Zadanie proste i odwrotne w skaterometrii nierówności powierzchni

Direct and inverse problems in scatterometry of rough surfaces

CZESŁAW ŁUKIANOWICZ *

DOI: 10.17814/mechanik.2016.11.460

Przedstawiono dwa podstawowe problemy związane z zastosowaniem w pomiarach nierówności powierzchni zjawiska rozpraszania światła. Przybliżono ideę rozwiązania zadania odwrotnego w pomiarach wykorzystujących optyczne przekształcenie Fouriera.
SŁOWA KLUCZOWE: zadanie proste, zadanie odwrotne, rozpraszanie światła, powierzchnie nierówne

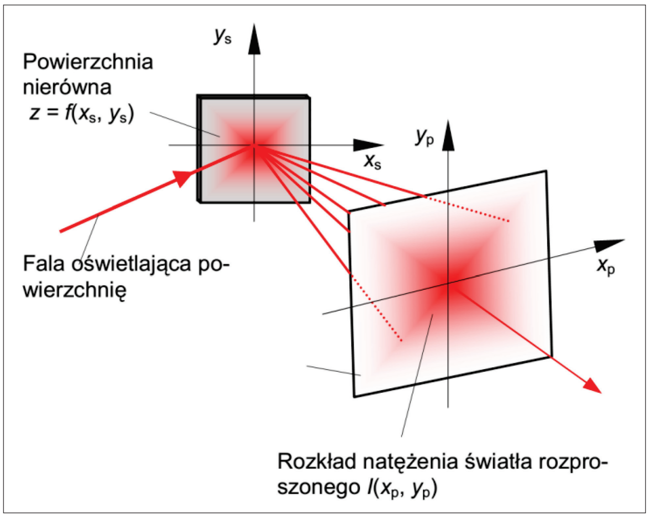
Two major problems associated with the use phenomenon of light scattering for the measurement of surface roughness are outlined briefly. Idea solve the inverse problem in the measurements using optical Fourier transform is shown.
KEYWORDS: direct problem, inverse problem, light scattering, rough surfaces

W pomiarach i ocenie nierówności powierzchni coraz częściej stosowane są metody optyczne [1]. W niektórych z nich wykorzystuje się zjawiska rozpraszania światła przez powierzchnie nierówne. Zbiór takich metod oraz technik oceny i pomiaru nierówności powierzchni jest niekiedy określany terminem *scatterometry of rough surfaces* [2, 3]. Zastosowanie skaterometrii nierówności powierzchni umożliwia szybki i bezstykowy pomiar nierówności oraz ocenę nierówności powierzchni podczas ruchu przedmiotu mierzonego. Idea skaterometrycznych metod oceny nierówności powierzchni polega na wnioskowaniu o strukturze geometrycznej powierzchni rozpraszającej światło na podstawie rozkładu pola elektromagnetycznego rozproszonej fali świetlnej. W tym celu konieczne jest przeanalizowanie procesu odwzorowania pola fali świetlnej na powierzchni rozpraszającej w rozkład pola na innej powierzchni, na której dokonuje się pomiarów i analizy fali rozproszonej.

Sformułowanie zadania prostego i zadania odwrotnego

Analizując proces odwzorowania optycznego z punktu widzenia skatereometrii powierzchni, można sformułować dwa podstawowe problemy: zadanie proste oraz zadanie odwrotne. Zadanie proste polega na wyznaczeniu pola rozproszonego przez powierzchnię nierówną – np. rozkładu natężenia światła $I(x_p, y_p)$ – na podstawie wartości funkcji $z = f(x_s, y_s)$, opisującej ukształtowanie nierówności w oświetlonym obszarze powierzchni, co pokazano na rys. 1. Często zakłada się przy tym, że powierzchnia, w poszczególnych punktach, ma określone właściwości optyczne oraz że znany jest sposób jej oświetlenia. Zadanie odwrotne, przy tych założeniach, sprowadza się do wyznaczenia funkcji $f(x_s, y_s)$ opisującej nierówności powierzchni na podstawie zmierzonych wartości pola rozproszonego przez powierzchnię, np. rozkładu natężenia światła $I(x_p, y_p)$.

Rozwiązanie zadania prostego może być uzyskane jedynie wtedy, gdy zjawisko odbicia fali świetlnej od po-



Rys. 1. Schematyczne przedstawienie rozpraszania światła przez powierzchnię nierówną

wierzchni nierównej i proces propagacji fali odbitej są opisane wystarczająco dokładnym modelem matematycznym. Taką rolę mogą spełniać modele oparte na teorii dyfrakcji, pozwalające rozwiązywać zadanie proste w stosunkowo nieskomplikowanych przypadkach, np. takich jak niektóre powierzchnie okresowe. Gdy zadanie proste dotyczy powierzchni losowych, na ogół ulega modyfikacji samo sformułowanie tego zadania. W tym przypadku istotą zadania prostego jest zazwyczaj wyznaczenie nieznanych statystycznych cech pola rozproszonego przez powierzchnię na podstawie znanych statystycznych charakterystyk funkcji losowej, opisującej ukształtowanie nierówności powierzchni.

Rozwiązanie zadania odwrotnego jest ważne z punktu widzenia metrologii, jest bowiem podstawą do opracowania pośrednich metod oceny i pomiaru struktury geometrycznej powierzchni [4]. Zadania odwrotne – spotykane zarówno w optyce [5, 6], jak w metrologii [7, 8] – są niekiedy źle uwarunkowane. Wymagają one wówczas analizy dotyczącej istnienia rozwiązań oraz ich jednoznaczności i stabilności.

Idea rozwiązania zadania odwrotnego

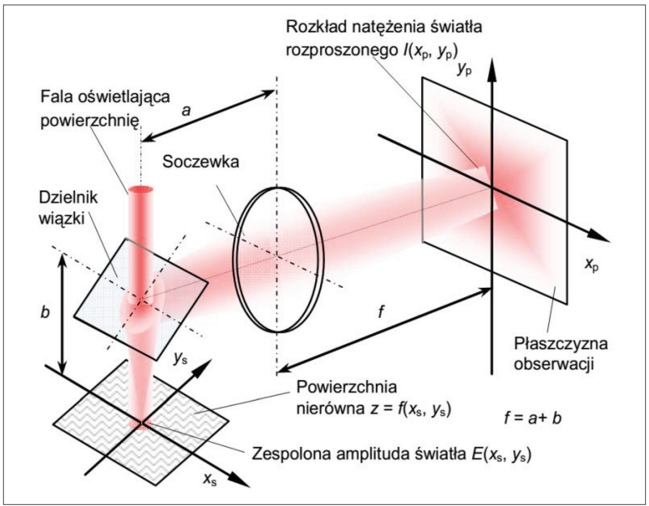
Jeśli nierówna powierzchnia obiektu (jak pokazano na rys. 2) umieszczona w przedmiotowej płaszczyźnie ogniskowej soczewki o równych ogniskowych jest oświetlona spójną falą płaską o jednostkowej amplitudzie, to natężenie światła w obrazowej płaszczyźnie ogniskowej soczewki jest określane równaniem:

$$I(x_p, y_p) = \left|E(x_p, y_p)\right|^2 = \frac{1}{(\lambda f)^2}\left|\Im\left[E(x_s, y_s)\right]\right|^2$$

gdzie: $I(x_p, y_p)$ – natężenie światła w obrazowej płaszczyźnie ogniskowej soczewki; x_p, y_p – współrzędne prostokątne w obrazowej płaszczyźnie ogniskowej soczewki;

* Dr hab. inż. Czesław Łukianowicz (czeslaw.lukianowicz@tu.koszalin.pl) – Katedra Inżynierii Produkcji, Politechnika Koszalińska

$E(x_p, y_p)$ – zespolona amplituda światła w obrazowej płaszczyźnie ogniskowej soczewki; λ – długość fali światła; f – długość ogniskowej soczewki; $\Im[\ ]$ – symbol oznaczający operację przekształcenia Fouriera; $E(x_s, y_s)$ – zespolona amplituda światła w przedmiotowej płaszczyźnie ogniskowej soczewki; x_s, y_s – współrzędne prostokątne w przedmiotowej płaszczyźnie ogniskowej soczewki.



Rys. 2. Układ do pomiarów nierówności powierzchni za pomocą optycznego przekształcenia Fouriera

Podstawowy problem przy rozwiązywaniu zadania odwrotnego polega na tym, że pomiar natężenia światła $I(x_p, y_p)$, tzn. kwadratu modułu zespolonej amplitudy $E(x_p, y_p)$, prowadzi do utraty informacji fazowej. Z formalnego, matematycznego punktu widzenia, istnieją dwa powody utraty informacji o fazie funkcji $E(x_p, y_p)$. Po pierwsze moduł funkcji $E(x_p, y_p)$ nie zawiera informacji o tym, jakiej składowej harmonicznej – sinusoidzie, cosinusoidzie lub ich kombinacji – odpowiada natężenie zmierzone w danym punkcie płaszczyzny obserwacji. Drugi powód utraty informacji o fazie funkcji $E(x_p, y_p)$ wynika z tego, że moduł zespolonej amplitudy światła $E(x_p, y_p)$, a tym bardziej jego kwadrat, nie zawierają informacji o znaku poszczególnych składowych harmonicznych. Ta dwojaka nieokreśloność, odnosząca się zarówno do parzystości, jak i do znaku składowych harmonicznych, występuje we wszystkich punktach płaszczyzny obserwacji, z wyjątkiem początku układu współrzędnych. Nie pozwala ona na odtworzenie funkcji $E(x_s, y_s)$ w wyniku syntezy składowych harmonicznych, dokonywanej za pomocą odwrotnego przekształcenia Fouriera $\Im^{-1}[\ ]$ funkcji $|E(x_p, y_p)|$.

Niezależnie od tego, że w ogólnym przypadku nie można wyznaczyć funkcji $E(x_s, y_s)$ na podstawie kwadratu modułu jej transformaty Fouriera, znane są sposoby rozwiązywania tego problemu oparte na wstępnej modyfikacji funkcji transformowanej, czyli funkcji $E(x_s, y_s)$.

Aby rozwiązać zadanie odwrotne, należy – za pomocą odpowiedniego operatora M – zmodyfikować wstępnie funkcję $E(x_s, y_s)$ w taki sposób, aby otrzymać nową funkcję $E_N(x_s, y_s)$, dla której istnieje jednoznaczna relacja między kwadratem modułu jej transformaty Fouriera i nią samą. Mierząc natężenie światła rozproszonego, wyznacza się najpierw kwadrat modułu, a następnie moduł transformaty Fouriera funkcji $E_N(x_s, y_s)$. Odwrotne przekształcenie Fouriera pozwala odtworzyć tę funkcję. W końcu, po zastosowaniu operatora odwrotnego M^{-1} względem operatora M, otrzymuje się funkcję $E(x_s, y_s)$.

Najważniejszym elementem zaprezentowanej koncepcji rozwiązania zadania odwrotnego jest określenie operatora M dokonującego wstępnej modyfikacji funkcji $E(x_s, y_s)$. Nasuwa się zatem pytanie, w jaki sposób przekształcić funkcję $E(x_s, y_s)$ w funkcję $E_N(x_s, y_s)$, którą można byłoby wyznaczyć, znając tylko kwadrat modułu jej transformaty Fouriera? Jedna z odpowiedzi na to pytanie może być następująca: funkcję $E(x_s, y_s)$ powinno się przekształcić tak, aby nowa funkcja $E_N(x_s, y_s)$ miała rzeczywistą i nieujemną transformatę Fouriera. Jeśli zostanie określone takie przekształcenie, to można uznać, że jest ono podstawą rozwiązania zadania odwrotnego.

Przy szukaniu odpowiedniego przekształcenia funkcji $E(x_s, y_s)$ warto zauważyć, że jest ona w rozpatrywanym przypadku funkcją zespoloną. Funkcja ta opisuje falę o amplitudzie zależnej od współczynnika odbicia światła, zmodulowaną fazowo przez powierzchnię nierówną $z = f(x_s, y_s)$. Jeśli funkcja $E_N(x_s, y_s)$, otrzymana w wyniku przekształcenia funkcji $E(x_s, y_s)$, ma mieć rzeczywistą transformatę Fouriera, to musi być ona funkcją hermitowską. Poszukiwany operator M powinien zatem wstępnie przekształcić zespoloną amplitudę $E(x_s, y_s)$ w funkcję hermitowską $E_H(x_s, y_s)$, która ma parzystą część rzeczywistą i nieparzystą część urojoną.

Jeśli hermitowska funkcja $E_H(x_s, y_s)$ jest funkcją o skończonym widmie, to możliwa jest jej dalsza modyfikacja, prowadząca do tego, aby składowe harmoniczne tej funkcji były nieujemne. Modyfikacja ta polega na zastąpieniu dotychczasowych wartości części rzeczywistej funkcji $E_H(x_s, y_s)$ w bliskim otoczeniu początku układu współrzędnych impulsem o jednostkowej wartości oraz na takim stłumieniu funkcji $E_H(x_s, y_s)$ w pozostałych punktach płaszczyzny $0x_sy_s$, które jest proporcjonalne do odległości danego punktu od początku układu współrzędnych.

Bardziej szczegółowo opisano te przekształcenia i modyfikacje w pracy [9].

Podsumowanie

Rozpatrzono przypadek skaterometrycznych pomiarów nierówności powierzchni opartych na wykorzystaniu dyfrakcyjnego modelu rozpraszania światła oraz zastosowaniu optycznego przekształcenia Fouriera. Pokazano, że dzięki odpowiedniej modyfikacji zespolonej amplitudy światła $E(x_s, y_s)$ na powierzchni mierzonej można uzyskać rozwiązanie zadania odwrotnego. Modyfikacja taka nie jest prosta, lecz dzięki niej na podstawie pomiarów natężenia światła rozproszonego można odtworzyć topografię powierzchni rozpraszającej.

LITERATURA

1. Wieczorowski M. „*Metrologia nierówności powierzchni – metody i systemy*”. Szczecin, ZAPOL, 2013.
2. Stover J.C. “*Optical Scattering: Measurement and Analysis*”. 3rd Edition, Bellingham, SPIE Press, 2012.
3. Halhweg C., Rothe H. “Rough surface scatterometry of bodies with rotational symmetry”. *Proc. of SPIE*. Vol. 7065, (2008): pp. 70650H-1-6.
4. Afifi S.E., Dusseaux R. “Scattering by random rough surfaces: Study of direct and inverse problem”. *Optics Communication*. Vol. 265, No. 1 (2006): pp. 11–17.
5. Baltes H.P. (ed.) “*Inverse Scattering Problems in Optics*”. Springer, Berlin, Heidelberg, 2012.
6. Colton D., Kress R. “*Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory*”. New York, Heidelberg, Springer, 2012.
7. Mroczka J., Szczuczyński D. “Inverse problems formulated in terms of first-kind Fredholm integral equations in indirect measurement”. *Metrology and Measurement Systems*. Vol. 16, No. 3 (2009): pp. 333–357.
8. Szczuczyński D.K., Mroczka J. “Comparing the quality of solutions of inverse problem in nephelometric and turbidimetric measurements”. *Optica Applicata*. Vol. 39, No. 3 (2009): pp. 521–531.
9. Łukianowicz Cz. “Inverse problem in scatterometry of rough surfaces”. *Optica Applicata*. Vol. 33, No. 2–3 (2003): pp. 315–327. ■