

Analiza eksperymentalna i numeryczna zjawiska rezonansu parametrycznego w przesiewaczu wibracyjnym

Results of tests and numerical analysis on parametric resonance phenomena in vibrating screen

ŁUKASZ BĄK
STANISŁAW NOGA
FELIKS STACHOWICZ*

DOI: 10.17814/mechanik.2016.3.22

Artykuł z XIII Forum Inżynierskiego ProCAx 2015

Przedstawiono metodykę i wyniki badań eksperymentalnych oraz obliczeń numerycznych dotyczących pracy przesiewacza wibracyjnego z sitem drgającym w warunkach rezonansu parametrycznego. Określono wpływ siły naciągu na częstotliwość i amplitudę drgań parametrycznych sita.

SŁOWA KLUCZOWE: przesiewacz wibracyjny, rezonans parametryczny, drgania własne

Discussed in this paper are the test methods and numerical studies on the vibrating screen operation in parametric resonance conditions. Also the effect of tension force on the sieve vibration frequency and amplitude is determined.

KEYWORDS: vibrating screen, parametric resonance, natural frequencies

Urządzenia wykorzystujące tzw. zjawisko wibrouderzeniowe, np. przesiewacze oraz maszyny wiertarskie i tnące, często są projektowane do pracy w warunkach rezonansu [3]. Umożliwia to uzyskanie największego strumienia energii od wzbudnika do elementu drgającego i tym samym – dużej amplitudy drgań przy relatywnie niskiej intensywności wzbudzenia. Rezonans parametryczny jest stanem niestabilności układu drgającego, wywołanym okresową zmianą parametrów układu. Przykładem może być okresowa zmiana długości wahadła bądź zmienna siła rozciągająca belkę, płytę lub elastyczne sito [4, 5].

Zagadnienia dotyczące rezonansu parametrycznego w układach mechanicznych analizowano w pracach [1+3, 8]. To zjawisko jest znane już od XIX w. Pierwsze jego opisy matematyczne, opracowane przez Hilla oraz Mathieu, stanowią fundamentalną teorię drgań struktur smukłych (tzw. równania Hilla i Mathieu [1, 2, 4, 5]). Rezonans parametryczny w konstrukcjach urządzeń zazwyczaj jest niepożądanym zjawiskiem (dotyczy to np. współpracy kół zębatych czy konstrukcji smukłych) [5], jednak w niektórych przypadkach pozwala na zwiększenie wydajności danego procesu. Przykładem są procesy przesiewania i transportu kruszywa, realizowane przez maszyny wibracyjne [6, 7].

W niniejszym artykule omówiono badania dotyczące drgań układu przesiewającego w przesiewaczu z sitem drgającym w warunkach rezonansu parametrycznego [7]. Przedstawiono wyniki eksperymentu oraz symulacji numerycznych przesiewacza laboratoryjnego. Celem tych badań było określenie częstotliwości drgań własnych sita oraz częstotliwości zmiany parametru układu (częstotliwości wymuszenia) w funkcji siły naciągu sita.

Metodyka badań

Badania eksperymentalne przeprowadzono na laboratoryjnym przesiewaczu, przy czym zastosowano płytę pełną (bez otworów). Szczegółowy opis urządzenia wraz z oprzyrządowaniem zamieszczono w pracy [7]. Płyta została wykonana z blachy ze stali sprężynowej 1.8159. Zamocowano ją pomiędzy dwoma belkami z dodatkowymi podkładkami gumowymi, zastosowanymi w celu zmniejszenia koncentracji naprężeń gniazdnych.

Do wstępnego oszacowania siły naciągu płyty wykorzystano równanie na siłę naciągu struny:

$$F_t = 4f^2 l^2 P \rho$$

gdzie: F_t – siła naciągu, f – częstotliwość drgań, l – długość struny (szerokość płyty), P – pole przekroju poprzecznego struny (płyty), ρ – gęstość materiału.

Tę zależność zaproponował konstruktor pierwszego przesiewacza PR (tj. wykorzystującego zjawisko rezonansu parametrycznego) [8] i miała ona służyć do wstępnego określenia siły naciągu sita, koniecznej do wywołania jego drgań własnych o częstotliwości 25 Hz. Przy tej wartości częstotliwości drgań proces przesiewania jest najbardziej efektywny.

Wartość siły wymuszającej ustalono na poziomie 50% wartości nominalnej równej 2972 N, która jest osiągnięta przy prędkości obrotowej wynoszącej 2950 obr/min. Biorąc pod uwagę stosowaną podczas badań zmienną prędkość obrotową niewyważonych mas, obliczono wielkość siły wymuszającej dla każdego przypadku. Prędkość obrotowa odczytywana z czujnika laserowego została zamieniona na częstotliwość wymuszenia (częstotliwość zmiany parametru układu). Pomiar częstotliwości i amplitudy drgań realizowano z wykorzystaniem piezoelektrycznych czujników przyspieszenia marki PCB, o zakresie pomiarowym ± 1000 g.

Modelowanie numeryczne

Model numeryczny stanowi uproszczony zespół przesiewający laboratoryjnego przesiewacza PR. Zamodelowano jedynie gumowe podkładki, pomiędzy którymi umieszczono płytę. Między stykającymi się powierzchniami podkładek i płyty zdefiniowano kontakt typu *bonded*. W celu zrównoważenia masy belek i masy wibratorów elektrycznych zwiększono gęstość materiału podkładek. Układ przesiewający zamocowano za pomocą sprężyn w dwóch kierunkach – wzdłużnym i poprzecznym.

Model numeryczny składał się z elementów skończonych: sześciociennych 20-węzłowych oraz pięciociennych 15-węzłowych. Dla każdej wartości siły naciągu przeprowadzono analizę modalną w celu określenia częstotliwości drgań własnych płyty. Następnie w programie Ansys Workbench wykonano analizę czasową typu *transient*.

Wyniki badań i symulacji numerycznych

Wyniki analizy drgań płyty przedstawiono w tablicy. Pierwsze drgania płyty w warunkach rezonansu parametrycznego zaobserwowano, gdy stosunek częstotliwości drgań własnych płyty do częstotliwości zmiany parametru układu

* Mgr inż. Łukasz Bąk (lbak@prz.edu.pl), dr inż. Stanisław Noga (noga@prz.edu.pl), prof. dr hab. inż. Feliks Stachowicz (stafel@prz.edu.pl) – Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej

(ω_0/p) był równy 0,6 dla wszystkich analizowanych przypadków siły naciągu. Zgodnie z przewidywaniami wzrostowi siły naciągu towarzyszył wzrost częstotliwości drgań własnych płyty (rys. 1). Gdy porówna się wyniki dotyczące wpływu siły naciągu płyty na częstotliwość jej drgań własnych – otrzymane metodami obliczeń wstępnych, eksperymentu i symulacji numerycznych – widać, że wartości eksperymentalne i numeryczne są zbliżone. Jednocześnie zaobserwowano duże rozbieżności pomiędzy wynikami obliczeń wstępnych siły naciągu a wynikami eksperymentalnymi i numerycznymi. Równanie siły naciągu struny nie może być zatem stosowane nawet do wstępnych oszacowań.

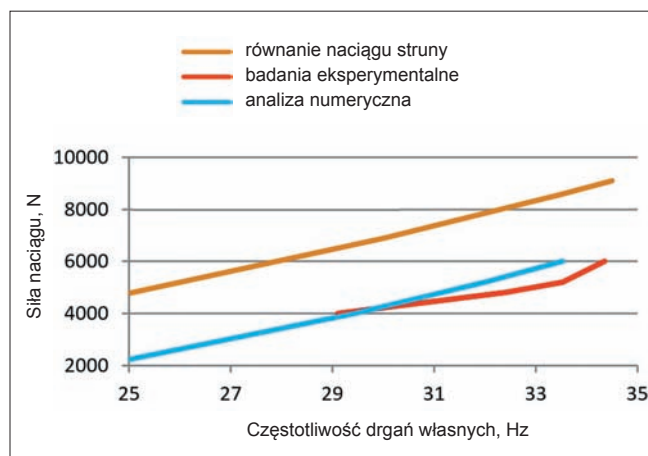
Zwiększanie prędkości obrotowej wibratorów wywołało drugi przypadek drgań parametrycznych płyty. Rezonans pa-

rametryczny wystąpił dla współczynnika $\omega_0/p = 0,5$. Zjawisko to obserwowano jedynie przy sile naciągu równej 4000 N, co wynikało z ograniczonych możliwości zwiększania częstotliwości wymuszenia na wibratorach elektrycznych. Na podstawie analizy charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych ustalono częstotliwości rezonansowe płyty (rys. 2).

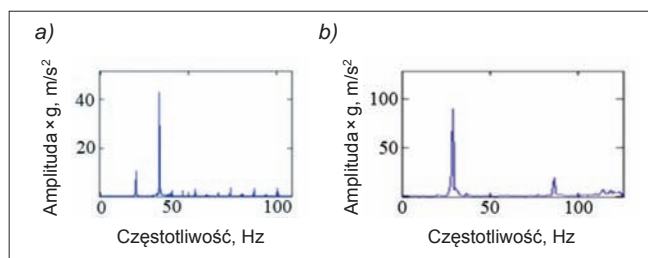
Na wykresie sporządzonym dla $\omega_0/p = 0,6$ można zlokalizować pik odpowiadający częstotliwości równej ok. 20 Hz (rys. 2a). Jest to efekt wystąpienia drgań skrętnych belek, co potwierdzono przez analizę filmu z szybkiej kamery. Drgania skrętne silnie zaburzają ruch płyty i tym samym poprawną pracę przesiewacza. Dla drugiego rezonansu parametrycznego płyty ($\omega_0/p = 0,5$) dodatkowe drgania w pobliżu częstotliwości rezonansowej nie występują (rys. 2b). Dalsze wibracje przy wyższych częstotliwościach nie mają istotnego wpływu na drgania parametryczne płyty i stabilność pracy urządzenia. Znaczące różnice między pierwszym i drugim rezonansem parametrycznym można zaobserwować, biorąc pod uwagę amplitudę drgań. W przypadku badań eksperymentalnych dla współczynnika $\omega_0/p = 0,6$ jest ona niemal dwukrotnie mniejsza niż dla $\omega_0/p = 0,5$ (rys. 2). Różnice w wartościach amplitudy drgań dla tych samych wartości współczynników ω_0/p wystąpiły również w analizach numerycznych. Wartość amplitudy drgań płyty dla $\omega_0/p = 0,6$ jest o ok. 40% mniejsza niż dla $\omega_0/p = 0,5$. Zarówno w badaniach eksperymentalnych, jak i obliczeniach numerycznych największa amplituda drgań pojawia się dla $\omega_0/p = 0,5$. Ważnym elementem, który należy wziąć pod uwagę oprócz wartości amplitudy, jest również postać drgań płyty. Zarówno w badaniach eksperymentalnych, jak i analizie numerycznej obserwowano pierwszą postać drgań płyty (rys. 3).

TABLICA. Częstotliwości drgań rezonansowych płyty

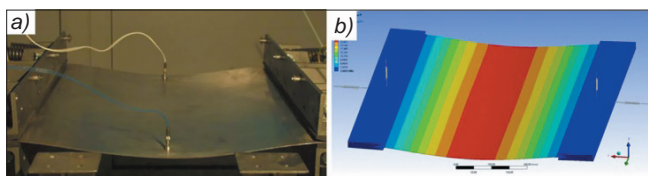
Siła naciągu, N	Częstotliwość drgań własnych, Hz	Współczynnik ω_0/p
4000	29,1	0,589 0,503
4800	32,4	0,610
5200	33,5	0,615
6000	34,35	0,618



Rys. 1. Wpływ siły naciągu na częstotliwość drgań własnych płyty



Rys. 2. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe dla siły naciągu 4000 N: a) $\omega_0/p = 0,6$; b) $\omega_0/p = 0,5$



Rys. 3. Postacie drgań własnych płyty dla siły naciągu 4000 N i współczynnika $\omega_0/p = 0,5$: a) badania eksperymentalne, b) analiza numeryczna

Wnioski

W badaniach określono częstotliwości drgań własnych płyty oraz częstotliwości zmiany parametru układu w funkcji siły naciągu siła, dla których występuje zjawisko rezonansu parametrycznego. Wartość częstotliwości drgań własnych płyty rośnie wraz ze wzrostem siły naciągu płyty.

Drgania płyty w warunkach rezonansu parametrycznego występują dla dwóch wartości współczynnika ω_0/p : 0,5 oraz 0,6. Drgania płyty przy $\omega_0/p = 0,6$ charakteryzują się stosunkowo niewielką amplitudą. Duża amplituda drgań skrętnych belek mocujących o częstotliwości ok. 20 Hz powoduje zaburzenia pracy urządzenia. Zastosowanie częstotliwości wymuszenia dwukrotnie większej od częstotliwości drgań własnych płyty skutkuje uzyskaniem największej amplitudy drgań, co zostało potwierdzone wynikami analizy numerycznej.

Praca została zrealizowana w ramach projektu 7th FP PEOPLE PROGRAMME Marie Curie Industry-Academia Partnerships and Pathways – PARM-2, grant nr 284544.

LITERATURA

- de Silva C. "Vibration and shock handbook". Boca Raton: Taylor & Francis, 2005.
- Kaliski S. "Drgania i fale w ciałach stałych". Warszawa: IPPT PAN, 1996.
- Michalczyk J. "Maszyny wibracyjne, obliczenia dynamiczne, drgania, hałas". Warszawa: WNT, 1995.
- Parszewski Z. "Drgania i dynamika maszyn". Warszawa: WNT, 1982.
- Virgin L.N. "Vibration of axially loaded structures". Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- Bąk Ł., Noga S., Skrzat A., Stachowicz F. "Dynamic analysis of vibrating screener system". *Journal of Physics: Conference Series*. 451 (2013), 012028.
- Bąk Ł., Noga S., Stachowicz F. "The experimental investigation of the screen operation in parametric resonance conditions". *Acta Mechanica et Automatica*. Vol. 9, No. 4 (2015): pp. 192-194.
- Slepyan L.I., Slepyan V.I. "Coupled mode parametric resonance in a vibrating screen model". *Mechanical Systems and Signal Processing*. 43 (2014): pp. 295-304.