

Wartość krytyczna szczeliny magnetycznej silnika elektrycznego

Critical value of electric motor air gap

WALDEMAR MORZUCH*

DOI: 10.17814/mechanik.2015.11.524

Opisano sposób wyznaczania krytycznej wartości szczeliny magnetycznej silnika asynchronicznego. W tym celu przeprowadzono analizę częstości drgań swobodnych wirnika, przyjmując model o ciągłym rozłożeniu masy i zmiennej sztywności. Na podstawie równań ruchu otrzymano równania różniczkowe wiążące ugięcia dynamiczne wirnika z przestrzenią i czasem. Ostatecznie otrzymano równania różniczkowe cząstkowe, które rozwiązano z zastosowaniem metody rozdzielania zmiennych (metody Fouriera). Analiza częstości drgań swobodnych wirnika była podstawą do wyznaczenia krytycznej wartości naciągu magnetycznego i szczeliny magnetycznej.

SŁOWA KLUCZOWE: wirnik, naciąg magnetyczny, szczelina magnetyczna

Described is a method providing for identification of critical value of a motor air gap. Frequency of the rotor free vibrations is reviewed and scrutinized with the rotor model considered as a body of uniformly distributed mass and variable stiffness. Differential equations which relate dynamic deflection of rotor to space and time parameters are obtained with reference to the equations of rotor motion. Eventually, homogeneous, partial differential equations were obtained and solved by the variables separation method (Fourier's Method). The analysis of the free vibrations frequency of the rotor was used in the procedure of estimating critical values of magnetic tension and magnetic gap.

KEYWORDS: rotor, magnetic tension, magnetic gap

Wśród szerokiej gamy wytwarzanych obecnie maszyn elektrycznych szczególne miejsce zajmują silniki asynchroniczne. Ich główne atuty to jest prosta i zwarta konstrukcja oraz możliwość pracy w rozmaitych warunkach. Silniki asynchroniczne można podzielić na pierścieniowe i klatkowe. Kryterium tego podziału jest konstrukcja podstawowego zespołu, czyli wirnika. Silnik klatkowy (rys. 1) ma wirnik składający się z wału i pakietu wykonanego z odizolowanych blach stalowych.

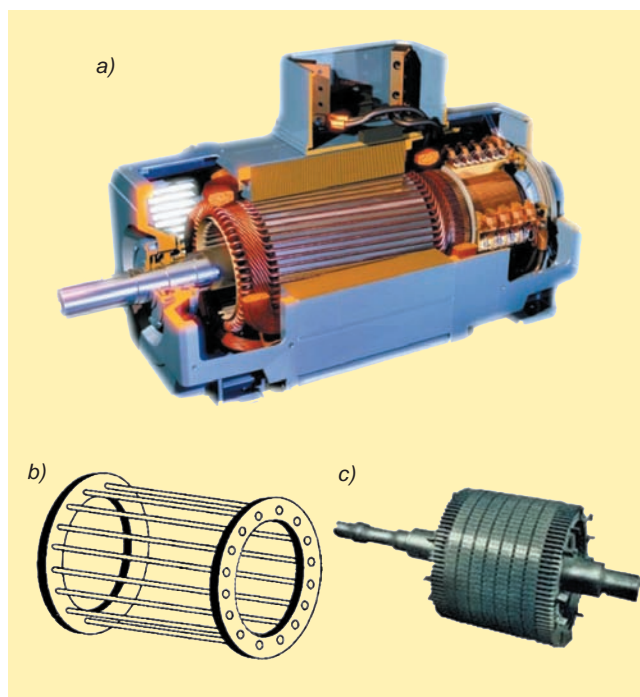
Podstawą przy projektowaniu dowolnego silnika elektrycznego są obliczenia wytrzymałościowe wirnika. To zagadnienie ma szczególne znaczenie w przypadku silników asynchronicznych charakteryzujących się małymi szczelinami magnetycznymi (ok. 0,5÷1,5 mm) między stojanem a wirnikiem. Wirnik takiego silnika jest stosunkowo długi, a przy tym ma małą średnicę i szczelinę magnetyczną, która jednak powinna być większa od maksymalnego ugięcia wirnika. Ugięcie zależy od przyjętego modelu silnika i jego obciążenia.

Główną siłą obciążającą wirnik jest siła naciągu magnetycznego, powstająca w momencie wychylenia środka wirnika względem środka stojana. Zgodnie z [1÷3] ma ona kierunek siły, której położenie pokrywa się z kierunkiem wychylenia wirnika względem osi stojana, a jej wartość zależy m.in. od szczeliny magnetycznej między wirnikiem a stojanem. Jeżeli zatem znana jest zależność siły od ugięcia wirnika, można wyznaczyć wartość szczeliny magnetycznej.

Charakter zmienności siły naciągu magnetycznego zależy od rodzaju silnika elektrycznego, a więc od tego, czy jest to silnik dwu-, czy wielobiegunowy. W silnikach wielobieguno-

wych ta siła zależy liniowo od ugięcia wirnika, a przy stałym ugięciu nie zależy w sposób jawny od czasu. W silnikach dwubiegunowych siła naciągu magnetycznego jest natomiast okresową funkcją czasu [1, 2].

Jak widać, do wyznaczenia wielkości szczeliny magnetycznej potrzebne jest określenie maksymalnych ugięć wirnika. Podstawowym parametrem wiążącym szczelinę magnetyczną z wymiarami wirnika jest częstość jego drgań swobodnych. Z teorii drgań poprzecznych wałów wiadomo, że przy prędkościach kątowych równych częstościom drgań poprzecznych ugięcia dynamiczne wału rosną dosyć gwałtownie. Znajomość zależności pomiędzy częstościami drgań poprzecznych wirnika a wielkością szczeliny magnetycznej pozwala na wyznaczenie wartości krytycznej tej szczeliny.



Rys. 1. Silnik asynchroniczny klatkowy: a) schemat silnika, b) klatka wirnika, c) wirnik

Analiza dynamiczna

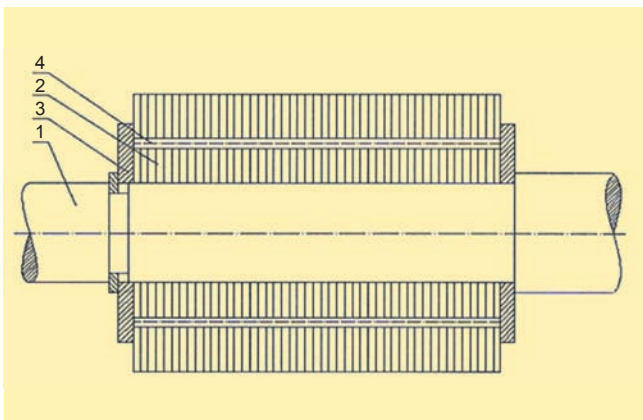
Na rys. 2 przedstawiono analizowany wirnik, składający się z wału i sprasowanego pakietu blach tworzących rdzeń.

W pakiecie są umieszczone pręty uzwojenia, zwarte na końcu miedzianymi lub aluminiowymi pierścieniami. Na odzinku rdzenia działa pole magnetyczne, będące źródłem siły naciągu magnetycznego. Obciążenie ciągle od siły naciągu magnetycznego można zapisać w postaci [3]:

$$q(x, t) = C \cdot y(x, t) \quad (1)$$

gdzie: C – współczynnik (stała) naciągu magnetycznego, $y(x, t)$ – odległość osi wirnika od osi stojana, x – zmienna przestrzenna, t – czas.

* Dr inż. Waldemar Morzuch (waldemar.morzuch@pwr.edu.pl) – Katedra Materiałoznawstwa, Wytrzymałości i Spawalnictwa Politechniki Wrocławskiej



Rys. 2. Schemat wirnika silnika asynchronicznego: 1 – wał, 2 – pakiet blach wirnika (rdzeń), 3 – tarcza dociskowa, 4 – pręt uzwojenia wirnika

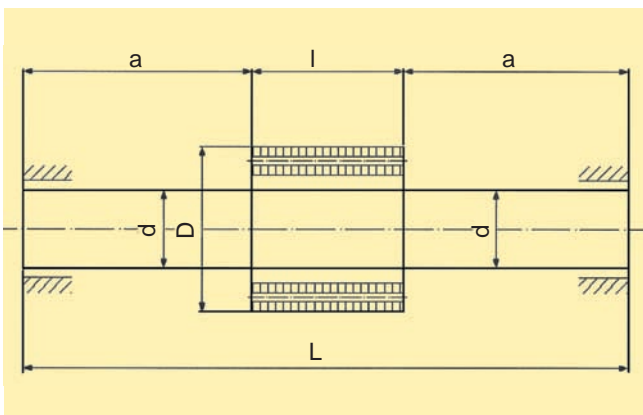
Współczynnik C zależy od rodzaju silnika asynchronicznego. W przypadku silnika wielobiegunowego jest niezależny od czasu i wyraża się wzorem:

$$C = \frac{\pi}{4\mu_0} \xi D \frac{k_C}{\delta} B_n^2 \quad (2)$$

gdzie: D – średnica wirnika (na odcinku pakietu sprasowanych blach); k_C – współczynnik Cartera; δ – szczelina magnetyczna między wirnikiem a stojanem; B_n – maksymalna indukcja magnetyczna w szczelinie, występująca podczas obciążenia znamionowego; μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni; ξ – współczynnik zależny od rodzaju silnika elektrycznego.

W przypadku silników dwubiegunowych współczynnik C zależy od czasu i zawiera czynnik zmieniający się z podwójną częstotliwością sieci zasilającej [2].

Dalej skoncentrowano się na analizie silników wielobiegunowych, dla których współczynnik C jest opisany równaniem (2). Na rys. 3 przedstawiono model wirnika przyjęty do analizy dynamicznej.



Rys. 3. Schemat wirnika przyjęty do analizy

Na podstawie równania ruchu otrzymano równanie różniczkowe opisujące drgania poprzeczne wirnika [4]:

$$S \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} = q \quad (3)$$

gdzie: S – sztywność wirnika na odcinku rdzenia, q – obciążenie ciągłe.

Funkcja $y(x, t)$ jest zależna od zmiennej przestrzennej, opisującej położenie danego przekroju wirnika, i od czasu t .

Aby „uwolnić się” od ciężaru własnego wirnika, rozpatrzono jego drgania w płaszczyźnie poziomej. Obciążenie ciągłe $q(x, t)$, oznaczane po prostu jako q , można przedstawić w postaci sumy:

$$q = q_1 + q_2 \quad (4)$$

gdzie: q_1 – obciążenie ciągłe od siły bezwładności, q_2 – obciążenie ciągłe od siły naciągu magnetycznego.

Powyższe obciążenia ciągłe można przedstawić w postaci:

$$\begin{aligned} q_1 &= -\mu_w \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \\ q_2 &= C \cdot y \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie μ_w – masa jednostki długości wirnika.

Po podstawieniu (5) do (3) otrzymano równanie różniczkowe opisujące drgania poprzeczne wirnika:

$$\beta_w^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \gamma y = 0 \quad (6)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \beta_w^2 &= \frac{S}{\mu_w} \\ \gamma &= \frac{C}{\mu_w} \end{aligned} \quad (7)$$

Rozwiązanie równania różniczkowego (6) przedstawiono w postaci sumy:

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \cdot T_n(t) \quad (8)$$

gdzie: $X_n(x)$ – funkcje własne zależne od zmiennej x , $T_n(t)$ – funkcje zależne od czasu t .

Po podstawieniu rozwiązania (8) do równania różniczkowego (6) otrzymano dwa równania warunkowe:

$$\frac{\beta_w^2 X_n^{IV}(x)}{X_n(x)} = k_n^4 \quad (9)$$

$$\ddot{T}_n(t) + \omega_n^2 T_n(t) = 0 \quad (10)$$

gdzie: k_n – niezmienny (na razie) parametr, ω_n – częstotliwość drgań swobodnych wirnika.

Częstotliwość ω_n można wyznaczyć z zależności:

$$\omega_n^2 = k_n^2 - \gamma \quad (11)$$

Równanie opisujące funkcje własne $X_n(x)$ daje się zapisać w postaci:

$$X_n^{IV} - b_n X_n = 0 \quad (12)$$

gdzie:

$$b_n = \frac{k_n^4}{\beta_w^2} \quad (13)$$

Rozwiązanie równania (12) przedstawiono w postaci:

$$X_n = C_{1n} \operatorname{sh} mx + C_{2n} \operatorname{ch} mx + C_{3n} \sin mx + C_{4n} \cos mx \quad (14)$$

gdzie:

$$m = \frac{k_n}{\sqrt{\beta_w}} \quad (15)$$

Podobne równanie różniczkowe napisano dla tych odcinków wirnika, gdzie nie działa pole magnetyczne ($\gamma = 0$).

Z równań różniczkowych wyznaczono częstotliwości drgań swobodnych wirnika. Stałe całkowania $C_{1n}, C_{2n}, C_{3n}, C_{4n}$ określono na podstawie warunków brzegowych, tj. sposobu podparcia wirnika. Wykorzystano fakt zerowania się ugięcia i momentu gnącego na lewym i prawym końcu wirnika, a także zasadę ciągłości ugięć, kątów obrotu, momentów gnących i sił tnących. Otrzymany układ równań sprowadzono do jednego równania charakterystycznego:

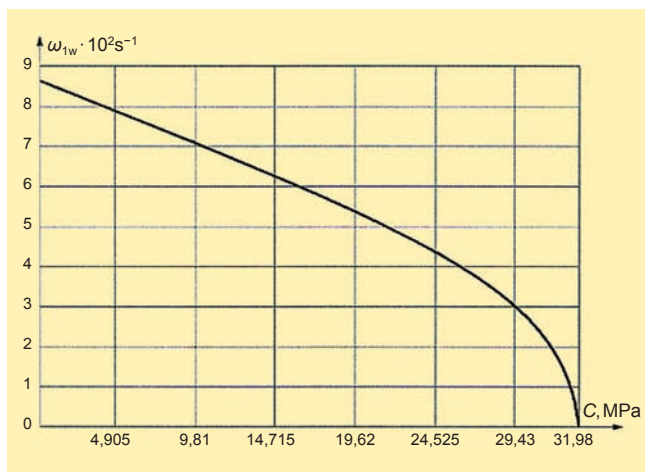
$$F(k_n) = 0 \quad (16)$$

Równanie to rozwiązano numerycznie – otrzymano szereg parametrów k_n i tym samym kolejne częstotliwości drgań swobodnych wirnika ω_n zależne od współczynnika naciągu magnetycznego C . Następnie wyznaczono takie wartości współczynnika C , przy których odpowiednie częstotliwości ω_n są równe zero – nazwano je wartościami krytycznymi C_{kr} . Na podstawie zależności (2) można określić wartość krytyczną szczeliny magnetycznej δ_{kr} , przy której ruch poprzeczny wirnika będzie niestateczny (istnieje ryzyko uderzenia wirnika o stojan). Zadaniem konstruktora silnika elektrycznego jest dobranie wielkości szczeliny magnetycznej większej od wartości krytycznej.

Przykład obliczeniowy

Obliczenia dynamiczne przeprowadzono dla wirnika składającego się z wału o stałej średnicy i symetrycznie umieszczonego na nim pakietu (rys. 3). Do obliczeń przyjęto:

- $L = 0,7$ m,
- $l = 0,375$ m,
- $d = 0,05$ m,
- $D = 0,08$ m,
- moduł sprężystości wzdłużnej pakietu $E_p = 3,37 \cdot 10^3$ MPa,
- moduł sprężystości wału $E_w = 2,06 \cdot 10^5$ MPa,
- $B_n = (0,66 \div 0,68)$ T,
- $k_C = 1,25$,
- $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$ Hm⁻¹,
- $\xi = 0,35$.



Rys. 4. Wykres zależności podstawowej częstotliwości drgań swobodnych wirnika od współczynnika naciągu magnetycznego

Równanie charakterystyczne (16) rozwiązano numerycznie, wyznaczając wiele parametrów k_n , z których na podstawie zależności (11) wyznaczono częstotliwości drgań swobodnych wirnika ω_n . Zmienną niezależną w równaniu (16) był współczynnik naciągu magnetycznego C . Dla danej wartości tego współczynnika otrzymano kolejne, wyższe wartości częstotliwości drgań swobodnych wirnika. Ograniczono się przy tym do najmniejszej (podstawowej) częstotliwości drgań swobodnych wirnika ω_{1w} . Wykres zależności tej częstotliwości od współczynnika naciągu magnetycznego C przedstawiono na rys. 4. Wynika z niego, że naciąg magnetyczny ma duży wpływ na podstawową częstotliwość drgań swobodnych wirnika – zmniejsza ją. Istnieje naciąg magnetyczny, przy którym częstotliwość drgań swobodnych wirnika wynosi zero. Współczynnik ten proponuje się nazwać krytycznym współczynnikiem naciągu magnetycznego C_{kr} . Stwierdzono, że naciąg magnetyczny w minimalnym stopniu wpływa na wyższe częstotliwości drgań swobodnych wirnika. W przedstawionym przykładzie obliczeniowym krytyczny współczynnik naciągu magnetycznego przyjął wartość $C_{kr} = 31,98$ MPa. Z zależności (2) wynika, że temu współczynnikowi odpowiada krytyczna szczelina magnetyczna opisana równaniem:

$$\delta_{kr} = \frac{C \cdot \delta}{C_{kr}} \quad (17)$$

Dla współczynnika $C_{kr} = 31,98$ MPa krytyczna szczelina magnetyczna jest równa $\delta_{kr} = 0,31$ mm.

Podsumowanie

W artykule pokazano sposób wyznaczania krytycznej wartości szczeliny magnetycznej między wirnikiem a stojanem silnika elektrycznego, przy której ruch poprzeczny wirnika staje się niestateczny. Na podstawie analizy ruchu poprzecznego wirnika wyznaczono podstawową częstotliwość jego drgań giętych oraz wielkości, od których ta częstotliwość zależy, a więc m.in. szczelinę magnetyczną. Stwierdzono, że istnieje taka jej wartość – nazwano ją krytyczną szczeliną magnetyczną – przy której częstotliwość drgań swobodnych wirnika jest równa zero. Krytyczna szczelina magnetyczna jest cennym parametrem konstrukcyjnym, pozwalającym na ocenę stateczności ruchu poprzecznego wirnika. Prawidłowo zaprojektowany wirnik powinien mieć szczelinę magnetyczną znacznie większą od jej krytycznej wartości.

LITERATURA

1. Dąbrowski M. „Promieniowy naciąg magnetyczny w turbogeneratorze z uniesionym wirnikiem”. *Przegląd Elektrotechniczny*. Nr 12 (2008).
2. Dąbrowski M. “Outline of research development on magnetic pull in electrical machines”. *Przegląd Elektrotechniczny*. Nr 8 (2012).
3. Morzuch W. “Dynamic stability of rotor of electric motor loaded by axial compression and magnetic tension”. *Przegląd Elektrotechniczny*. Nr 7 (2010).
4. Niezgodziński M., Niezgodziński T. „Wytrzymałość materiałów”. Warszawa: PWN, 2009.