

# Sztywność statyczna precyzyjnego hydrostatycznego układu wrzecionowego szlifierki

Static stiffness of the precision hydrostatic grinding spindle

# **MAŁGORZATA SIKORA \***

W artykule przedstawiono wyniki analizy teoretycznej i badań doświadczalnych zespołu wrzecionowego szlifierki wcinającej do wałków. Analizowany układ wrzecionowy oparto o zespół łożysk hydrostatycznych: w przedniej podporze zastosowano zintegrowane łożysko poprzecznowzdłużne, natomiast w tylnej typowe łożysko poprzeczne. Wyznaczono promieniową sztywność statyczną układu dla różnych prędkości obrotowych i ciśnień zasilania.

# SŁOWA KLUCZOWE: szlifierka, łożysko hydrostatyczne, sztywność zespołu wrzecionowego

In the paper theoretical analysis and experimental research of the spindle unit of cylindrical grinder are presented. The spindle is equipped with hydrostatic bearings. In the front support the integrated angular (radial-axial) bearing was applied and in the back support – the radial one. Static stiffness radial of the spindle unit for different speeds and supply pressure was evaluated.

KEYWORDS: grinder, hydrostatic bearings, rigidity of spindle unit

## Wstęp

Duża sztywność jest podstawową właściwością, którą powinny cechować się zespoły wrzecionowe przeznaczone dla obrabiarek precyzyjnych szczególnie szlifierek. Decyduje ona o dokładności wymiarowo-kształtowej oraz o jakości powierzchni obrabianych. Sztywność układu wrzecionowego zależy od sztywności: samego wrzeciona, jego łożysk, korpusu wrzeciennika, luzów w połączeniach wrzeciona z łożyskami i łożysk z korpusem itd. [12].

Dużą sztywnością w zakresie małych obciążeń, charakterystycznych dla warunków pracy obrabiarek precyzyjnych cechują się łożyska hydrostatyczne. O ich sztywności decydują następujące czynniki:

• parametry geometryczne łożyska: średnica, długość,

DOI: 10.17814/mechanik.2015.8-9.390

szczeliny wypływowe, liczba komór, szerokość progów w komorach,

- parametry hydrauliczne układu zasilania: ciśnienie zasilania, wymiary dławików, lepkość oleju,
- prędkość obrotowa czopa [4].

Dzięki swoim zaletom, do których można zaliczyć między innymi dużą dokładność biegu wrzeciona oraz dobre tłumienie drgań, łożyska hydrostatyczne nieustannie znajdują zastosowanie w szczególnie wymagających aplikacjach [2]. Cechuje je również zdolność do przenoszenia bardzo dużych obciążeń statycznych i dynamicznych. Mogą także pracować przy bardzo małych (także zerowych) jak i bardzo dużych prędkościach obrotowych. Wymienione zalety łożysk hydrostatycznych zadecydowały o zastosowaniu ich dla wrzeciona ściernicy szlifierki kłowej poprzecznej wcinającej do wałków.

# Obiekt badań

Przedmiotem rozważań jest zespół wrzecionowy przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Wrzeciennik ściernicy szlifierki do wałków kłowej poprzecznej: PO - przedmiot obrabiany, SR - ściernica, W – wrzeciono, &P – łożysko przednie, &T – łożysko tylnie, SL – silnik, PP – przekładnia pasowa

<sup>\*</sup> dr inż. Małgorzata Sikora (malgorzata.sikora@p.lodz.pl)

Przedstawiony wrzeciennik ściernicy szlifierki kłowej wcinającej wyposażony jest w łożyska hydrostatyczne: przednie (od strony ściernicy) zintegrowane poprzeczno-wzdłużne walcowo-czołowe, tylne – typowe łożysko poprzeczne. Rozwiązanie takie umożliwiło uproszczenie konstrukcji zespołu wrzecionowego. Łożysko poprzeczno-wzdłużne pozwala także na mniejsze straty mocy w porównaniu z niezależnymi łożyskami poprzecznymi i wzdłużnymi, a ponadto charakteryzuje się mniejszym zapotrzebowaniem na czynnik roboczy, co umożliwia zastosowanie pompy zasilającej układ o mniejszej wydajności [5, 8, 11].

Główne wymiary wrzeciona i łożysk pokazano na rysunku 2. Wartości liczbowe charakterystycznych parametrów analizowanego zespołu podano w tabeli 1; wielkości związane z łożyskiem przednim oznaczono indeksem A, natomiast z łożyskiem tylnym indeksem B.



Rys. 2. Główne wymiary wrzeciona i łożysk hydrostatycznych

Tab. 1. Zestawienie wielkości charakterystycznych zespołu wrzecionowego

		Łożysko	
	WIEIKOSC	А	В
Łożyska poprzeczne	Średnica <i>D</i> [mm]	90	80
	Długość <i>L</i> [mm]	134	125
	Szczelina promieniowa h <sub>0</sub> [µm]	54	49
	Szerokość progów:		
	<ul> <li>wypływowych / [mm]</li> </ul>	4,0	4,0
	<ul> <li>międzykomorowych s [mm]</li> </ul>	12,	11,
	Liczba komór <i>k</i>	4	4
ko	Średnica kołnierza D <sub>/</sub> [mm]	116	
żysl ∦uż	Średnica komory D <sub>k</sub> [mm]	110	
Ł0; WZ(	Szczelina osiowa <i>h</i> <sub>0z</sub> [µm]	29	
Zespół	Rozstaw łożysk <i>b</i> [mm]	346	

Układ łożyskowy zasilano olejem L-HL 46 o stałym ciśnieniu  $p_{\rm s}$ , nastawianym zaworem przelewowym. Przed każdą z komór łożysk poprzecznych umieszczono dławik szczelinowy zapewniający przepływ laminarny. Na rysunku 3 pokazano konstrukcję zastosowanego dławika, a w tabeli 2 zestawiono wartości liczbowe charakterystycznych wymiarów. Tab. 2. Wielkości charakterystyczne dławików szczelinowych

Wielkość	Dławiki w łożysku			
WIEIKOSC	przednim A	tylnym B		
Średnica zewnętrzna dz [mm]	6,5			
Średnica wewnętrzna dw [mm]	2,0			
Wysokość szczeliny h <sub>d</sub> [µm]	120	109		

Rys. 3. Konstrukcja dławika szczelinowego (ze szczeliną czołową płaską)

#### Analiza i badania układu wrzeciono – łożyska

Sztywność statyczną wyznacza się określając stosunek przyrostu przykładanego zewnętrznego obciążenia do wywołanego w wyniku jego działania przemieszczenia. Siła obciążająca powinna być wywierana w taki sposób, aby jej punkt przyłożenia i kierunek działania był zgodny z rzeczywistym układem przy szlifowaniu [1, 3].

W ramach niniejszych rozważań skupiono się wyłącznie na sztywności promieniowej zespołu wrzecionowego ze względu na fakt iż analizowany wrzeciennik ściernicy był częścią szlifierki kłowej wcinającej.

Sztywność promieniową układu wrzecionowego określano dla dwóch osi *Ox* i *Oy* przestawionych kątowo względem wektora  $F_r$ . Kąt między osią *Ox* a kierunkiem siły  $F_r$  był równy  $\alpha = 45^{\circ}$  (rys. 5). W związku z tym można przyjąć, że wrzeciono obciążano dwoma składowymi, działającymi wzdłuż osi *Ox* (siła styczna) i *Oy* (siła odporowa). Wartości tych sił wynoszą odpowiednio:

$$F_{rx} = F_r \cdot \sin \alpha$$
  $F_{ry} = F_r \cdot \cos \alpha$  (1)

W dalszej części opracowania szczegółowej analizie poddano tylko sztywność i przemieszczenia w płaszczyźnie *Oyz.* Ze względu na analogię obciążeń i przemieszczeń, zależności podane dla płaszczyzny *Oyz* obowiązują także w płaszczyźnie *Oxz* po odpowiedniej modyfikacji zapisu np.  $W_{Ax}$ ,  $W_{Bx}$ ,  $F_{rx}$ ,  $x_{Mu}$ ,  $c_x$  zamiast  $W_{Ay}$ ,  $W_{By}$ ,  $F_{ry}$ ,  $y_{Mu}$ ,  $c_y$  itd.

Do wyznaczenia sztywności poprzecznej analizowanego zespołu wrzecionowego przyjęto model, w którym zewnętrzna siła promieniowa  $F_r$  przykładana jest do końcówki wrzeciona w odległości *a* od środka przedniego łożyska. W wyniku jej działania w łożyskach poprzecznych powstają siły obciążające je. Siły te są równe, co do wartości bezwzględnej reakcjom w łożyskach, lecz przeciwnie skierowane (rys. 4 – płaszczyzna *Oyz*). Wartości tych sił wyrażone są wzorami:

$$W_{Ay} = F_{ry} \cdot \left(1 + \frac{a}{b}\right) \qquad W_{By} = -F_{ry} \cdot \frac{a}{b}$$
 (2)

W przypadku, gdy zależności były różne dla obu łożysk poprzecznych stosowano indeksy: A – dla łożyska przedniego, B – dla tylnego. Jeśli odpowiednie zależności były dla obu łożysk jednakowe wówczas indeksy były pomijane. Przemieszczenia wrzeciona w płaszczyźnie *Oyz* wywołane działaniem siły  $F_{\gamma\gamma}$  pokazano na rysunku 4.



Rys. 4. Przemieszczenia wrzeciona w płaszczyźnie Oyz wywołane siłą  $F_{rv}$ 

Dla łożysk z dławikami stałymi, w przypadku gdy na czop działa tylko obciążenie statyczne zależności na przemieszczenie w łożysku określają poniższe wzory [6]:

$$y = \frac{K_{\rho}W_{y} - K_{\omega}W_{z}}{K_{\rho}^{2} + K_{\omega}^{2}} \qquad \qquad z = \frac{K_{\rho}W_{z} + K_{\omega}W_{y}}{K_{\rho}^{2} + K_{\omega}^{2}} \qquad (3)$$

gdzie:  $K_{\rho}$  – ciśnieniowy składnik sztywności [6,10]  $K_{\omega}$  - ruchowy składnik sztywności [6,10]

Równania (3) są wystarczająco dokładne dla następujących założeń i ograniczeń:

- olej jest cieczą newtonowską i nieściśliwą, a jego lepkość jest stała w obrębie łożyska,
- przepływ w dławikach i szczelinach łożyska jest laminarny,
- głębokość komór jest znacznie większa od wysokości szczelin na progach,
- spadki ciśnienia na progach wypływowych i międzykomorowych są prostoliniowe,
- przemieszczenia względne x i y mieszczą się w granicach [6]: -0,30 ≤ x/h<sub>0</sub> ≤ 0,30; -0,30 ≤ y/h<sub>0</sub> ≤ 0,30
- szerokości progów spełniają warunki: 0 < s ≤ 0,075πD; 0 < l ≤ 0,15 L.</li>

W punkcie pomiaru (pkt. M) całkowite przemieszczenie końcówki wrzeciona w płaszczyźnie działania siły  $F_{ry}$  jest sumą przemieszczeń wynikających z podatności łożysk i samego wrzeciona:

$$y_{Mu} = y_{Mt} + y_{Mw} \tag{4}$$

gdzie:  $y_{Mw}$  – przemieszczenie punktu M wynikające z podatności wrzeciona równe [6]:  $y_{Mw} = \lambda_M F_{ry}$ 

y<sub>M</sub> – przemieszczenie punktu M wynikające z podatności

łożysk określono z zależności: 
$$y_{M} = y_A \cdot \left(1 + \frac{a_M}{b}\right) - y_B \cdot \frac{a_M}{b}$$

Współczynnik  $\lambda_M$  ujmuje przemieszczenie punktu M wrzeciona, podpartego na doskonale sztywnych podporach, spowodowane działaniem siły skupionej, przyłożonej w punkcie określonym współrzędną *a.* Współczynnik  $\lambda_M$  jest wskaźnikiem podatności wrzeciona w miejscu przystawienia czujników. Uwzględniając rzeczywiste wymiary badanego wrzeciona, wartość  $\lambda_M$  określono metodą analityczną. Dla rozpatrywanego układu otrzymano  $\lambda_M = 5,85 \cdot 10^{-9}$  m/N.

Na podstawie (3) zależności na sztywność promieniową łożysk w przyjętych płaszczyznach Oxz i Oyz przyjmują postać [4]:

$$c_{x} = \frac{\Delta W_{x}}{\Delta x} = \frac{K_{\rho}^{2} + K_{\omega}^{2}}{K_{\rho} - K_{\omega}} \qquad c_{y} = \frac{\Delta W_{y}}{\Delta y} = \frac{K_{\rho}^{2} + K_{\omega}^{2}}{K_{\rho} + K_{\omega}} \qquad (5)$$

W punkcie pomiaru przemieszczenia (pkt. M) sztywność zespołu wrzecionowego w dowolnej płaszczyźnie określona jest zależnością [4, 7]:

$$c_{Mu} = \frac{1}{\frac{1}{c_{Mi}} + \frac{1}{c_{Mw}}}$$
(6)

gdzie: c<sub>Ml</sub> – sztywność w punkcie M wynikająca z podatności łożysk:

$$\boldsymbol{c}_{M} = \boldsymbol{c}_{A} \left[ \left( 1 + \frac{\boldsymbol{a}_{M}}{\boldsymbol{b}} \right)^{2} + \frac{\boldsymbol{c}_{A}}{\boldsymbol{c}_{B}} \left( \frac{\boldsymbol{a}_{M}}{\boldsymbol{b}} \right)^{2} \right]^{-1}$$

 $c_{\rm Mw}$ – sztywność w punkcie M wynikająca z podatności wrzeciona:  $c_{\rm Mw} = \lambda_{\rm M}^{-1}$ 

#### Badania doświadczalne

Schemat układu pomiarowego do wyznaczenia zależności przemieszczeń wrzeciona od obciążeń w kierunku promieniowym pokazano na rysunku 5.



Rys. 5. Schemat układu pomiarowego: 1 – różnicowe bezdotykowe czujniki pomiaru przemieszczeń, 2 – wzmacniacz, 3 – komputer

Obciążenie promieniowe  $F_r$  przykładano w odległości a = 170 mm od środka przedniego łożyska, natomiast czujniki bezdotykowe 1 znajdowały się w odległości  $a_M$  = 125 mm. Przemieszczenia w kierunku promieniowym wywołane siłą  $F_r$  mierzono w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach *Oxz* i *Oyz*. Układ pomiarowy składał się z dwóch kompletów bezdotykowych różnicowych czujników przemieszczenia 1, z których sygnał wzmocniony przez wzmacniacz Spider 2 rejestrowano na komputerze 3 z rozdzielczością 0,01µm.Wartość przykładanej siły określano za pomocą zestawu składającego się z tensometrycznego czujnika siły (zakres pomiarowy od 0 do 5 kN, klasa dokładności 0,05%) i miernika mikroprocesorowego (nieliniowość < 0,0015%).

Badania doświadczalne zespołu wrzecionowego przeprowadzono dla trzech prędkości obrotowych n: 0, 1000, 1500 obr/min i trzech wartości ciśnień zasilania ps: 1.0, 1.5 oraz 2,0 MPa. W celu określenia sztywności promieniowych zespołu wrzecionowego układ obciążano siłą promieniową Fr równą 200, 400 i 600 N. Wyznaczone charakterystyki sztywności układu wrzecionowego przedstawiono na rysunku 6 w formie wykresów słupkowych. Wyniki dotyczące badań eksperymentalnych oznaczono wypełnieniem pełnym, natomiast wyniki uzyskane na drodze teoretycznej deseniem ukośnych pasków. Należy zwrócić uwagę iż w przypadku rysunku 6a zastosowany mnożnik jest o rząd mniejszy aniżeli w przypadku rysunków 6b i 6c. Dodatkowo dla zwiększenia czytelności wykresów ujemne wartości sztywności w przypadku trzech wariantów dla płaszczyzny Oyz na wykresach naniesiono jako dodatnie z oznaczeniem symbolem  $\Theta$ .



Rys. 6. Sztywności układu wrzecionowego w punkcie M dla: a) n = 0 obr/min b) n = 1000 obr/min c) n = 1500 obr/min

Na podstawie przedstawionych wyników analizy teoretycznej oraz badań eksperymentalnych można stwierdzić, że dla wrzeciona nieruchomego sztywność układu jest w funkcją linową ciśnienia zasilania (rys. 6a). Potwierdzają to współczynniki korelacji R<sup>2</sup> dopasowania linii regresji, które dla wszystkich otrzymanych charakterystyk były nie mniejsze niż 0,995

W przypadku wrzeciona obracającego się znaczący wpływ na sztywność mają zachodzące w łożyskach zjawiska hydrodynamiczne, uwzględnione w zależności teoretycznej w ruchowym składniku sztywności  $K_{\omega}$  (wzór (3)).

Na rysunku 6b i 6c widoczny jest wpływ ciśnienia zasilania  $p_s$  i ruchu obrotowego na sztywność zespołu. Należy zwrócić uwagę na znacznie większy wpływ ruchu obrotowego na sztywność w osi *Oy* i znacznie mniejszy w osi *Ox*. Na szczególne podkreślenie zasługuje fakt, iż w przypadku wrzeciona obracającego się obniżenie ciśnienia zasilania z 2,0 MPa do 1,5 MPa prowadzi do wzrostu sztywności w kierunku *Oy*. Należy również nadmienić iż badany układ wrzecionowy charakteryzuje się znacząco większą sztywnością w płaszczyźnie *Oyz* aniżeli *Oxz*. Cecha ta jest niezmiernie korzystna gdyż jest to płaszczyzna działania siły odporowej szlifowania, a co za tym idzie decydująca o dokładności obrabiarki.

Do oceny zgodności wyników uzyskanych na drodze eksperymentalnej z wynikami obliczeń teoretycznych

określono różnice względne  $\delta_{cx}$  i  $\delta_{cy}$  sztywności:

$$\delta_c = \frac{c_d - c_t}{c_t} \cdot 100\% \tag{7}$$

Dla osi *Oy* znacząca większość przypadków charakteryzowała się różnicą względną około 20 %, jedynie dla ciśnienia zasilania 1,0 MPa oraz prędkości obrotowej 1000 i 1500 obr/min różnice względne były istotnie większe: 220% i 135%. Należy jednak nadmienić iż tak duże różnice względne skutkują przy obciążeniu 300 N różnicą przemieszczenia nie większą niż 0,9 µm. Natomiast dla osi *Ox* ponad połowa przypadków charakteryzuje się różnicą względną około 10%, zaś pozostałe warianty około 20%, co skutkuje maksymalną przemieszczenia w osi *Ox* dla obciążenia 100 N równą 0,4 µm.

### Podsumowanie

Uzyskane rezultaty badań potwierdziły zależności teoretyczne, iż dla wrzeciona nieruchomego zmiana sztywności jest funkcją liniową ciśnienia zasilania. Ciśnienie zasilania bezpośrednio wpływa na sztywność układu wrzecionowego, która rośnie wraz ze wzrostem ciśnienia. W obu badanych płaszczyznach promieniowych układ wykazał podobną sztywność.

W przypadku wrzeciona obracającego się ze względu na występujące zjawiska hydrodynamiczne sztywność promieniowych łożysk hydrostatycznych jest zależna od ciśnienia zasilania oraz prędkości obrotowej wrzeciona. Prędkość ta ma wyraźny wpływ na wartość oraz kierunek przemieszczenia. Ruch obrotowy wrzeciona skutkuje kilkunastokrotnym wzrostem sztywności układu w osi *Oy* (odporowej), co jest szczególnie wymagane w precyzyjnych układach wrzecionowych szlifierek. Niedocenienie tego wpływu może prowadzić do błędów w projektowaniu zespołów wrzecionowych z łożyskami hydrostatycznymi.

#### LITERATURA

- 1. Froncki W., Optymalizacja prowadnic hydrostatycznych zamkniętych. Hydraulika i Pneumatyka, nr 5, 2010.
- Kane N. R., Sihler J., Locum A.H.:A hydrostatic rotary bearing with angled surface self-compensation, Precision Engineering, 27, 2003.
- 3. Kwapisz L., Rafałowicz J.: Szlifierki. WNT Warszawa, 1976.
- Lewandowski D., Przybył R.: Sztywność zespołu wrzecionowego łożyskowanego hydrostatycznie, Mechanik, 5, 273-277, 1985.
- Przybył R.: Podstawowe problemy projektowania zespołów wrzecionowych wyposażonych w łożyska hydrostatyczne, Obróbka ścierna w technikach wytwarzania, Badania i aplikacje, (red. Dąbrowski L.), Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2005.
- Przybył R.: Poprzeczne łożyska hydrostatyczne w zespołach wrzecionowych obrabiarek, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, nr 921, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2003 (praca habilitacyjna).
- Przybył R.: Optymalizacja ciśnienia zasilania łożysk hydrostatycznych przeznaczonych dla wrzecion obrabiarek precyzyjnych, Politechnika Łódzka, Łódź, 1980 (praca doktorska).
- Rowe W.B.: Hydrostatic and Hybrid Bearing Design, London Butterworth, 1983.
- Sikora M., Przybył R.: Badania dławików stosowanych w łożyskach hydrostatycznych, Hydraulika i Pneumatyka 6, 2007.
- Sikora M.: "Właściwości poprzeczno-wzdłużnego łożyska hydrostatycznego". Tribologia teoria i praktyka, nr 2/2012.
- 11. Stansfield F.M.; Hydrostatic bearings for machine tools, Brighton, Machinery Publishing Co. Ltd. 1970
- 12. Wardle F.: Ultra-precision bearings. Woodhead publishing, 2015.