

Wpływ sposobu modyfikacji głowy zęba na naprężenia stykowe pary kół walcowych stosowanych w przemyśle lotniczym

The effect of the tip relief modification method on the contact stresses in cylindrical gears used in the aerospace industry

JADWIGA PISULA
ROBERT BUSZ*

DOI: 10.17814/mechanik.2016.2.14

Artykuł z XIII Forum Inżynierskiego ProCAx 2015

Zbadano wpływ sposobu modyfikacji głowy zęba na naprężenia kontaktowe w zakresie zazębienia pary zębów kół walcowych w obszarze ograniczonej wytrzymałości boku zęba na naprężenia stykowe. Do analizy wybrano dwa sposoby modyfikacji głowy zęba: z wykorzystaniem krzywej łączącej ewolwentę podstawową z ewolwentą głowy zęba oraz krzywej definiowanej. Analizę, z zastosowaniem metody elementów skończonych (MES), wykonano na modelach dwóch przekładni walcowych zaprojektowanych do badań stanowiskowych.

SŁOWA KLUCZOWE: przekładnia walcowa, modyfikacja głowy zęba, analiza kontaktu, MES

In this paper influence of tip relief modification method on contact stresses for cylindrical gear mesh in the area of limited contact strength of tooth flank was scrutinized. Two methods of tip relief were tested: one with reference to the curve connecting the base involute with the involute of the tooth point and another to that of the defined curve. The investigation work with use of the finite element method (FEM) was performed on models of two cylindrical gear pairs, designed for laboratory tests.

KEYWORDS: cylindrical gears, tip relief, contact examination, FEM

Konstrukcja boku zęba może być modyfikowana w celu poprawy płynności ruchu, własności dynamicznych i wytrzymałościowych przekładni. Zmianie ulega kształt powierzchni bocznej zęba w jej zakresie użytkowym. Można zmienić zarys lub linię zęba oraz topologię. Wyróżnia się modyfikację głowy i stopy zęba [3].

Aby uniknąć udarowego wejścia zęba w przypór oraz wyjścia z przyporu, zmodyfikowano głowę zęba. Do analizy zazębienia wykorzystano dwa sposoby modyfikacji:

- z zastosowaniem krzywej przejściowej eliminującej występowanie karbu w miejscu łączenia ewolwentę podstawowej i ewolwentę modyfikacji głowy zęba (realizowaną według programu obrabiarki nacinającej uzębienie),
- z zastosowaniem krzywej definiowanej przez zbiór punktów.

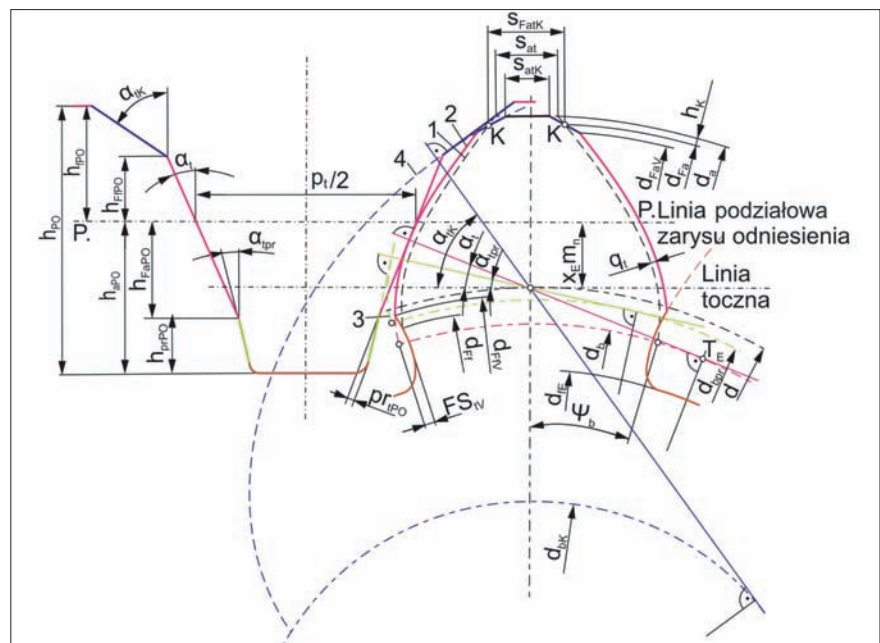
Przedmiotem analizy był wpływ wybranej metody na naprężenia kontaktowe w obszarze modyfikacji głowy zęba.

Modyfikacja zarysu zęba – cele i sposoby realizacji

Modyfikacja zarysu zęba służy uniknięciu lub ograniczeniu niekorzystnych zjawisk wywołanych przez [3, 6]:

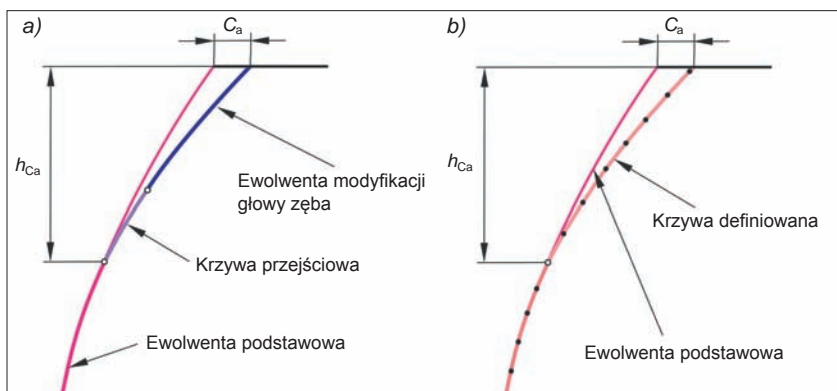
- odkształcenia sprężyste zębów pod obciążeniem (które mogą doprowadzić do uderzania zębów przy wżębieniu i wyzębieniu),
- różnicę temperatur zębika i koła (która prowadzi do nierównomiernego powiększania się promieni kół zasadniczych i podziałek zasadniczych koła i zębika, zwłaszcza w przekładniach szybkobieżnych),
- rozszerzenie się korpusów kół pod wpływem sił odśrodkowych.

Na rys. 1 przedstawiono zarys odniesienia narzędzia w przekroju czołowym z możliwymi do zastosowania krawędziami celowo modyfikującymi zarys zęba koła walcowego. Pomiędzy ewolwentą nominalną (podstawową) zarysu zęba oznaczoną 2, otrzymywaną jako obwiednia położenia krawędzi nominalnej



Rys. 1. Zarys zęba koła walcowego w przekroju czołowym odwzorowany przez narzędzie typu zębatkowego o zarysie odniesienia uwzględniającym modyfikacje według DIN 3960 [9]; 1 – ewolwenta podstawowa (po obróbce wykończeniowej), 2 – ewolwenta podstawowa (po obróbce wstępnej), 3 – ewolwenta protuberancji, 4 – ewolwenta modyfikacji głowy zęba, α_t – kąt zarysu ewolwentę podstawowej, α_{tr} – kąt zarysu ewolwentę protuberancji, d – średnica podziałowa, d_b – średnica głowy zęba, d_a – średnica zasadnicza, d_{bK} – średnica zasadnicza protuberancji, d_{bK} – średnica zasadnicza modyfikacji głowy zęba, d_{fV} – użyteczna średnica głowy zęba, d_{aV} – użyteczna średnica głowy zęba (po obróbce wstępnej), d_{fI} – średnica dna wrębu, d_{fI} – średnica użyteczna stopy zęba, d_{fV} – średnica użyteczna stopy zęba po obróbce wstępnej, FS_{IV} – głębokość podcięcia zęba, h_{pO} – wysokość zarysu odniesienia narzędzia, h_{aPO} – wysokość protuberancji zarysu odniesienia narzędzia, h_{aPO} – wysokość głowy zęba zarysu odniesienia narzędzia, h_{fPO} – wysokość użyteczna głowy zęba zarysu odniesienia narzędzia, h_{fPO} – wysokość użyteczna stopy zęba zarysu odniesienia narzędzia, h_K – promieniowa wysokość modyfikacji głowy zęba, pr_{fPO} – wielkość protuberancji narzędzia, $p_t/2$ – połowa podziałki czołowej, q_t – naddełek na obróbkę wykończeniową, S_{at} – grubość wierzchołka zęba po łuku, S_{atK} – grubość wierzchołka zęba po łuku z uwzględnieniem modyfikacji głowy zęba, S_{FatK} – grubość zęba po łuku na średnicy użytecznej głowy zęba, T_E – punkt styku linii przyporu z okręgiem zasadniczym, ψ_b – połowa kąta grubości zęba na średnicy zasadniczej, x_{Em} – obróbkowe przesunięcie zarysu

* Dr inż. Jadwiga Pisula (jpisula@prz.edu.pl) – Katedra Konstrukcji Maszyn Politechniki Rzeszowskiej, mgr inż. Robert Busz (robert.b000@wp.pl)



Rys. 2. Modyfikacja głowy zęba: a) z zastosowaniem krzywej przejściowej w miejscu łączenia ewolwenty podstawowej i ewolwenty modyfikacji głowy zęba, b) z zastosowaniem krzywej definiwanej przez zbiór punktów; C_a – głębokość modyfikacji głowy zęba, h_{ca} – wysokość modyfikacji głowy zęba

stanowiącej odcinek, a ewolwentą głowy zęba oznaczoną 4, uzyskiwaną poprzez takie samo odwzorowanie odcinka połączonego z odcinkiem nominalnym, występuje karb. Jego pojawienie się na zarysie rzeczywistego koła stanowi problem. Prowadzi do nagłego spiętrzenia naprężeń na maksymalnym poziomie, co przekłada się na wytrzymałość zmęczeniową boku zęba [3÷5, 8]. W praktyce próbuje się uniknąć tego spiętrzenia, stosując dwa sposoby modyfikacji głowy zęba [1, 7].

Pierwszy z nich polega na wprowadzeniu pomiędzy ewolwentę podstawową a ewolwentę głowy zęba łącznika w postaci krzywej przejściowej (rys. 2a). Jest to tzw. modyfikacja liniowa, ponieważ do definicji ewolwenty głowy zęba wykorzystano fragment odcinka z zarysu odniesienia narzędzia (rys. 1). Drugi sposób to modyfikacja punktowa, gdzie zarys jest definiowany zbiorem punktów, przez które poprowadzono *spline* (modyfikacja krzywą definiowaną lub modyfikacja punktowa). W znacznej części zarys ten pokrywa się z ewolwentą nominalną (rys. 2b) i ewolwentą modyfikacji głowy zęba.

Na potrzeby analizy kontaktu zębów przygotowano dwie przekładnie:

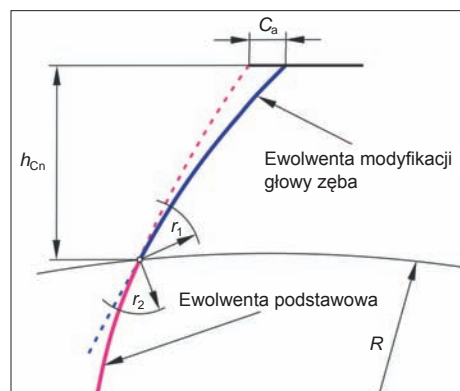
- w jednej zastosowano modyfikację liniową z krzywą przejściową,
- w drugiej zdefiniowano zarysy kół za pomocą krzywej definiwanej punktowo.

Głębokość modyfikacji głowy zęba C_a w obu przypadkach jest taka sama i została określona jako odległość po łuku zarysu modyfikowanego od ewolwenty nominalnej na średnicy wierzchołków. Nominalna wysokość modyfikacji h_{cn} (rys. 3) jest równa w obu typach modyfikacji. Definiuje się ją jako punkt przecięcia się ewolwenty nominalnej i ewolwenty modyfikacji głowy zęba na zadanym promieniu R . Stąd wysokość modyfikacji h_{ca} nieco się różni.

Zakres określony promieniami r_1 i r_2 jest obszarem przejścia z ewolwenty nominalnej na ewolwentę modyfikacji głowy zęba i różni się w obu typach modyfikacji, tj. liniowej i punktowej. Rozróżnia się to poprzez dodanie indeksów L – liniowa i P – punktowa. W obu typach jako początek modyfikacji przyjmuje się ostatni punkt na ewolwencie nominalnej, idąc promieniowo na zewnątrz. Dlatego wysokość h_{ca} w modyfikacji liniowej (rys. 2a) jest złożeniem h_{cn} i r_{2L} , a w modyfikacji punktowej (rys. 2b) – jest złożeniem h_{cn} i r_{2P} . W modyfikacji punktowej cały zarys jest zdefiniowany jedną krzywą, bez wyraźnych obszarów przejściowych pomiędzy ewolwentą nominalną a modyfikowanym fragmentem zarysu. Modyfikacja liniowa ma wyraźnie zaznaczoną strefę przejścia. Obszar ten jest wyliczony ze względu na realizowany algorytm szlifarki wybrany przez technologa, zarówno przy szlifowaniu obwodniowym, jak i kształtowym. Wpływ konstruktora na poziom naprężeń kontaktowych w tym obszarze jest bardzo ograniczony.

Przygotowanie modeli do analizy MES kontaktu zębów kół

Przed analizą kontaktu zazębienia w przekładniach oraz określeniem naprężeń kontaktowych w punktach zazębienia

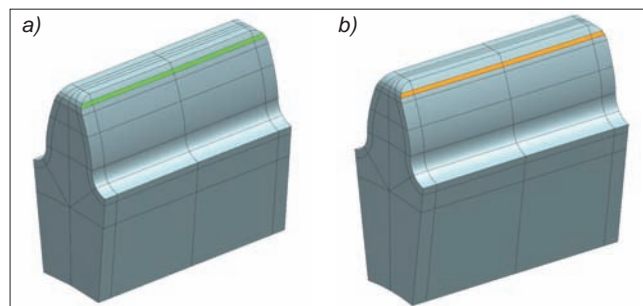


Rys. 3. Definicja nominalnej wysokości modyfikacji głowy zęba; h_{cn} – nominalna wysokość modyfikacji, R , r_1 i r_2 – promienie definiujące położenie modyfikacji

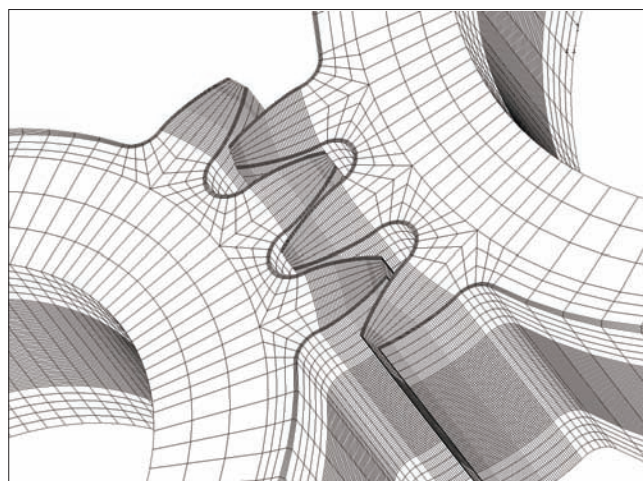
wstępnie wykonano modele zębów kół zębatych uwzględniające modyfikację głowy zęba. Model zęba zębniaka i koła z zaznaczonym podziałem powierzchni według zamierzonej strategii podziału na elementy skończone oraz wyróżnioną powierzchnią przejściową rozpoczynającą modyfikację wierzchołka zęba przedstawiono na rys. 4.

Następnie wykonano modele pełnych otoczek kół, pozostawiając jedynie kilka zębów, które poddano analizie kontaktu. Modele zaimportowano do programu Ansys w postaci plików Parasolid *.x_t. Wprowadzone ograniczenie geometryczne kół pozwoliło na zmniejszenie liczby elementów skończonych użytych w procesie dyskretyzacji i nie wpływało na poprawność wyników [2]. Na rys. 5 przedstawiono model przekładni walcowej przygotowany do obliczeń w programie Ansys.

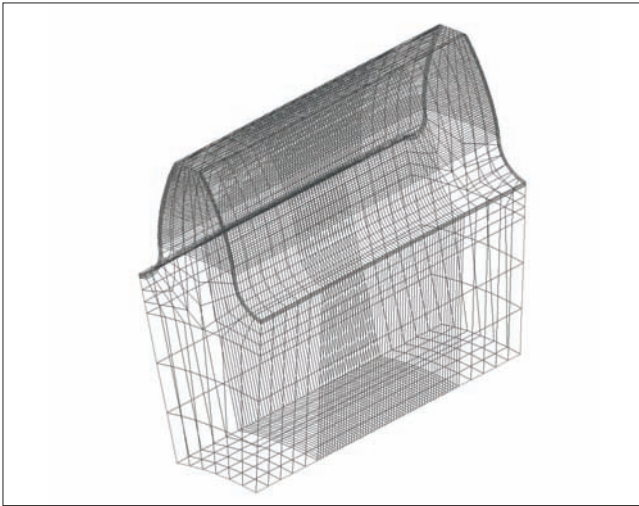
W wybranych obszarach modelu, w których przewidywano kontakt oraz oczekiwano dokładnych wyników w zakresie



Rys. 4. Modele zębów kół uwzględniające modyfikację głowy zęba z wykorzystaniem krzywej łączącej ewolwentę nominalną i ewolwentę głowy: a) koła, b) zębniaka



Rys. 5. Model przekładni przygotowany do obliczeń (widok w programie Ansys)



Rys. 6. Zagęszczenie siatki elementów skończonych na zębie koła

TABLICA. Parametry modelu przekładni

Rodzaj elementu		Liczba
Element strukturalny	SOLID185	353 160
Kontakty (zębnik)	TARGE170	2350
Kontakty (koło)	CONTA174	2500
Liczba równań		1146 129

naprężeń kontaktowych, przyjęto znacznie większą gęstość siatki elementów skończonych (rys. 6).

Do analizy przyjęto obciążenie zębnika momentem obrotowym 750 Nm, założono, że koła będą z jednakowego materiału – stali 17HNM (stan po obróbce cieplno-chemicznej). W celu rozpatrzenia współpracy par zębów zadano obrót zębnika (stały co $0,5^\circ$) i obciążenie w taki sposób, aby oddać rzeczywiste warunki pracy przekładni. Całość zadania wykonana została w 36 krokach obliczeniowych, co pozwoliło na precyzyjne wyznaczenie wyników na dowolnym etapie zazębienia dla dwóch par zębów.

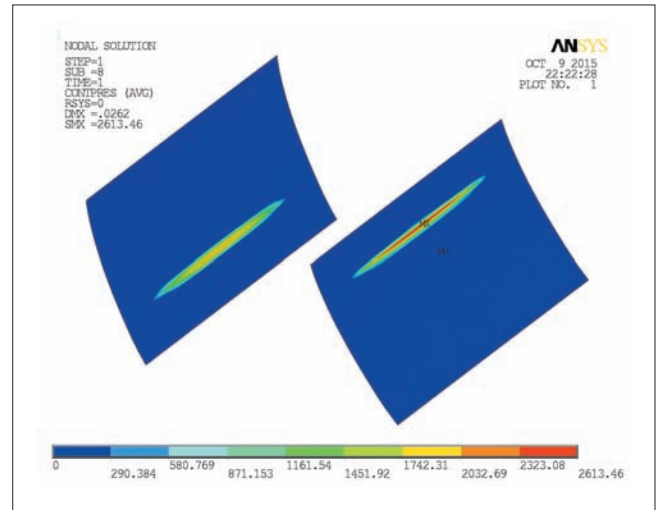
W efekcie przeprowadzonych obliczeń otrzymano rozwiązania dla wszystkich założonych kroków obliczeniowych. Obliczenia MES w programie Ansys posłużyły do analizy zazębienia i zaprezentowania jej wyników w postaci graficznej.

Wyniki analizy kontaktu zazębienia

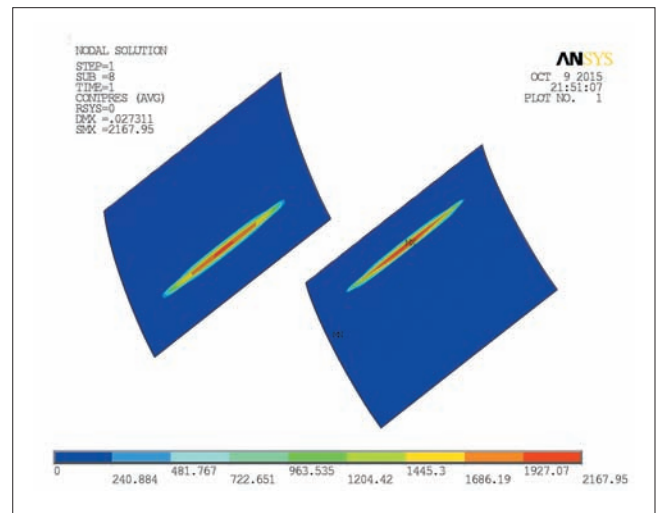
Analizę kontaktu przeprowadzono dla dwóch sąsiadujących par zębów. Rozpoczyna się ona od punktu zazębienia C, czyli punktu styku na walcach toczyńnych (w tym przypadku walcach podziałowych) pary pierwszej oznaczonej „1-1”. Para „2-2” to zęby wchodzące w przypór dwuparowy z parą „1-1”.

Naprężenia kontaktowe na powierzchni boku zęba w dwuparowym zazębieniu przedstawiono na rys. 7 i 8, odpowiednio dla kół ze zmodyfikowaną liniową głową zęba w chwili przejścia z zarysu ewolwenty podstawowej na ewolwentę głowy zęba oraz z modyfikacją za pomocą krzywej definiwanej w tym samym miejscu styku. Było to dwuparowe zazębienie, które rozkłada obciążenie przekładni na dwie współpracujące pary zębów. Naprężenia stykowe w obu przypadkach są wysokie, ale przy modyfikacji liniowej wartość naprężeń maksymalnych na naciski jest większa o 445 MPa niż przy modyfikacji punktowej. Ponadto wyraźny skok naprężeń stykowych pojawia się na boku zęba zmierzającym ku wyjściu z zazębienia w przypadku zastosowania modyfikacji liniowej, w przeciwieństwie do równomiernego rozkładu naprężeń w drugim przypadku.

Porównanie naprężeń kontaktowych w trakcie zazębienia przekładni w pierwszej oraz drugiej parze zębów przedstawiono na wykresach – odpowiednio rys. 9 i 10. Z przebiegu



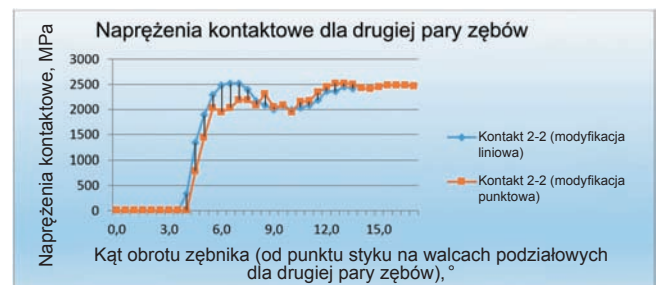
Rys. 7. Naprężenia kontaktowe w MPa na powierzchni boku zęba w chwili przejścia z zarysu ewolwenty podstawowej na ewolwentę wierzchołka zęba (modyfikacja liniowa)



Rys. 8. Naprężenia kontaktowe w MPa na powierzchni boku zęba pod zastosowaniu modyfikacji punktowej (krzywej definiwanej)



Rys. 9. Naprężenia kontaktowe w trakcie zazębienia przekładni dla pierwszej pary zębów („1-1”)



Rys. 10. Naprężenia kontaktowe w trakcie zazębienia przekładni dla drugiej pary zębów („2-2”)

obu wykresów wynika, że następuje wzrost naprężeń kontaktowych w obszarach wchodzenia w przypór i wychodzenia z przyporu, w obszarze przejściowym pomiędzy ewolwentą nominalną a ewolwentą modyfikacji głowy zęba.

Zarówno dla modyfikacji liniowej, jak i punktowej w obszarze przejścia z ewolwenty nominalnej na krzywą modyfikacji głowy zęba obserwuje się lokalny wzrost naprężeń kontaktowych (rys. 9). Przy modyfikacji punktowej wzrost naprężenia kontaktowego stanowi maksimum lokalne. W przypadku modyfikacji liniowej jest to maksimum globalne w całym obszarze przyporu, co przy założeniu jednakowej wytrzymałości boku zęba na zmęczenia stykowe wywoła pitting w tym obszarze. Podobne zjawisko występuje przy wchodzeniu w przypór pary „2-2”, gdzie kontakt rozpoczyna się na zarysie modyfikacji głowy zęba, a następnie przechodzi w ewolwentę nominalną poprzez obszar przejściowy (rys. 10).

Wnioski

W obróbce kształtowej uzębienia ewolwentowego stosuje się dwa rodzaje modyfikacji głowy zęba z zastosowaniem ewolwenty modyfikacji głowy:

- za pomocą krzywej łączącej ewolwentę głowy i ewolwentę nominalną – ta metoda nie zapewnia równomiernego przejścia promieni krzywizn w punktach łączenia,
- krzywą definiowaną – ten sposób pozwala na łagodny rozkład promieni krzywizn na zarysie.

Analizy numeryczne MES potwierdzają występowanie fluktuacji naprężeń kontaktowych wzdłuż zarysu zęba. Wyraźny skok naprężeń kontaktowych pojawia się na boku zęba zmierzającym ku wejściu i wyjściu z zazębienia w przypadku zastosowania modyfikacji liniowej.

Występowanie znacznie większych naprężeń kontaktowych w obszarze krzywej przejścia w przyporze dwuparowym niż jednoparowym może prowadzić do katastroficznego narastania pittingu, a to z kolei grozi odłamaniem wierzchołka zęba i blokadą np. przekładni śmigłowca. Jest to szczególnie istotne z punktu widzenia bezpieczeństwa w transporcie lotniczym.

Badania realizowane w ramach Projektu „Nowoczesne technologie materiałowe stosowane w przemyśle lotniczym”, Nr POIG.01.01.02-00-015/08-00 w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (PO IG). Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

LITERATURA

1. Beghini M., Presicce F., Santus C. “Proposal for Tip Relief Modification to reduce Noise in Spur Gears and sensitivity to meshing conditions”. *Gear Technology*. (March/April 2006): pp. 34–35.
2. Budzik G., Pacana J. „Analiza poprawności rozwiązania MES w zależności od rodzaju oraz liczby zastosowanych elementów skończonych”. *Acta Mechanica Slovaca*. PRO-TECH-MA Ročník 12, c. 3-A/2008, pp. 327–332.
3. Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A. „Przekładnie walcowe. Geometria – Wytrzymałość – Dokładność wykonania”. T. 1. Warszawa: Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, 1992.
4. Litvin F.L., Fuentes A., Gonzalez-Perez I., Carvenali L., Kawasaki K., Handschuh R.F. “Modified involute helical gears: computerized design, simulation of meshing and stress analysis”. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. No. 192 (2003): pp. 3619–3655.
5. Marković K., Franulović M. “Contact stresses in gear teeth due to tip relief profile modification”. UDC 621.883.15:62-233.5 (2011): pp. 19–26.
6. Niemann G., Winter H. „Maschinenelemente: Band 2: Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe – Grundlagen, Stirnradgetriebe”. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag, 2002.
7. Palmer D., Fish M. “Evaluation of methods for calculating effects of tip relief on transmission error, noise and stress in loaded spur gears”. *Gear Technology*. January/February 2012.
8. Wiktor J. „Analityczno-numeryczne metody analizy parametrów geometrycznych, zakłóceń ruchu i wytrzymałości przekładni walcowych”. Rzeszów: Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2004.
9. DIN 3960 Definitions, parameters and equations for involute cylindrical gears and gear pairs ■