wychodzenia zębów z zażębienia. Jednak dla kolejnych zębów przebieg zmian naprężeń jest powtarzalny co gwarantuje równomierną pracę przekładni. Taki charakter wykresu jest znany z literatury i charakterystyczny dla kół zębatych walcowych i zębnych prostych. Maksymalne wartości naprężeń zginających u podstawy zęba zębniaka kształtują się na poziomie 140MPa.

W drugim etapie obliczeń dla jednego zęba zębnika oraz dla współpracującego z nim zęba koła zębatego wprowadzono błąd podziałki o wartości  $5\mu\text{m}$  na plus, w taki sposób, że błędy te się sumowały. Wartość taka została przyjęta jako maksymalna dopuszczalna wartość błędu podziałki według normy PN-ISO 1328-1:2000. Wykresy naprężeń zginających u podstawy kolejnych współpracujących zębów zębnika zaprezentowano na rysunku 5.

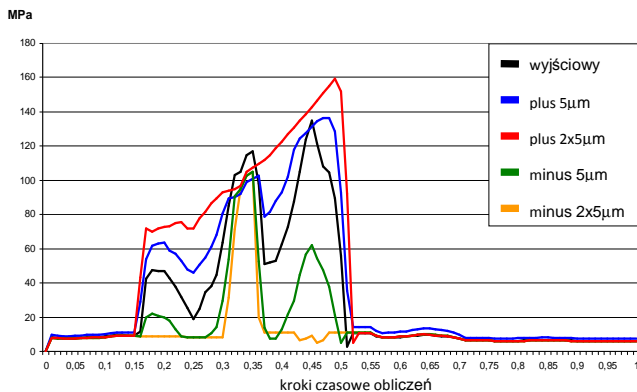


Rys. 5. Wykres naprężeń zginających u podstawy zęba zębnika nr 1, dla o maksymalnej wartości błędu podziałki (na plus)

Wykres otrzymany na podstawie zmienionych modeli kół nie przypomina już wykresu wyjściowego. Zdecydowanie zmieniły się wartości naprężeń zginających u podstawy, dla zęba poddanego modyfikacji. Współpraca tych zębów jest znacznie dłuższa niż wszystkich pozostałych, a wartości naprężeń znacznie wyższe niż w wersji wyjściowej modelu przekładni. Poprzez wprowadzenie błędu podziałki uzyskano wcześniejsze wejście i późniejsze wyjście z zazębienia niż w przypadku poprawnego zęba.

W trzecim kroku analizy przyjęto także maksymalne wartości błędu podziałki, jednak tym razem w głąb materiału („minus  $2 \times 5\mu\text{m}$ ”). W tym przypadku współpraca modyfikowanego zęba była znacznie krótsza niż sąsiednich.

Aby dokładniej określić wpływ błędu podziałki na wartości naprężeń przyjęto również dwa pośrednie rozwiązania, w których koło zębate pozostawiono niemodyfikowane, a zmieniano jedynie geometrię zębnika. Na wybranym zębie wprowadzono więc błąd podziałki o wartości  $5\mu\text{m}$ , w jednym przypadku w kierunku na zewnątrz (na plus), a w drugim do wnętrza zęba (na minus). Wykresy dla modyfikowanego zęba zębnika i wszystkich pięciu analizowanych przypadków błędu podziałki zaprezentowano na rysunku 6. Wyniki otrzymane w obliczeniach dotyczących pięciu wariantów błędu podziałki znacznie różnią się od siebie.

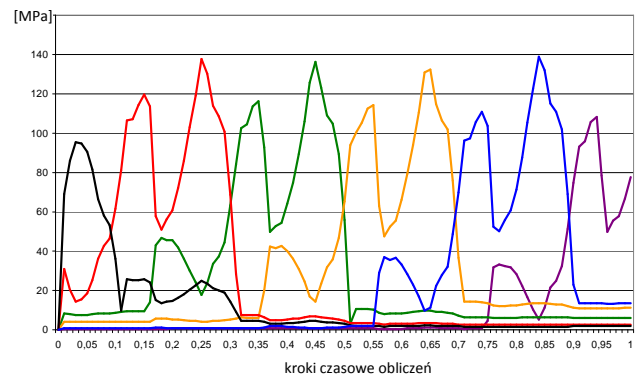


Rys. 6. zestawienie wykresów naprężeń zginających u podstawy zęba zębnika, dla wszystkich rozpatrywanych wersji błędu podziałki

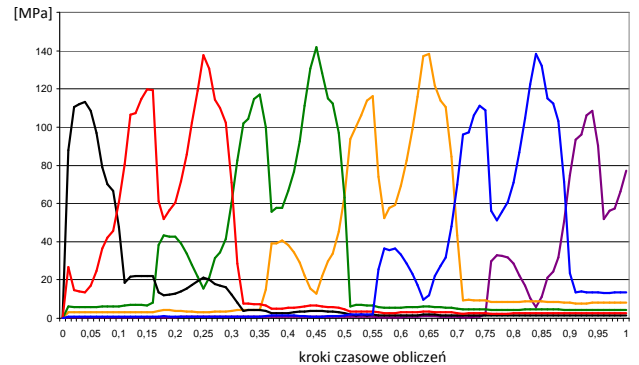
Wyższe od wyjściowych, wartości naprężeń zginających u podstawy zęba, otrzymano w przypadku błędu podziałki zmienionego „na plus”. Niższe natomiast naprężenia otrzymano dla błędu przyjętego „na minus”. W tym przypadku jednak spowodowane jest tym, że przeniesienie obciążenia odbywa się w dużej mierze przez sąsiednie zęby. Błąd podziałki bardziej jednak, niż na wartości naprężeń, wpływa na czas współpracy kolejnych zębów, co ma duże znaczenie dla nierównomierności obciążenia kół zębatych przekładni dwudrożnej. Należy zdecydowanie dołożyć wszelkiej staranności, by wykonać koła o możliwie dokładnym zarysie, co może wpłynąć znacząco na wydłużenie ich trwałości.

Kolejnym rodzajem błędu brany pod uwagę podczas przeprowadzanej analizy był błąd odległości osi kół przekładni. W obliczeniach przebadano sytuację, w której osie koła i zębników zostały dosunięte do siebie o wartość  $14\mu\text{m}$ , a w kolejnym kroku odsunięte o tą samą wartość względem pozycji wyjściowej. Wykresy naprężeń zginających u podstawy zębów zębnika nr 1 i współpracującego z nim koła zębatego przedstawiono na rysunkach 7 i 8.

Wykresy dotyczące obydwu wariantów obliczeń polegających na zmianie odległości osi zarówno dla zębnika jak i koła zębatego nie różnią się od siebie, ani też od wariantu wyjściowego. Drobne różnice wartości maksymalnych na wykresach nie przekraczają 5% więc można je pominąć. Otrzymane więc wyniki dotyczące wpływu błędu odległości osi na równomierność obciążenia kół przekładni pozwalają stwierdzić, że nie mają one znaczenia dla wytrzymałości i charakterystyki pracy przekładni.



Rys. 7. Wykres naprężeń zginających u podstawy zęba zębnika numer 1, dla powiększonej odległości osi



Rys. 8. Wykres naprężeń zginających u podstawy zęba zębnika numer 1, dla pomniejszonej odległości osi

Zaznaczyć należy, że badano sytuację, w której wymuszono błąd odległości osi w dopuszczalnym przez normę zakresie, a ponadto wiadomo, że zarys ewolwentowy sto-

sowany w kołach analizowanej przekładni dwudrożnej, jest wyjątkowo mało wrażliwy na promieniowe przemieszczenia kół.

### Podsumowanie

Przeprowadzona analiza numeryczna dotyczyła określenia wpływu błędów geometrii na nierównomierność obciążenia kół zębatych przekładni dwudrożnej. Obliczenia wykonano z zastosowaniem modelu dwuwymiarowych, co znacznie ułatwiło ich przygotowanie, skróciło czas obliczeń i ułatwiło obróbkę otrzymanych wyników. Obliczenia z wykorzystaniem MES przeprowadzone zostały w programie Abaqus 6.11. Mimo oczywistych zalet stosowania metod numerycznych, nie można zapominać, że zawierają one pewne uproszczenia, dlatego otrzymane wyniki należy zwerifikować, np. przy pomocy metod eksperymentalnych [2].

Przyjęto, jako wersję podstawową, przekładnię wykonaną bezbłędnie, natomiast następnie wprowadzano w kolejnych krokach obliczeniowych błędy podziałki, by sprawdzić jaki wpływ mają one na nierównomierność pracy i obciążenia przekładni. Otrzymywane dla kolejnych wersji rozwiązania porównano z wariantem bazowym, co pozwoliło stwierdzić, że występują nie tylko różnice w wartościach naprężeń, ale też charakterze pracy kół będące skutkiem błędów geometrii. Odpowiednie poznanie problemu, jego analiza, a następnie poszukanie rozwiązań zapobiegających nierównomiernemu obciążeniu kół w przekładni wielodrożnej, może poprawić zarówno jakość pracy jak i trwałość przekładni lotniczych.

### Acknowledgments

Financial support of Structural Funds in the Operational Programme - Innovative Economy (IE OP) financed from the European Regional Development Fund - Project "Modern material technologies in aerospace industry", Nr POIG.01.01.02-00-015/08-00 is gratefully acknowledged.

### LITERATURA

1. Budzik G., Kozik B., Pacana J. "Defining influence of load conditions on distribution and value of stresses in dual-power-path gear wheels applying FEM". *Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal* 85/6 (2013), str. 453-459.
2. Kozik B., Budzik G., Sobolak M., Dziubek T., Sobolewski B., Bernaczek J., Grzelka M. "Accuracy analysis of demonstrative prototype of FDM model of aeronautical dual-power path gear unit". *MOTSP 2012; 4th International Scientific Conference – Management of Technology – Step to Sustainable Production - MOTSP 2012, 14 – 16 June 2012, Zadar, Croatia; Croatian Association for PLM*, s. 308–313, Zagreb, Croatia, 2012.
3. Marciniec A., Budzik G., Dziubek T., Sobolewski B., Zaborniak M. „Determine the precision of aviation bevel gear, made by the selected incremental techniques and using an optical scanner atos ii triple scan”. *Diagnostyka*, vol. 16, No. 1 (2015), s. 63-67.
4. Markowski T., Budzik G., Pacana J. „Kryteria doboru modelu numerycznego do obliczeń wytrzymałościowych walcowej przekładni zębatej metodą MES” *Modelowanie Inżynierskie*, vol. 39 (2010), s. 135-142.
5. Pacana J., Budzik Gr., Kozik B. "Strength analysis of gears in dual-path gearing by means of FEM", *Diagnostyka*, vol. 16, No. 1 (2015), s. 41–46.
6. PN-ISO 1328-1:2000 „Przekładnie zębate walcowe. Dokładność wykonania według ISO. Odchyłki jednoimiennych boków zębów”.
7. PN-ISO 1328-2:2000 „Przekładnie zębate walcowe. Dokładność wykonania według ISO. Odchyłki promieniowe złożone i odchyłki bicia”.