

Dr hab. inż. Włodzimierz MAKIEŁA, prof. PŚk;  
mgr inż. Damian GOGOLEWSKI (Politechnika Świętokrzyska):

## **OCENA ZMIENNOŚCI ZARYSÓW STEREOMETRII POWIERZCHNI W PROCESIE DEKOMPOZYCJI FALKOWEJ ZA POMOCĄ TESTU T2 HOTELLINGA**

### Streszczenie

Do analizy porównawczej warstwy wierzchniej części maszyn z powodzeniem można stosować testy statystyczne. W artykule zaprezentowano metodę wykorzystującą test T2 Hotellinga do porównywania zarysów stereometrii powierzchni otrzymanych w trakcie procesu dekompozycji i aproksymacji falkowej. Przedstawione wyniki badań i obliczeń dotyczą przykładowych powierzchni uzyskanych po frezowaniu czołowym czterech różnych rodzajów materiałów.

**Słowa kluczowe:** *chropowatość powierzchni, test T2 Hotellinga, analiza falkowa*

## **VARIABILITY EVALUATION OF SURFACE STEREOMETRY IN WAVELET DECOMPOSITION USING HOTELLING T2 TEST**

### Abstract

Comparative analysis of the surface layer of machine parts can be successfully carried out using statistical tests. The paper presents a method of comparing the surface stereometry created during wavelet decomposition and approximation using Hotelling's T2 test. The research results and calculations are presented in the examples for four types face milled materials.

**Keywords:** *surface roughness, Hotelling T2 test, wavelet analysis*

# **OCENA ZMIENNOŚCI ZARYSÓW STEREOMETRII POWIERZCHNI W PROCESIE DEKOMPOZYCJI FALKOWEJ ZA POMOCĄ TESTU T<sup>2</sup> HOTELLINGA**

Włodzimierz MAKIEŁA<sup>1</sup>, Damian GOGOLEWSKI<sup>1</sup>

## **1. WSTĘP**

Pomiar i analiza struktury geometrycznej powierzchni jest bardzo istotnym etapem podczas procesu produkcyjnego. Nie jest możliwe uzyskanie struktury jednorodnej na całej powierzchni, jest ona nieregularna, co może powodować niewielkie zmiany zachowania się mechanizmów podczas pracy części maszyn. Jest to kluczowa kwestia w przemyśle m.in. motoryzacyjnym [4]. Istnieje, zatem konieczność monitorowania zmian struktury warstwy wierzchniej na całej powierzchni części maszyn [3,6,8]. Do porównywania zarysów można stosować z powodzeniem wiele testów statystycznych. W pracach [1,2] zostały omówione testy służące do oceny zarysów 2D. Są to m.in. współczynnik korelacji Pearsona i Spearmana, funkcja korelacji wzajemnej, metoda porównywania parami czy eksperymentalny błąd metody. Autorzy uznali za celowe uzupełnienie powyższych testów o test T<sup>2</sup> Hotellinga służący do oceny porównawczej stereometrii dwóch powierzchni. W pracy została zaprezentowana istota metody oraz algorytm postępowania podczas porównywania zarysów nierówności powierzchni za pomocą testu T<sup>2</sup>.

## **2. KONCEPCJA PORÓWNYWANIA ZARYSÓW ZA POMOCĄ TESTU HOTELLINGA**

Test ten jest uogólnieniem statystyki t-studenta na przestrzeń wielowymiarową. Porównuje on wektory wartości przeciętnych w dwóch populacjach. Autorzy zastosowali test do porównywania zarysów nierówności powierzchni 3D wykonanych przy okre-

---

<sup>1</sup> Politechnika Świętokrzyska w Kielcach, Katedra Technologii Mechanicznej i Metrologii, Aleja Tyśiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, [wmakiela@tu.kielce.pl](mailto:wmakiela@tu.kielce.pl), [dgogolewski@tu.kielce.pl](mailto:dgogolewski@tu.kielce.pl)

ślonych parametrach obróbki oraz zarysów nierówności powierzchni na kolejnych etapach dekompozycji falkowej. W analizie porównuje się współczynniki opisujące dwie wybrane powierzchnie, a następnie ocenia czy powierzchnie w istotny sposób różnią się od siebie.

Aby można było przeprowadzić test  $T^2$  należy jednak pamiętać o pewnych założeniach testu. Założono zatem, iż obie populacje są niezależne. Kolejnym założeniem jest wielowymiarowa normalność rozkładu w obu populacjach. Ostatnie założenie odnosi się do homogeniczności macierzy kowariancji. Aby sprawdzić hipotezę zerową w stosunku do alternatywnej została wykorzystany test Bartletta [5,7].

Wartość statystyki  $L$  oblicza się ze wzoru (3)

$$L = c[(n_1 + n_2 - 2) \ln|S_p| - (n_1 - 1) \ln|\Sigma_1| - (n_2 - 1) \ln|\Sigma_2|] \quad (1)$$

gdzie:

$$c = 1 - \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)} \left[ \frac{1}{n_1 - 1} + \frac{1}{n_2 - 1} - \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \right] \quad (2)$$

$$S_p = \frac{(n_1 - 1)\Sigma_1 + (n_2 - 1)\Sigma_2}{n_1 + n_2 - 2} \quad (3)$$

Obliczona wartość statystyki  $L$  porównywana jest z wartością krytyczną rozkładu  $\chi^2$  na przyjętym poziomie istotności  $\alpha$ . Hipotezę zerową  $H_0$  należy odrzucić w przypadku, gdy otrzymana wartość jest większa od wartości krytycznej.

$$L > \chi^2_{\frac{p(p+1)}{2}, \alpha} \quad (4)$$

W wyniku pomiaru powierzchni otrzymano zbiór punktów pomiarowych rozmieszczonych na powierzchni w postaci regularnej siatki punktów ( $n_1 \times p$ ). Każdy ciąg punktów znajdujących się na jednej prostej potraktowano jako jeden profil powierzchni, a następnie została przeprowadzona następująca procedura.

Dla każdego z profili należy obliczyć wartość średnią

$$\bar{x} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_i \quad (5)$$

oraz utworzyć macierz kowariancji

$$\Sigma_1 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^T = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} \begin{pmatrix} x_1 - \bar{x} \\ x_2 - \bar{x} \\ \dots \\ x_{n_1} - \bar{x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots, x_{n_1} - \bar{x} \end{pmatrix} = \quad (6)$$

$$= \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} \begin{pmatrix} (x_1 - \bar{x})^2 & (x_1 - \bar{x})(x_2 - \bar{x}) & \dots & (x_1 - \bar{x})(x_{n_1} - \bar{x}) \\ (x_2 - \bar{x})(x_1 - \bar{x}) & (x_2 - \bar{x})^2 & \dots & (x_2 - \bar{x})(x_{n_1} - \bar{x}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (x_{n_1} - \bar{x})(x_1 - \bar{x}) & (x_{n_1} - \bar{x})(x_2 - \bar{x}) & \dots & (x_{n_1} - \bar{x})^2 \end{pmatrix}$$

Analogiczne obliczenia zostały wykonane dla drugiej powierzchni ( $n_2xp$ )

$$\bar{y} = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} y_i \quad (7)$$

$$\Sigma_2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^T \quad (8)$$

Jeśli macierze kowariancji są homogeniczne statystyka  $T^2$  Hotellinga ma postać

$$T^2 = (\bar{x} - \bar{y})^T V^{-1} (\bar{x} - \bar{y}) \quad (9)$$

gdzie

$$V = \frac{\Sigma_1(n_1 - 1) + \Sigma_2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2} \quad (10)$$

w przeciwnym przypadku należy zmodyfikować wartość  $V$  przyjmując

$$V = \frac{\Sigma_1}{n_1} + \frac{\Sigma_2}{n_2} \quad (11)$$

Ostatnim etapem jest podjęcie decyzji czy obie analizowane powierzchnie są w istotny sposób różne od siebie. Korzystając ze wzoru (14) należy przekształcić statystykę  $T^2$  na rozkład Snedecora

$$F = \frac{n_1 + n_2 - p - 1}{p(n_1 + n_2 - 2)} T^2 \sim F_{p, n_1 + n_2 - p - 1} \quad (12)$$

Otrzymaną wartość należy porównać z wartością krytyczną. Gdy obliczona wartość jest większa od wartości krytycznej na przyjętym poziomie istotności należy stwierdzić, iż powierzchnie w istotny sposób różnią się od siebie.

$$F > F_{p, n_1 + n_2 - p - 1, \alpha} \quad (13)$$

### 3. WYNIKI OBLICZEŃ

Analizie poddane zostały powierzchnie z trzech rodzajów stali: C45, NC6, WCL oraz z mosiądzu MO58. Dla każdego materiału został przeprowadzony proces frezowania czołowego przy zadanych parametrach obróbki: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm, prędkość skrawania  $v_c=300$  m/min oraz posuw na ostrze w zakresie od  $f_z=0,02$  mm/ostrze do  $f_z=0,22$  mm/ostrze.

Każda powierzchnia została analizowana za pomocą czternastu falek bazowych: *db1, db5, db8, db12, db18, coif2, coif3, coif4, coif5, sym2, sym4, sym10, bior2.4, bior4.4*. Dla powierzchni otrzymywanych na kolejnych poziomach dekompozycji zostały wyliczone wartości następujących parametrów chropowatości powierzchni: *Sq*- średnie kwadratowe odchylenie powierzchni, *Sa*- średnie arytmetyczne odchylenie powierzchni. A następnie określona została względna zmiana wartości parametru na kolejnych poziomach dekompozycji wg. wzoru (14):

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} 100\% \quad (14)$$

$\Delta x$ - bezwzględna wartości różnicy wartości rzeczywistej i otrzymanej na danym poziomie dekompozycji, liczona dla każdego parametru

$x$ - wartość rzeczywista, obliczona dla powierzchni wejściowej.

Uznano, iż dekompozycja może być prowadzona do momentu, aż względna zmiana wartości parametru nie przekroczy 10%.

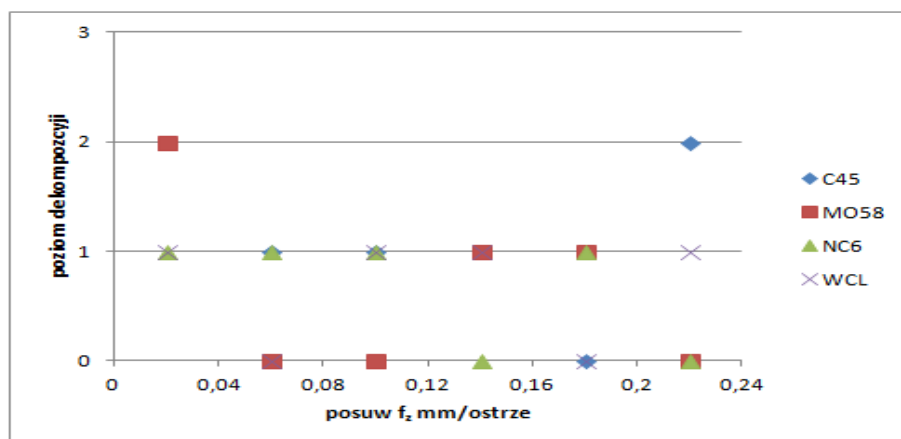
Przeprowadzone obliczenia statystyki T2 Hotellinga, na przyjętym poziomie istotności  $\alpha=0,1$ , miały na celu określenie stopnia podobieństwa współczynników opisujących powierzchnię wejściową oraz współczynników opisujące powierzchnię na kolejnych poziomach dekompozycji. Na tej podstawie podjęto decyzje, na którym poziomie dekompozycji powierzchnia po dekompozycji w istotny sposób różni się od powierzchni zmierzonej.

Obliczenia porównawcze obu metod zostały wykonane dla ww. czternastu falek. Dla wybranych trzech falek bazowych wyniki obliczeń maksymalnego poziomu dekompozycji w funkcji względnej zmiany wartości wybranych parametru chropowatości powierzchni oraz statystyki Hotellinga zostały zamieszczone w tabelach 1-3. W celu lepszej wizualizacji otrzymanych wyników zostały również sporządzone ry-

sunki 1-3. Tabela 1 oraz rysunek 1 przedstawiają otrzymane wyniki dla falki bazowej *dbl*.

Tab. 1. Wyniki obliczeń poziomu dekompozycji dla falek bazowych *dbl* w zależności od rodzaju materiału oraz posuwu na ostrze

db1		$f_z$ , mm/ostrze											
		0,02		0,06		0,1		0,14		0,18		0,22	
		T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa
poziom dekom- pozycji	C45	3	2,2	1	2,2	1	2,2	1	3,2	0	3,3	2	2,2
	MO58	2	3,3	0	3,3	0	3,3	1	4,4	1	4,4	0	5,5
	NC6	1	1,1	3	1,1	1	1,1	0	1,1	2	1,1	0	1,2
	WCL	2	1,1	0	1,1	1	1,1	1	1,1	0	1,2	1	1,2

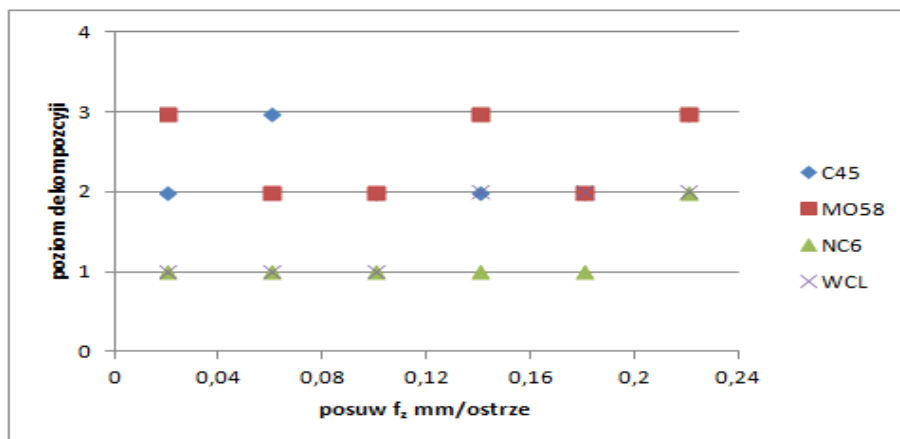


Rys. 1. Wyniki obliczeń poziomu dekompozycji dla falek bazowych *dbl* w zależności od rodzaju materiału oraz posuwu na ostrze

Analogiczne tabele oraz rysunki przedstawiające wyniki obliczeń maksymalnego poziomu dekompozycji w zależności od rodzaju materiału oraz posuwu na ostrze zostały również sporządzone dla falek *coif2* oraz *bior4.4*. Tabela 2 oraz rysunek 2 przedstawiają wyniki dla falki bazowej *coif2*.

Tab. 2. Wyniki obliczeń poziomu dekompozycji dla fałek bazowych *coif2* w zależności od rodzaju materiału oraz posuwu na ostrze

coif2		$f_z$ , mm/ostrze											
		0,02		0,06		0,1		0,14		0,18		0,22	
		T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa
poziom dekompozycji	C45	4	2,2	3	3,3	2	3,3	2	3,3	2	4,3	3	3,3
	MO58	3	4,3	2	4,4	2	3,3	3	5,5	2	4,5	3	5,5
	NC6	2	1,2	3	1,2	2	1,1	2	1,2	3	1,2	2	2,2
	WCL	3	1,1	2	1,1	2	1,1	2	2,2	2	2,2	3	2,2

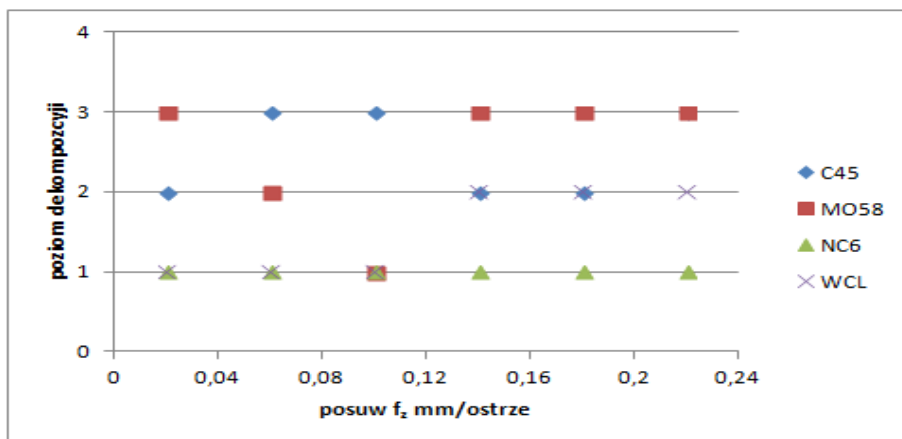


Rys. 2. Wyniki obliczeń poziomu dekompozycji dla fałek bazowych *coif2* w zależności od rodzaju materiału oraz posuwu na ostrze

Natomiast wyniki obliczeń dla falki bazowej *bior4.4* zebrano w tabeli 3 oraz przedstawiono na rysunku 3.

Tab. 3. Wyniki obliczeń poziomu dekompozycji dla fałek bazowych *bior4.4* w zależności od rodzaju materiału oraz posuwu na ostrze

bior4.4		$f_z$ , mm/ostrze											
		0,02		0,06		0,1		0,14		0,18		0,22	
		T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa	T2	Sq,Sa
poziom dekompozycji	C45	4	2,2	3	3,3	3	3,3	2	3,3	2	3,3	3	3,3
	MO58	3	4,3	2	4,4	1	3,3	3	4,5	3	4,5	3	5,5
	NC6	2	1,2	3	1,2	2	1,1	2	1,2	3	1,2	2	1,2
	WCL	3	1,1	2	1,1	2	1,1	2	2,2	2	2,2	3	2,2



Rys.3. Wyniki obliczeń poziomu dekompozycji dla falek bazowych *bior4.4* w zależności od rodzaju materiału oraz posuwu na ostrze

#### 4. WNIOSKI

Przeprowadzone obliczenia numeryczne potwierdziły, iż istotną kwestią jest odpowiedni dobór falki matki, którą będzie analizowany sygnał. W zależności od stosowanej w analizie falki bazowej, wartości współczynników opisujących powierzchnie na kolejnych poziomach dekompozycji w coraz większym stopniu różnią się od siebie. Zatem również wartości wybranych parametrów chropowatości powierzchni ulegały zmianie z różną intensywnością.

Do analizy porównawczej powierzchni zastosowano test T2 Hotellinga. Na przyjętym poziomie istotności, porównywano parami powierzchnię wejściową oraz powierzchnie na kolejnych poziomach dekompozycji.

Maksymalny poziom dekompozycji, do którego można prowadzić analizę zależy m.in. do użytej w analizie falki matki, rodzaju materiału oraz parametrów obróbki.

Analizując otrzymane wyniki dla stali C45 należy stwierdzić, iż wraz ze wzrostem posuwu na ostrze, dla wszystkich analizowanych falek matek, maksymalny poziom dekompozycji wykazywał trend rosnący. Wyjątek stanowi jedynie falka *db1*, dla której otrzymane wyniki wraz ze wzrostem posuwu wykazują się trendem spadkowym, oraz *sym2*, gdzie poziom dekompozycji posiada trend poziomy.

Analogiczne wyniki zostały otrzymane dla mosiądzu MO58. Wraz ze wzrostem posuwu trend poziomu dekompozycji jest rosnący lub poziomy, jedynie dla falek *db1*, *sym2* jest spadkowy. Dla pozostałych dwóch rodzajów stali, maksymalny poziom dekompozycji w funkcji posuwu na ostrze posiada trend rosnący lub poziomy dla stali WCL dla wszystkich badanych falek. Natomiast dla stali NC6 jedynie dla falek *db1*, *db12*, *db18*, *sym10* został zanotowany trend spadkowy.



Analiza falkowa stanowi nowe narzędzie wykorzystywane w analizie sygnałów pomiarowych. Możliwość analizy sygnałów niestacjonarnych, nieokresowych stanowi o niewątpliwiej przewadze w porównaniu z klasycznymi obecnie stosowanymi narzędziami m.in. analizą Fouriera. Przeprowadzone badania wykazały, iż transformata falkowa jest przydatnym narzędziem w analizie struktury geometrycznej powierzchni frezowanych czołowo. Otrzymane wyniki względnej zmiany wartości parametrów na kolejnych poziomach dekompozycji oraz wartości statystyki Hotellinga osiągnęły dla większości fałek bazowych podobne wartości. Powstałe różnice mogą być spowodowane miejscowymi ubytkami materiału, które w trakcie procesu dekompozycji zostają wygładzone, natomiast w istotny sposób zmieniają charakter powierzchni wejściowej.

Na kolejnych poziomach dekompozycji następuje usunięcie coraz większej liczby współczynników, które w istotny sposób nie określają charakteru sygnału. Przeprowadzenie takiej analizy powoduje odsumienie zmierzonego sygnału. Dla większości fałek bazowych otrzymano bardzo podobne wyniki. W zależności od materiału oraz posuwu na ostrze poziom dekompozycji osiągał wartości z przedziału od 1 do 3. Wyjątek stanowi jedynie falka *db1*, która jest najstarszą opracowaną falką matką. Za pomocą tej falki w szczególnych przypadkach nie powinna być prowadzona analiza stereometrii powierzchni.

#### LITERATURA

- [1] ADAMCZAK S., KMIECIK-SOŁTYSIAK U. *Koncepcja zastosowania metody porównywania parami wykorzystującej ważoną relację przewyższenia do porównywania zarysów okrągłości*. Mechanik, 2014, Vol. 8/9, 156-161
- [2] ADAMCZAK S., MAKIEŁA W. *Koncepcja statystycznego porównywania przyrządów pomiarowych*. Sympozjum Klubu POLSKIE ISO 9000, Kielce - Ameliówka, 2003, 201-212
- [3] ADAMCZAK S., ZMARZŁY P., JANECKI D. *Theoretical and practical investigations of V-block waviness measurement of cylindrical parts*. Metrology and Measurement System, w druku
- [4] BĄKOWSKI A., RADZISZEWSKI L., *Determining selected diesel engine combustion descriptors based on analysis of the coefficient of variation of in-chamber pressure*, Bulletin of The Polish Academy of Sciences Technical Sciences, 2015, Vol. 63, No. 2, 457- 464
- [5] JOHNSON RA., WICHERN DW. *Applied multivariate statistical analysis*. 6th New York, Prentice Hall, 2007
- [6] NOWAKOWSKI Ł., MIKO E., MAJ P. *Analiza procesu frezowania stali NC6*. Mechanik, 2015, Vol. 3, 30-35
- [7] RATHBUN S., WIESNER A., BASU S. *STAT 505: Applied Multivariate Statistical Analysis*. The Pennsylvania State University, 2007
- [8] STĘPIEŃ K. *Research on a surface texture analysis by digital signal processing method*. Tehnicki Vjesnik – Technical Gazette, 2014, Vol. 21/3, 485-493