

Szacowanie niepewności pomiaru przestrzennego błędu pozycjonowania maszyn technologicznych

Estimation of uncertainty of a volumetric error measurement

PAWEŁ MAJDA
MIROSLAW PAJOR*

DOI: 10.17814/mechanik.2016.11.521

Zaprezentowano wyniki wyznaczania niepewności dla błędu przestrzennego pozycjonowania elementów wykonawczych przenośnego portalu spawalniczego. Analizie poddano metodę pomiaru, która wykorzystuje laserowy system nadążny (tzw. tracer) oraz algorytm multilateracji do wyznaczania rozkładu wektorowego pola błędu pozycjonowania. W obliczeniach symulacyjnych metodą Monte Carlo oprócz niepewności systemu pomiarowego uwzględniono także składniki niepewności pomiaru temperatury, wyznaczania współczynnika rozszerzalności cieplnej oraz powtarzalności pozycjonowania badanych osi. Potwierdzono wysoką skuteczność zastosowanej metody. Zaprezentowano także przykład praktyczny i wizualizację rozkładu błędów przed kompensacją oraz po kompensacji błędów kinematycznych i wzajemnej prostopadłości osi w układzie sterowania numerycznego maszyny.

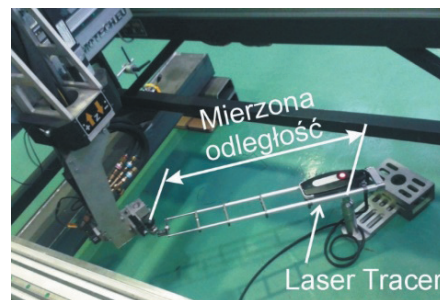
SŁOWA KLUCZOWE: błąd przestrzennego pozycjonowania, multilateracja, niepewność pomiarów

The article presents results of evaluation of uncertainty of volumetric error of a mobile welding portal. The analysis were made for a method of measurement, which uses laser tracer and a multilateration algorithm to determine the distribution of the vector field of positioning error. In the simulation calculations a Monte Carlo method was used. The simulation also included components of the measurement system uncertainty, the uncertainty of temperature, determination of a thermal expansion coefficient and positioning repeatability of a machine axis. High efficiency (impressive accuracy) of this method was confirmed. The article also presents a practical example and a visualization of volumetric error before and after the compensation of kinematic error and mutuality of axis squariness made in the numerical control system of a mobile welding portal.

KEYWORDS: volumetric error, multilateration, uncertainty of measurement

Jest wiele metod wyznaczania rozkładu wektorowego pola błędu przestrzennego pozycjonowania *VE* (*volumetric error*) maszyn sterowanych numerycznie (CNC) [1]. Najistotniejsze różnice pomiędzy tymi metodami to: dokładność uzyskiwanych wyników, zasada pomiaru oraz wymagany czas realizacji procedury pomiarowej. Dzięki rozwojowi sprzętu pomiarowego możliwe jest prowadzenie pomiarów bez konieczności czasochłonnego justowania systemu pomiarowego. Ze względu na krótszy czas pomiarów zainteresowaniem cieszą się zwłaszcza metody wyznaczania rozkładu błędu przestrzennego pozycjonowania z użyciem interferometrów śledzących. Wiadomo, że w porównaniu z innymi metodami pomiaru przemieszczenia z użyciem interferometru laserowego zapewnia najlepszą dokładność pomiarów w warunkach

Rys. 1. Interferometr śledzący (*laser tracer*) podczas wykonywania pomiaru przy portalu spawalniczym w jednym z pięciu ustawień



przemysłowych. Właśnie dlatego ten sposób jest chętnie stosowany do pomiarów błędów współrzędnościowych maszyn pomiarowych (CMM) [2–4], a w ostatnich latach obserwuje się duże zainteresowanie różnych ośrodków badawczych zastosowaniem interferometrów śledzących do wykrywania błędów obrabiarek CNC [5].

Systemy śledzące można podzielić ze względu na możliwość względnego lub bezwzględnego pomiaru odległości. W pierwszym przypadku mierzony jest tylko przyrost drogi, a w drugim dodatkowo określana jest pozycja rozpatrywanego punktu względem punktu bazowego. Niestety w drugim przypadku osiągane dokładności są niewystarczające do bezpośredniego wyznaczenia błędu przestrzennego pozycjonowania obrabiarki, co wynika ze stosowania enkoderów obrotowych do pomiaru położenia kąтового elementów wykonawczych interferometru. Z tego względu w literaturze przedmiotu proponuje się metodę opartą na sekwencji pomiarów względnego przemieszczenia z różnych punktów bazowych. Nazwano ją metodą bazującą na algorytmie multilateracji [5, 6]. Taka idea jest analogiczna do wyznaczania pozycji w systemie nawigacji satelitarnej. W uproszczeniu: jeżeli na podstawie pomiaru dystansu z kilku satelitów do rozpatrywanego punktu można wyznaczyć jego pozycję na Ziemi, to możliwe jest także przeprowadzenie analogicznej procedury w mniejszej skali, tj. na obrabiarce. Sprowadza się to do wyznaczania pozycji punktu związanego z elementem wykonawczym maszyny (np. narzędziem) względem punktów bazowych (satelitów) związanych ze stołem obrabiarki. Względne przemieszczenie rozpatrywanych punktów mierzone jest z czterech lub większej liczby [7] pozycji bazowych interferometrem śledzącym. Szczegóły wykonywania pomiaru, algorytm multilateracji oraz procedurę wyznaczania błędów kinematycznych osi maszyn opisano w [8].

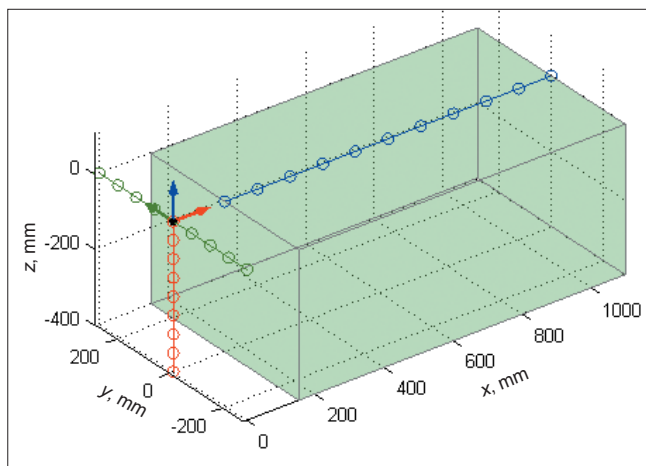
Na rys. 1 przedstawiono widok interferometru śledzącego podczas realizacji pomiaru dla przenośnego portalu spawalniczego w laboratorium Instytutu Technologii Mechanicznej (ITM) Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego (ZUT) w Szczecinie. Producenta tego portalu interesowało, czy układ nośny maszyny zachowuje błędy geometrii po przetransportowaniu tej maszyny do miejsca jej użytkowania. Wyniki pomiarów i analizę ich niepewności przedstawiono w dalszej części artykułu.

* Dr hab. inż. Paweł Majda (pawel.majda@zut.edu.pl), dr hab. inż. Mirosław Pajor prof. ZUT (miroslaw.pajor@zut.edu.pl) – Instytut Technologii Mechanicznej, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

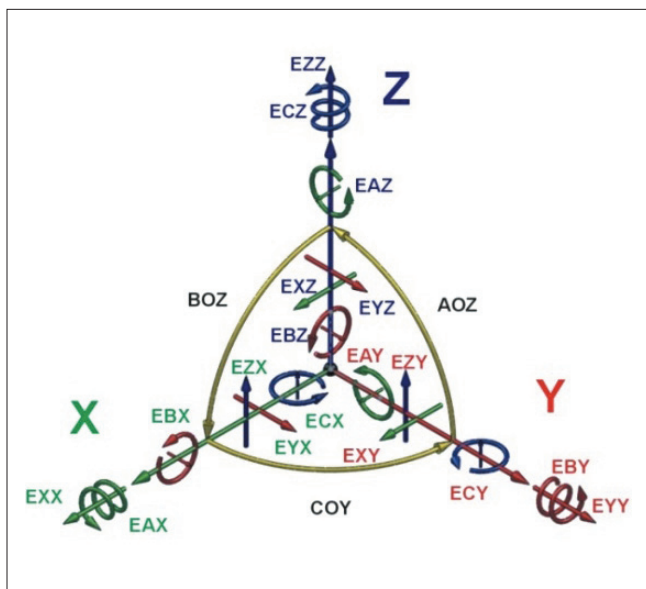
Wyznaczanie charakterystyk błędów kinematycznych

Badanie błędów maszyny z użyciem interferometru śledzącego rozpoczyna się od zdefiniowania przestrzeni pomiarowej. Pomiar wykonuje się sekwencyjnie, z przedstawianiem interferometru w co najmniej cztery różne położenia. Co istotne, pomiarowi podlega tylko względne przemieszczenie dla różnych położań reflektora interferometru. Położenia reflektora programuje się w układzie sterowania badanej maszyny. Na rys. 2 przedstawiono przestrzeń i ścieżki błędów kinematycznych przenośnego portalu spawalniczego prezentowanego w tej pracy. Na rys. 3 pokazano konwencję oznaczania błędów maszyn według normy ISO 230 [9].

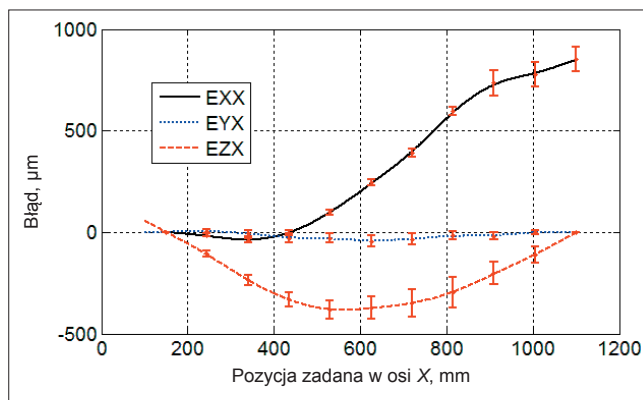
Badanie wymaga przyjęcia modelu wektorowego pola błędów VE , najczęściej przy założeniu kinematyki bryły sztywnej. Postać wyprowadzonych równań zależy od struktury geometryczno-ruchowej badanej maszyny. Należy zwrócić uwagę, że podczas wyprowadzania równań na składowe błędów VE można pominąć składowe w potęgę wyższej niż dwa oraz dodatkowe parametry, takie jak współczynniki wag czy stałe konstrukcyjne (np. wysięgi). Gwarantuje to otrzymanie równań na składowe VE o minimalnej wariancji, a więc również o minimalnej niepewności ich wyznaczania.



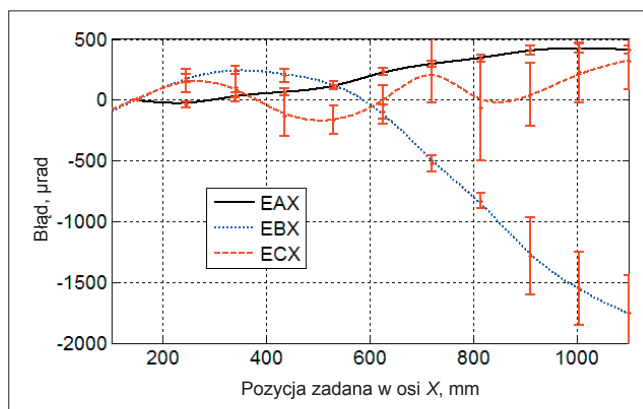
Rys. 2. Przestrzeń oraz ścieżki charakterystyk błędów kinematycznych badanych osi



Rys. 3. Oznaczanie błędów kinematycznych osi maszyny według [9]



Rys. 4. Charakterystyki błędów pozycjonowania oraz błędów prostoliniowości osi X



Rys. 5. Charakterystyki błędów kątowych (EAX – roll, EBX – pitch, ECX – yaw) osi X

Prezentowana w tym artykule maszyna ma typową strukturę portalową OXYZ, dla której równania na składowe VE są następujące:

$$VE_X = E_{XX} + E_{XY} + E_{XZ} + z \cdot (E_{BX} - E_{BY} + E_{BZ}) - y \cdot E_{CX} \quad (1)$$

$$VE_Y = E_{YY} + E_{YX} + E_{YZ} - z \cdot (E_{AX} + E_{AY} + E_{AZ}) + x \cdot E_{CY} \quad (2)$$

$$VE_Z = E_{ZZ} + E_{ZX} + E_{ZY} + y \cdot E_{AX} \quad (3)$$

gdzie: E_{XX} , E_{YY} , E_{ZZ} – charakterystyki błędów pozycjonowania osi; E_{YX} , E_{ZX} , E_{XY} , E_{ZY} , E_{XZ} , E_{YZ} – charakterystyki błędów prostoliniowości; E_{AX} , E_{BX} , E_{CX} , E_{AY} , E_{BY} – charakterystyki błędów rotacji (pitch, yaw, roll); A_{OZ} , B_{OZ} , C_{OY} – błędy wzajemnej prostopadłości osi (skalary).

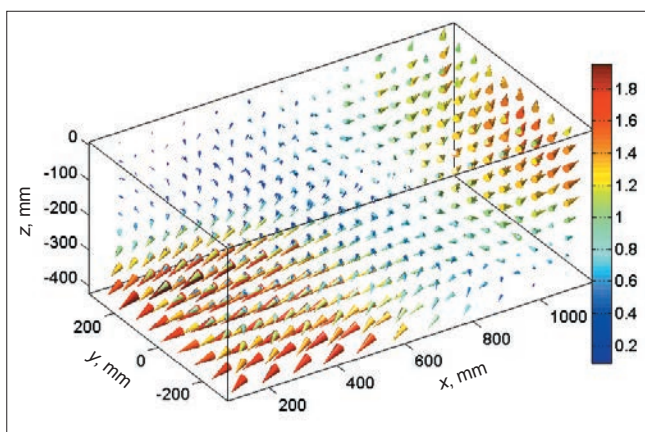
Korzystając z algorytmu multilateracji, równań modelu przestrzeni wektorowej błędów VE (1)–(3) oraz wyników pomiarów odległości interferometrem śledzącym, wyznacza się błędy kinematyczne badanej maszyny [8]. Przykładowe charakterystyki błędów wraz z niepewnością ich wyznaczenia dla osi X przedstawiono na rys. 4 i 5. Widoczne charakterystyki błędów kinematycznych wyznaczono dla ścieżki równoległej do osi X i w układzie współrzędnych pokazanym na rys. 2. Komplet tych charakterystyk określa współrzędne uogólnione ruchu portalu spawalniczego w osi X. Błąd pozycjonowania E_{XX} jest rozumiany zgodnie z definicją normy ISO 230-2 – jako średnia dwukierunkowa odchyłka pozycjonowania w rozpatrywanym położeniu. Błędy E_{YX} oraz E_{ZX} interpretuje się jako charakterystyki prostoliniowości, dla których element zastępczy wyznaczono metodą punktów skrajnych.

Wartości EXX , EYX i EZX można uznać za wartości błędów VE na trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach osi badanej maszyny w rozpatrywanym położeniu na ścieżce osi X . Dodatkowo z rys. 5 odczytuje się trzy kąty obrotu, tj. EAX , EBX i ECX , jakie towarzyszą przemieszczaniu portalu w osi X . Te kąty przekładają się na dodatkowe składowe błędów VE . Ich wpływ jest tym intensywniejszy, im większa jest odległość rozpatrywanego położenia końcówki narzędzia od ścieżki pomiarowej osi X . Z kształtu charakterystyk błędów kinematycznych można wnioskować, że konstrukcja ulega maksymalnemu ugięciu w płaszczyźnie pionowej EZX , gdy portal znajduje się w środkowym położeniu osi X . Jest to efektem oddziaływania siły grawitacji.

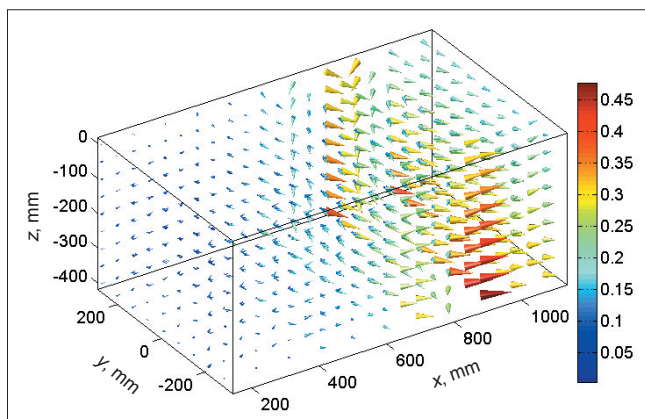
Kompensacja błędów maszyny w jej układzie sterowania numerycznego

Charakterystyki błędów kinematycznych, stałe wartości błędów wzajemnej prostopadłości osi i równania (1)–(3) pozwalają na obliczenie składowych błędów VE w każdym punkcie przestrzeni roboczej badanej maszyny. Na rys. 6 przedstawiono wizualizację rozkładu wektorowego pola błędów VE przenośnego portalu spawalniczego.

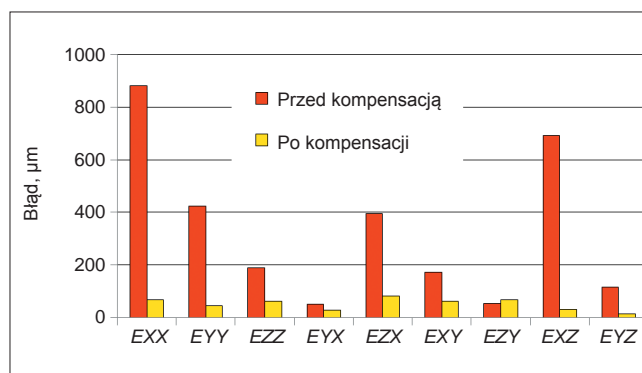
Celem badań było wyznaczenie charakterystyk błędów i ich użycie w układzie sterowania CNC do programowej kompensacji błędów maszyny w celu poprawy dokładności pozycjonowania ruchów roboczych. Efekt tego zabiegu dla przenośnego portalu spawalniczego przedstawiono na rys. 7.



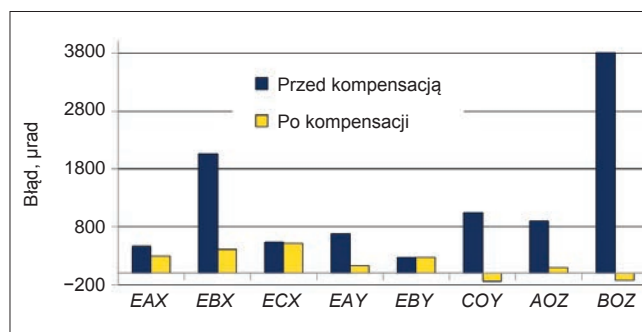
Rys. 6. Wizualizacja rozkładu wektorowego pola błędów VE przed kompensacją błędów kinematycznych osi w układzie sterowania maszyny – skala 50:1



Rys. 7. Wizualizacja rozkładu wektorowego pola błędów VE po kompensacji błędów kinematycznych osi w układzie sterowania maszyny – skala 200:1



Rys. 8. Odchyłki błędów translacyjnych otrzymane przed kompensacją i po kompensacji w układzie sterowania numerycznego maszyny



Rys. 9. Odchyłki błędów rotacyjnych otrzymane przed kompensacją i po kompensacji w układzie sterowania numerycznego maszyny

Stożki widoczne w obszarze wykresów na rys. 6 i 7 symbolizują wypadkowy wektor błędów VE . Interpretując uzyskane wyniki, trzeba mieć na uwadze, że skala stożków na rys. 7 (200:1) jest znacznie większa niż na rys. 6 (50:1). Wyraźnie widać, że po kompensacji błędów w układzie sterowania w całej przestrzeni roboczej maszyny uzyskano poprawę dokładności pozycjonowania jej elementów wykonawczych. Przed kompensacją błędów w najgorszym wypadku uzyskiwano maksymalnie 1,9 mm, a po kompensacji – poniżej 0,5 mm wypadkowego błędów VE .

W ITM ZUT w Szczecinie prowadzono prace badawcze dla polskiego producenta maszyn Promotech. Efektem tych prac jest m.in. opracowanie i implementacja algorytmów korekcji błędów VE dla układów sterowania CNC firmy Bernecker&Rainer. Prezentowany na rys. 7 rozkład błędów otrzymano po zastosowaniu takiego algorytmu w układzie sterowania przenośnego portalu spawalniczego.

Na rys. 8 i 9 przedstawiono wyniki zestawienia porównawczego odchyłek błędów kinematycznych i wzajemnej prostopadłości osi, otrzymanych przed kompensacją i po kompensacji błędów w układzie sterowania CNC.

Analiza niepewności wyznaczania błędów kinematycznych osi przenośnego portalu spawalniczego

Z uwagi na złożoność modelu pomiaru analizę niepewności szacowania błędów maszyny przeprowadzono metodą Monte Carlo [6]. W pętli obliczeniowej (200 powtórzeń) randomizacji podlegała odchyłka odległości mierzonej interferometrem śledzącym. W celu uzyskania informacji o wpływie najważniejszych składowych niepewności na wyznaczone charakterystyki błędów kinematycznych analizowano trzy różne warianty:

- wariant 1 – zawierający tylko składową niepewności systemu pomiarowego,
- wariant 2 – zawierający składową niepewności systemu pomiarowego, pomiaru temperatury oraz wyznaczania współczynnika rozszerzalności cieplnej obiektu badanego,
- wariant 3 – zawierający dodatkowo (oprócz wymienionych powyżej składowych) składową wynikającą z powtarzalności pozycjonowania osi.

Składową niepewności systemu pomiarowego szacowano na podstawie danych określonych przez producenta interferometru śledzącego. Według nich pomiar odległości zawiera $\pm 1 \mu\text{m}$ ($k = 2$) tzw. niepewności statycznej, $\pm 0,2 \mu\text{m/m}$ ($k = 2$) składowej systematycznej zależnej od mierzonej odległości oraz $\pm 0,2 \mu\text{m/m}$ ($k = 2$) składowej losowej zależnej także od mierzonej odległości. Każdą z tych trzech składowych w pętli randomizacyjnej losowano przy założeniu, że podlega ona rozkładowi prostokątnemu. Należy zauważyć, że wynikowy rozkład tych trzech składowych nie jest już prostokątny, ponieważ jego kształt wynika ze splotu trzech rozkładów prostokątnych.

TABLICA I. Odchyłki błędów kinematycznych osi i ich niepewność ($k = 2$) – odpowiednio w μm lub μrad

Błąd	Wariant 1		Wariant 2		Wariant 3	
	Odchyłka (zakres)	U_{\max}	Odchyłka (zakres)	U_{\max}	Odchyłka (zakres)	U_{\max}
EXX	888	11	887	18	891	63
EYY	426	1,3	426	1,7	427	9,0
EZZ	193	3,1	193	3,5	193	23
EYX	47	4,8	47	6,4	48	27
EXZ	386	13	386	22	384	75
EXY	176	1,4	176	1,4	176	10
EZY	51	2,2	51	2,5	51	18
EXZ	692	0,7	692	0,7	692	5,6
EYZ	115	0,8	115	0,8	115	5,3
EAX	464	5,5	463	6,7	463	38
EBX	2014	54	2016	90	2000	314
ECX	481	106	483	127	483	437
EAY	670	4,6	670	4,7	668	36
EBY	265	6,0	265	6,4	265	44
COY	1079	27	1077	28	1081	137
AOZ	886	3,7	886	3,9	886	24
BOZ	3783	21	3783	35	3776	126

Niepewność pomiaru temperatury przyjęto w granicach zmienności $\pm 0,1^\circ\text{C}$, przy założeniu, że podlega ona rozkładowi prostokątnemu. Wartość ta odpowiada niepewności pomiaru temperatury termometrów oporowych PT100, jakie zastosowano w badaniach doświadczalnych. Pomiary wykonano w temperaturze bliskiej 24°C , a uzyskane wyniki normowano do 20°C według ISO 1. Niepewność oszacowania współczynnika liniowej rozszerzalności cieplnej przyjęto jako $\pm 1 \mu\text{m/m}^\circ\text{C}$, przy założeniu, że podlega rozkładowi prostokątnemu. Z kolei wartość $11 \mu\text{m/m}^\circ\text{C}$ przyjęto ze względu na rodzaj materiału (stal) zastosowanego w układzie nośnym badanej maszyny.

Uwzględnienie wkładu, jaki badany obiekt wnosi w bilans niepewności, przeprowadzono, obarczając mierzoną odległość składową wynikającą z powtarzalności pozycjonowania osi rozumianą w sensie normy ISO 230-2. Badana maszyna była wyposażona w napędy posuwu z listwą zębatą i pomiarem położenia z użyciem enkodera obrotowego mocowanego na wale silnika. Na podstawie przeprowadzonych wcześniej badań z użyciem interferometru laserowego XL80 przyjęto, że powtarzalność pozycjonowania osi wynosi $30 \mu\text{m}$ według ISO 230-2. W związku z tym w symulacji Monte Carlo składnik niepewności wynikający z przedmiotowego źródła wynosił $\pm 15 \mu\text{m}$ ($k = 2$), przy założeniu, że podlega rozkładowi normalnemu. Warto nadmienić, że procedura pomiaru odległości z użyciem interferometru śledzącego w zadanym punkcie pomiarowym została przeprowadzona z tzw. eliminacją wpływu osiowej wartości zwrotnej (*backlash*). To oznacza, że pomiar w punkcie odbywał się z najazdem na zadaną pozycję z przeciwnych stron. Wynikiem pomiaru jest średnia arytmetyczna tych dwóch wskazań. Z uwagi na to składnik niepewności, wynikający z powtarzalności pozycjonowania osi maszyny, w danym punkcie jest uwzględniany dwukrotnie. Wyniki symulacji Monte Carlo zestawiono w tabl. I.

Składowe błędy VE w danym punkcie przestrzeni roboczej maszyny są obliczane jako wynik sumowania wielu odchyłek błędów kinematycznych (patrz równania (1)–(3)), więc ich niepewność powinna stanowić wynik odpowiedniego sumowania niepewności składników tworzących tę sumę i – jak się wydaje – być znacznie większa niż niepewność odchyłek błędów kinematycznych. Aby zbadać relację ilościową pomiędzy przedziałami niepewności błędów VE i błędów kinematycznych przeprowadzono

TABLICA II. Wyniki szacowania niepewności pomiaru błędów VE – wariant 3

Lp.		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Współrzędne pozycji nominalnej, mm	x	245	625	1005	245	625	1005	245	625	1005
	y	-210	-210	-210	210	210	210	0	0	0
	z	-350	-350	-350	-350	-350	-350	-50	-50	-50
Składowe błędy VE , μm	VE _x	-1284	-970	126	-1481	-1084	-98	-26	248	852
	VE _y	-420	37	560	-561	-104	418	229	605	1070
	VE _z	-267	-589	-369	-307	-515	-214	-286	-551	-291
Wypadkowy błąd, μm	VE	1378	1136	683	1613	1205	482	367	856	1399
Niepewność błędów VE , μm ($k = 2$)	$U(VE_x)$	49	49	57	47	65	59	12	18	50
	$U(VE_y)$	26	65	129	26	66	130	26	64	129
	$U(VE_z)$	31	62	52	27	61	48	24	62	47
	$U(VE)$	50	66	121	43	76	127	24	58	105
Współczynnik korelacji wektorów błędów VE	$r(x,y)$	0,24	0,45	0,85	-0,3	-0,47	-0,77	0,02	-0,16	0,06
	$r(y,z)$	-0,06	-0,06	-0,12	0,01	-0,01	-0,11	0,05	0,02	-0,01
	$r(z,x)$	0,23	0,58	-0,13	0,25	0,67	0,35	0,09	0,36	0,31

dotatkowe obliczenia. Wyniki uzyskane dla przypadku bez kompensacji w układzie sterowania maszyny przedstawiono w tabl. II. W symulacji przyjęto założenia jak dla wariantu 3.

Podsumowanie

Zaprezentowane wyniki symulacji obliczeniowej niepewności pomiaru błędów kinematycznych oraz rozkładu błędu przestrzennego pozycjonowania *VE* dowodzą, że zastosowana metoda charakteryzuje się bardzo dobrą dokładnością. Osiągnięto małe wartości niepewności w stosunku do wymagań stawianych maszynom technologicznym.

Potwierdzono i zweryfikowano doświadczalnie, że kompensacja błędów maszyny w jej układzie sterowania numerycznego CNC znacznie polepsza dokładność pozycjonowania programowanej ścieżki narzędzia.

W przytoczonym przykładzie dominujący wkład do niepewności wnoszą właściwości badanego obiektu. Uwzględnienie w analizie rozrzutu wynikającego z powtarzalności pozycjonowania osi (i tym samym rozrzutu odległości mierzonej przez laserowy system śledzący) znacznie zwiększyło niepewność pomiaru w porównaniu z wynikami uzyskanymi jedynie z uwzględnieniem niepewności systemu pomiarowego. Obserwowano 5–8-krotny wzrost wartości. Udział niepewności wyznaczania poprawek temperaturowych obiektu badanego nie był tak wyraźny.

Badania błędów przenośnego portalu spawalniczego wykonano także po jego przetransportowaniu do miejsca użytkowania i ponownym posadowieniu (wyników tych pomiarów nie prezentowano w niniejszym artykule) – wyznaczone charakterystyki błędów kinematycznych różniły się nie więcej niż o 15%. W perspektywie rozpatruje się opracowanie szybkiej metody identyfikacji błędów przenośnych maszyn w warunkach produkcyjnych, zwłaszcza że zaprezentowana w tym artykule metoda wyznaczania

VE (podobnie jak inne znane metody) nie nadaje się do stosowania w takich warunkach ze względu na zbyt skomplikowaną procedurę przygotowania pomiarów.

Badania były realizowane w ramach projektu finansowanego przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju nr INNOTECH-K3/IN3/25/227427 /NCBR/14, „Inteligentny przenośny system do wycinania otworów i spawywania elementów w konstrukcjach stałych przestrzennych”.



LITERATURA

1. Majda P. „Modelowanie i eksperymentalna ocena dokładności przestrzennego pozycjonowania zespołów posuwowych obrabiarek sterowanych numerycznie”. ISBN 978-83-7518-454-9. Szczecin: Wydawnictwo ZAPOL, 2012.
2. Hughes E.B., Wilson A., Peggs G.N. “Design of a high-accuracy CMM based on multi-lateration techniques”. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. No. 49 (2008): pp. 391–394.
3. Schwenke H., Frank M., Hannaford J. “Error mapping of CMMs and machine tools by a single tracking interferometer”. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. No. 54 (2008): pp. 475–478.
4. Schwenke H. et al. “On-the-fly calibration of linear and rotary axes of machine tools and CMMs using a tracking interferometer”. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. No. 58 (2008): pp. 477–480.
5. Jindong W., Junjie G., Guoxiong Z., Bao'an G., Hongjian W. “The technical method of geometric error measurement for multi-axis NC machine tool by laser tracker”. *Measurement Science and Technology*. DOI:10.1088/0957-0233/23/4/045003. No. 23 (2012): p. 11.
6. Śladek J. „Dokładność pomiarów współrzędnościowych”. ISBN: 978-83-7242-558-4. Kraków: Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2012.
7. Zhang G.X., Lin Y.B., Li X.H., Li Z. “Four-beam laser tracking interferometer system for three-dimensional coordinate measurement”. *Acta Optica Sinica*. No. 23 (2009): pp. 1030–1036.
8. Majda P., Dolata M., Nowak M. “Determination of machine tool errors using tracking interferometer”. *Archives of Mechanical Technology and Automation*. Vol. 34, No. 3 (2014): pp. 23–34.
9. ISO 230-1:2012. Test code for machine tools – Part 1: Geometric accuracy of machines operating under no-load or quasi-static conditions.