

Wskaźniki zazębienia krzywoliniowych przekładni stożkowych jako podstawowy wyznacznik poprawności konstrukcji przekładni

Contact ratios of spiral bevel gears – basic factor of construction evaluation

RYSZARD KURYJAŃSKI *

DOI: 10.17814/mechanik.2016.12.532

W procesie konstrukcji przekładni stożkowych o krzywoliniowej linii zęba niezbędny jest taki dobór parametrów geometrycznych, aby wskaźniki zazębienia: czołowy, poskokowy i zmodyfikowany osiągnęły wartości większe od zalecanych wartości minimalnych. Wiele przekładni nie spełnia tego warunku, choć niewielkie zmiany w konstrukcji mogłyby poprawić ich wytrzymałość i cichobieżność. W artykule podano wzory pozwalające na łatwe obliczenia wskaźników zazębienia oraz ich zalecane wartości minimalne. Wskazano na ograniczenia technologiczne w zwiększaniu ich wartości.

SŁOWA KLUCZOWE: przekładnie stożkowe; wskaźniki zazębienia; projektowanie

In the process of designing spiral bevel gears a proper choice of geometrical parameters is necessary to achieve recommended value of transverse, face and modified contact ratios. The above mentioned ratios should reach values higher than minimal ones. Many spiral bevel gears do not meet this condition. However, some slight improvements in their construction could improve their pitting resistance, bending strength and decrease noise level. The article indicates formulas for easy calculation of contact ratios and their recommended minimal values. The article presents technological limitations in increasing a value of contact ratios.

KEYWORDS: spiral bevel gears; contact ratios; designing

W obliczeniach przekładni stożkowych o zębach krzywoliniowych, opartych na algorytmach firmy Gleason, stanowiących podstawę normy AGMA i, w nieco zmodyfikowanej postaci, również normy ISO, wyznacza się dla zębów beczkowanych (inne nie występują w tego typu przekładniach) trzy wskaźniki zazębienia: czołowy wskaźnik zazębienia ϵ_α , poskokowy wskaźnik zazębienia ϵ_β , zmodyfikowany wskaźnik zazębienia ϵ_0 .

Projektując przekładnię, konstruktor decyduje o jej cichobieżności, płynności przenoszenia napędu oraz wytrzymałości zębów na złamanie i naciski zmęczeniowe (pitting).

Zwykle przełożenie i gabaryty przekładni są wstępnie określone. Parametrami, którymi można sterować, są: liczby zębów zębnika i koła, szerokość uzębienia oraz wysokości zębów.

Parametrem technologicznym, który wpływa w znaczący sposób na geometrię przekładni, a także na jej wytrzymałość, jest średnica głowicy nożowej d_0 .

Do niedawna konstrukcją przekładni stożkowych o zębach krzywoliniowych zajmowała się wąska grupa spe-

cialistów, a bardzo odpowiedzialne przekładnie projektowali inżynierowie firm Gleason, Klingelberg czy Oerlikon. Musieli oni tak zaprojektować przekładnię, aby można ją było wykonać na istniejących obrabiarkach i przy użyciu dostępnych narzędzi, więc zbyt duże błędy konstrukcyjne nie były możliwe.

Jednak w ciągu ostatnich 10–15 lat nastąpiła dość radykalna zmiana. Wprowadzenie metod obróbki numerycznej uzębień na frezarkach wieloosiowych CNC spowodowało, że niemal każdą przekładnię można wykonać przy użyciu uniwersalnego palcowego frezu kulistego, abstrahując od czasu i jakości wykonania. Technologia przestała więc weryfikować poprawność prac konstruktorów.

Poważnym problemem jest również odejście na emeryturę doświadczonych konstruktorów w renomowanych firmach, zajmujących się projektowaniem konstrukcji i technologii przekładni stożkowych krzywoliniowych. Coraz częściej zdarzają się istotne pomyłki w dostarczanych obliczeniach, a czas oczekiwania na nie często przekracza kilka tygodni.

Trzeba także wspomnieć, że w kilku przemysłach dominują rozwiązania wprowadzone kilkanaście, a niekiedy kilkadziesiąt lat temu (np. przemysł lotniczy, przemysł stoczniowy i górnictwo), których nie zmieniono ze względu na długotrwałość i kosztowny proces homologacyjny.

Szczególnie w ostatnich trzech, czterech latach gwałtownie zwiększyła się liczba nieprawidłowo zaprojektowanych przekładni. Są to przeważnie przekładnie o niezbyt dużych gabarytach (średnice kół talerzowych mieszczą się w przedziale od 200 do 500 mm), ale o bardzo dużych modułach. Większość z nich odwołuje się do rozwiązań firmy Klingelberg, ale trudno stwierdzić, czy są one oryginalnymi konstrukcjami tej firmy. Ich wykonanie wymaga bardzo wysokich noży (w wielu przypadkach ponad 30 mm); gdy ich brak i z tego powodu ograniczona jest wysokość zębów, konieczne jest usuwanie bardzo dużej ilości materiału z bardzo szerokich wrębów.

Na szybką ocenę jakości konstrukcji tych przekładni pozwalają wskaźniki zazębienia. Są one znacznie niższe od zalecanych. Gdyby konstruktor je obliczał, to już na etapie projektowania wprowadziłby niezbędne poprawki geometrii przekładni. Prawdopodobnie jednak nie dysponował uproszczonymi wzorami do wyznaczania wartości wskaźników zazębienia albo z braku odpowiedniego doświadczenia zignorował problem.

Celem artykułu jest ułatwienie prowadzenia procesu konstruowania przekładni stożkowych przez biura konstrukcyjne niemające bezpośredniego kontaktu z ich wytwarzaniem oraz poinformowanie odbiorców przekładni, na co powinni zwrócić uwagę przy odbiorze zakupionej przez nich dokumentacji konstrukcyjnej.

* Dr inż. Ryszard Kuryjański (ryho@poczta.onet.pl) – Politechnika Warszawska, Instytut Podstaw Budowy Maszyn,

Czołowy wskaźnik zazębienia ε_α wyznacza się dla zastępczych normalnych kół walcowych w przekroju przechodzącym przez środek szerokości uzębienia. Dzięki temu może on służyć jako syntetyczny wskaźnik jakości przekładni niezależnie od metody jej projektowania, przede wszystkim zbieżności zębów. Pozwala on łatwo porównać uzębienia kołowo-łukowe firmy Gleason, epicykloidalne firm Klingelberg i Oerlikon czy ewolwentowe firmy Klingelberg.

Algorytm obliczeń, podany poniżej, jest niewielką modyfikacją algorytmów dostępnych w [1–5].

Wyznaczenie czołowego wskaźnika zazębienia ε_α sprowadza się do obliczenia długości linii przyporu i podzielenia jej przez średnią podziałkę zasadniczą w przekroju czołowym:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{e_{vn}}{p_{bt}} \quad (1)$$

Długość linii przyporu e_{vn} w średnim zastępczym przekroju normalnym wyznacza się ze wzoru:

$$e_{vn} = \sqrt{r_{van1}^2 - r_{vbn1}^2} + \sqrt{r_{van2}^2 - r_{vbn2}^2} - (r_{vn1} + r_{vn2}) \sin \alpha_n \quad (2)$$

gdzie: promień podziałowy zastępczego normalnego zębownika, koła walcowego w środku szerokości uzębienia $r_{vn1,2}$

$$r_{vn1} = \frac{z_1 \cdot m_n}{2 \cdot \cos \delta_1 \cdot \cos^3 \beta_m} \quad (3)$$

$$r_{vn2} = \frac{z_2 \cdot m_n}{2 \cdot \cos \delta_2 \cdot \cos^3 \beta_m} \quad (4)$$

promień wierzchołów zastępczego normalnego zębownika, koła walcowego w środku szerokości uzębienia $r_{vna1,2}$

$$r_{vna1} = r_{vn1} + h_{a1} \quad (5)$$

$$r_{vna2} = r_{vn2} + h_{a2} \quad (6)$$

promień zasadniczy zastępczego normalnego zębownika, koła walcowego w środku szerokości uzębienia $r_{vna1,2}$

$$r_{vbn1} = r_{vn1} \cdot \cos \alpha_n \quad (7)$$

$$r_{vbn2} = r_{vn2} \cdot \cos \alpha_n \quad (8)$$

zaś średnią podziałkę zasadniczą p_{bmt} w przekroju czołowym z zależności:

$$p_{bmt} = \frac{\pi \cdot m_n \cdot \cos \alpha_n}{\cos^2 \beta_b} \quad (9)$$

gdzie: średni kąt pochylenia linii zęba na walcu zasadniczym β_b :

$$\beta_b = \arcsin(\sin \beta_m \cdot \cos \alpha_n) \quad (10)$$

Czołowy wskaźnik zazębienia ε_α jest wielkością, która decyduje o płynności i głośności pracy przekładni zarówno pod niewielkimi, jak i dużymi obciążeniami. Wskazane jest więc, aby miał jak największą wartość. Nie dopuszcza się przypadkowo, aby wskaźnik ten był mniejszy od 1,0.

Dla typowych przekładni stożkowych zaleca się, aby czołowy wskaźnik zazębienia ε_α przekraczał wartość 1,2, zaś dla przekładni typu ZEROL (średni kąt pochylenia linii zęba tych przekładni $\beta_m \in < 0^\circ; 15^\circ >$) powinien przekraczać wartość 1,5. Należy pamiętać, że obliczone wartości wskaźnika zazębienia są nieco zawyżone, gdyż nie uwzględniają fazowań wierzchołków zębów i niewielkich podcięć u podstawy, które wykonuje się w celu pewniejszej lokalizacji śladu współpracy na wysokości zęba, a które skracają obliczoną teoretycznie długość linii przyporu. W obliczeniach wytrzymałościowych, w tym w obliczeniach wartości ε_α , zakłada się, że zęby nie są podcinane.

Zwiększenie czołowego wskaźnika zazębienia ε_α dokonuje się zwykle przez zwiększanie wysokości zębów. Napotyka to jednak następujące ograniczenia:

- wystąpienie zjawiska podcięcia zębów u podstawy, które jest niedopuszczalne ze względów wytrzymałościowych i które znacząco zmniejsza rzeczywistą wartość współczynnika ε_α ,
- wystąpienie zjawiska zaostrenia wierzchołków zębów, które przy nawęglaniu i hartowaniu zębów prowadzi do przewęglania i zahartowania zęba na wskroś, co grozi wykruszaniem się wierzchołków zębów;
- zwężanie się szerokości dna wrębu, co wymaga stosowania noży o małej szerokości wierzchołków i małych promieniach zaokrąglenia. Skutkuje to szybszym zużyciem narzędzia, a ponadto prowadzi do zmniejszenia wytrzymałości na złamanie zmęczeniowe u podstawy zęba, która maleje wraz ze zmniejszaniem się promienia zaokrąglenia zęba u podstawy, czego bezpośrednią przyczyną jest zmniejszanie się promienia zaokrąglenia noża.
- dostępność głowic z nożami o wymaganej wysokości noży.

TABLICA. Wysokości noży do obróbki przekładni zębatych stożkowych

Średnica głowicy	Standardowa wysokość noży HARDAC II [mm]	Wysokości noży niestandardowych [mm]	Wysokości noży RSR [mm]
0,5" (12,7mm) – 1,1" (27,94 mm)	3,175		
1,5" (38,1 mm) – 2,0" (50,8 mm)	4,7625		
2,75" (69,85 mm)	6,35		
3,5" (88,9 mm)	8,85	10,8	
4,5" (114,3 mm)	9,525		12,7
6,0" (152,4 mm)	9,525	13,5	12,7
7,5" (190,5 mm)	12,7	17,0–19,0	14,2
9,0" (228,6 mm)	14,275	17,0–19,0	14,2
12,0" (304,8 mm)	19,05	20,0–25,8	19,4
16,0" (406,4 mm)	19,05	25,8	30,4
18,0" (457,2 mm)	25,4	28,0–30,0	30,4

Dla przekładni o dużych modułach decydujące jest ostatnie ograniczenie. Wysokości noży zależą od: typu noży – sztabkowe czy zataczane, od rozmiarów gniazd nożowych oraz od średnicy głowicy. Zależą także od możliwości technologicznych ich producentów (w Polsce wytwórcą noży do głowic firmy Gleason jest firma Vesta Works) oraz możliwości technologicznych szlifierek do ich ostrzenia.

W tablicy podano standardowe wysokości noży dla głowic typu HARDAC z nożami zataczanymi firmy Gleason, standardowe wysokości noży sztabkowych RSR do obróbki zgrubnej oraz spotykane w polskich firmach wysokości noży niestandardowych. Noże o niestandardowych wysokościach stosuje się już od kilkunastu lat, ale tylko w kilku polskich firmach. Są one znacznie wyższe, co umożliwia m.in. obróbkę przekładni o wysokich zębach (dużych modułach) głowicami o mniejszych średnicach.

Poskokowy wskaźnik zazębienia ε_β można określić z przybliżonego wzoru:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \cdot \sin \beta_m}{\pi \cdot m_n} \quad (11)$$

lub z większą dokładnością z zależności:

$$\varepsilon_\beta = \frac{(3 \cdot k \cdot \operatorname{tg} \beta_m - k^3 \cdot \operatorname{tg}^3 \beta_m) \cdot R_e}{3 \cdot \pi \cdot m_{te}} \quad (12)$$

gdzie:

$$k = \frac{b \cdot R_e \cdot R_i}{2 \cdot (R_e + R_i)} \quad (13)$$

W podanych wzorach: α_n – normalny kąt przyporu; β_m – średni kąt pochylenia linii zęba; b – szerokość uzębienia; $h_{a1,2}$ – średnia wysokość głowy zęba zębniaka, koła; m_n – średni moduł normalny; R_e – zewnętrzna tworząca stożka podziałowego; R_i – wewnętrzna tworząca stożka podziałowego ($R_i = R_e - b$)

Poskokowy wskaźnik przyporu ε_β ma istotne znaczenie przy dużych obciążeniach, gdy przyjęta w jego obliczeniach szerokość uzębienia b odpowiada w przybliżeniu długości śladu współpracy. Przy małych obciążeniach długość śladu współpracy zmniejsza się w istotny sposób i rzeczywista wartość współczynnika maleje. Może to powodować m.in. większą głośność przekładni przy biegu luzem lub pracy pod małymi obciążeniami. Można temu trochę przeciwdziałać wprowadzając operację docierania uzębienia na docieracze lub założyć, że proces ten nastąpi samorzutnie podczas pierwszego okresu eksploatacji przekładni. W drugim przypadku wskazane jest świadome sterowanie obciążeniami przekładni i wymiana lub pełna filtracja oleju po krótszym czasie niż to się zwykle robi w trakcie eksploatacji, mająca na celu usunięcie mikrowiórów i innych zanieczyszczeń powstających w procesie naturalnego docierania.

Zalecane wartości współczynnika ε_β powinny być większe od 1,6, aby przy współczynniku $\varepsilon_\alpha = 1,2$ uzyskać wymagane wartości zmodyfikowanego wskaźnika zazębienia.

Zwiększenie poskokowego wskaźnika zazębienia ε_β polega głównie na zwiększeniu szerokości uzębienia „ b ” i średniego kąta pochylenia linii zęba β_m . Ale i w tym przypadku występują ograniczenia. Szerokość uzębienia powinna się mieścić w granicach $(0,25 - 0,4) \cdot R_e$, zaś kąt β_m w przedziale $30 - 40^\circ$.

Zmodyfikowany wskaźnik zazębienia ε_0 określa zależność:

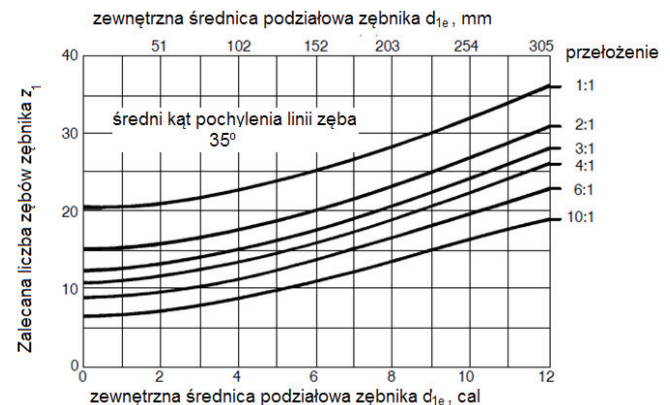
$$\varepsilon_0 = \sqrt{\varepsilon_\alpha^2 + \varepsilon_\beta^2} \quad (14)$$

Uwzględnia ona modyfikację zarówno zarysu, jak i linii zęba, co jest standardem w produkcji kół stożkowych o zębach krzywoliniowych. Zalecana wartość tego wskaźnika nie powinna być mniejsza od $\varepsilon_0 \geq 2,0$.

Problemy z uzyskaniem zalecanej wartości zmodyfikowanego wskaźnika zazębienia są trudne do przezwyciężenia dla przekładni obrabiarkowych, charakteryzujących się bardzo małymi szerokościami uzębienia, wynikającymi z ograniczonego miejsca w zabudowie oraz w przekładniach o dużych przełożeniach, przekraczających $u = z_2/z_1 = 5,0$.

W przypadku przekładni wielkomodułowych uzyskanie niższych niż 2,0 wartości ε_0 należy uznać za błąd konstruktora.

Najłatwiejszym sposobem uzyskania prawidłowych wartości wskaźników zazębienia jest dobranie odpowiedniej liczby zębów zębniaka i koła przy zachowaniu niemal bez zmian przełożenia przekładni. W przypadku przekładni wielkomodułowych jest to zwykle zwiększenie liczby zębów, powodujące zmniejszenie modułu, a co za tym idzie długości podziałek normalnych i czołowych, a w efekcie zwiększenie wartości wszystkich wskaźników zazębienia. W normie AGMA podano zalecane wartości liczby zębów zębniaka w zależności od przełożenia, które mogą służyć jako dane wejściowe w procesie konstrukcji przekładni.



Zalecane liczby zębów zębniaka dla wszystkich przekładni stożkowych i hipoidalnych oprócz przekładni głównych w przemyśle samochodowym [2]

Postępowanie się tymi zaleceniami pozwoli mniej doświadczonym konstruktorom uniknąć dużych błędów w projektowaniu przekładni.

LITERATURA

1. Jaśkiewicz Z. Przekładnie stożkowe i hipoidalne. WKiŁ, Warszawa 1978.
2. ANSI/AGMA Standard: Design Manual for Bevel Gears. AGMA, Alexandria, Wirginia, 2005.
3. ANSI/AGMA Standard: Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel, Zerol Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth. AGMA, Alexandria, Wirginia, 2003.
4. Gleason-Bending stresses in bevel gear teeth. SD 3103 B. Gleason Works, Rochester N.Y. (USA).
5. Gleason- Surface Durability pitting formulas for bevel gear teeth. SD 4033 B. Gleason Works, Rochester, N.Y. (USA).