

Modelowanie CAD zwoju ślimaka globoidalnego stożkopochodnego na podstawie modelu matematycznego

CAD modeling work of the globoid worm with conical shank cutter with reference to mathematical model

PIOTR POŁOWNIAK
MARIUSZ SOBOLAK *

DOI: 10.17814/mechanik.2016.5-6.100

Artykuł z XIII Forum Inżynierskiego ProCAx 2015

Przedstawiono sposób modelowania ślimaka globoidalnego stożkopochodnego z wykorzystaniem systemów CAD i modelu matematycznego. Pokazano algorytmy w programie Matlab R2013a oraz makra w programie Excel, które automatycznie przekształcają dane numeryczne w model CAD zwoju ślimaka. **SŁOWA KLUCZOWE:** przekładnia ślimakowa globoidalna, ślimak globoidalny

This paper presents a method of modeling the globoid conic worm using CAD systems and mathematical model. The algorithms made in Matlab R2013a and macro made in Excel, which automatically transform the numerical data into CAD model of worm tooth were presented.

KEYWORDS: globoid worm gear, globoid worm

Do opisu ślimaka globoidalnego, którego powierzchnia boczna jest definiowana znamionowym zarysem narzędzia użytego do obróbki, konieczne są informacje dotyczące geometrii narzędzia oraz układu kinematycznego obróbkowego [5]. Potrzebna jest znajomość ogólnych równań matematycznych, na podstawie których można wyznaczyć linie styku narzędzia i modelowanego ślimaka. Dane zbioru linii styku, uzyskane dzięki algorytmom w programie Matlab R2013a oraz makrom w programie Excel, można automatycznie przekształcić w model CAD zwoju ślimaka.

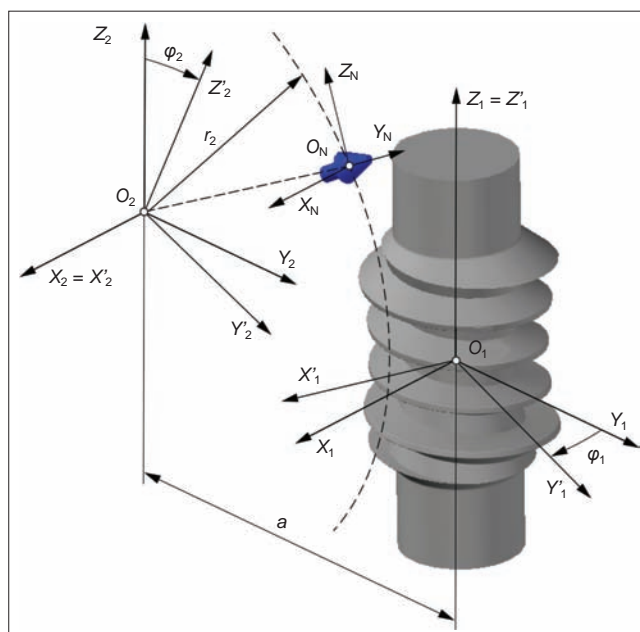
Układ kinematyczny kształtowania zwoju ślimaka globoidalnego frezem trzpieniowym

W modelowaniu ślimaka stożkopochodnego wychodzi się od znajomości układu kinematycznego (rys. 1). Frez stożkowy wykonuje obrót w płaszczyźnie Y_2Z_2 względem punktu O_2 (środką średnicy podziałowej ślimacznicy w przekładni) oraz ruch obrotowy wokół własnej osi. Ślimak wykonuje ruch obrotowy względem własnej osi. Frez (punkt O_N) jest odsunięty od punktu O_2 o wartość r_2 , odpowiadającą promieniowi podziałowemu ślimacznicy. Na tym promieniu określana jest średnica znamionowa narzędzia [4].

Stosunek obrotu narzędzia względem punktu O_2 w płaszczyźnie Y_2Z_2 do obrotu otoczki ślimaka względem osi Z_1 jest równoważny przełożeniu przekładni:

$$i = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \left(= \frac{z_1}{z_2} \right) \quad (1)$$

gdzie: φ_1 – kąt obrotu ślimaka, φ_2 – kąt obrotu ślimacznicy, z_1 – liczba zębów ślimaka, z_2 – liczba zębów ślimacznicy.



Rys. 1. Układ kinematyczny modelowania boku zęba ślimaka narzędziem trzpieniowym: $X_1Y_1Z_1$ – układ nieruchomy otoczki (ślimaka), $X_2Y_2Z_2$ – układ nieruchomy obróbkowy, $X'_1Y'_1Z'_1$ – pomocniczy układ otoczki (ślimaka), $X'_2Y'_2Z'_2$ – pomocniczy układ obróbkowy, $X_NY_NZ_N$ – układ narzędzia, r_2 – promień obrotu narzędzia, a – odległość punktów O_1, O_2 (środków układów $X_1Y_1Z_1$ i $X_2Y_2Z_2$) [4]

Na tej podstawie można określić zależności kinematyczne przy obróbce [1, 2].

Matematyczny opis ruchów narzędzia stanowi grupa jednorodnych macierzy transformacji [4]. Założono, że narzędzie jest przedstawione w układzie $X_2Y_2Z_2$:

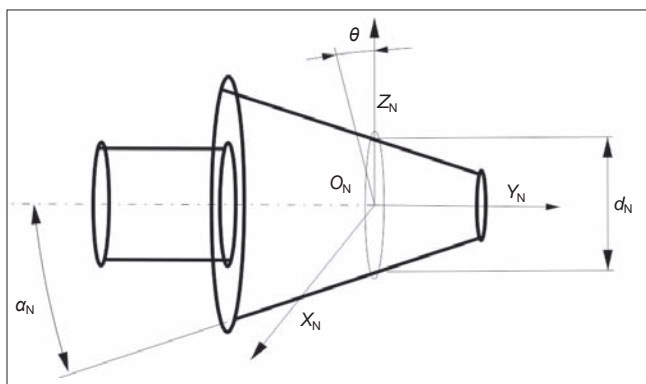
$$M = \begin{bmatrix} \cos(-\varphi_1) & -\sin(-\varphi_1) & 0 & 0 \\ \sin(-\varphi_1) & \cos(-\varphi_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_2) & -\sin(\varphi_2) & 0 \\ 0 & \sin(\varphi_2) & \cos(\varphi_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1) & \cos(\varphi_2) \cdot \sin(\varphi_1) & -\sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2) & -a \cdot \sin(\varphi_1) \\ -\sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) \cdot \cos(\varphi_2) & -\cos(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2) & -a \cdot \cos(\varphi_1) \\ 0 & \sin(\varphi_2) & \cos(\varphi_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Model matematyczny stożkowego frezu trzpieniowego

Model frezu trzpieniowego przedstawiono na rys. 2. Jego podstawowe parametry geometryczne, a także parametryczne równanie opisujące powierzchnię narzędzia w układzie ślimaka $X_1Y_1Z_1$ oraz w układzie obróbkowym narzędzia zostały przez autorów przedstawione w pracy [4].

* Mgr inż. Piotr Połowniak (ppolowniak@prz.edu.pl), dr hab. inż. Mariusz Sobolak prof. PRz (msobolak@prz.edu.pl) – Katedra Konstrukcji Maszyn, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej



Rys. 2. Parametry narzędzia (frezu trzpieniowego): d_N – średnica znamionowa narzędzia, θ – parametr powierzchni narzędzia, α_N – kąt zarysu narzędzia [3]

Linie styku narzędzia i ślimaka

Powierzchnia boczna zwoju ślimaka powstaje w następie liniowego styku narzędzia i kształtowanego ślimaka. Spełniony jest podstawowy warunek zazębienia [5]:

$$n_x v_x + n_y v_y + n_z v_z = 0 \quad (3)$$

gdzie: n_x, n_y, n_z – składowe wektora normalnego do powierzchni; v_x, v_y, v_z – składowe wektora stycznego.

Rozwiązaniem równania (3) są dwie linie styku, kształtujące dwa boki zęba równocześnie. Daną linię styku należy wprowadzić do równania (4) – w ten sposób otrzymuje się kolejną powierzchnię $P(\varphi_1)$ jednego i drugiego boku ślimaka:

$$P(\varphi_1) = M_{\text{linia_globoidalna}} \cdot \text{linia_styku}^{(1)} \quad (4)$$

gdzie: $M_{\text{linia_globoidalna}}$ – macierz równań globoidalnej linii śrubowej [2], $\text{linia_styku}^{(1)}$ – linia styku w układzie ślimaka $X_1 Y_1 Z_1$ [4].

Modelowanie CAD zwoju ślimaka globoidalnego stożkopochodnego

W programie Matlab R2013a wykonano algorytm eksportujący punkty linii styku (ich współrzędne) do pliku *txt*, którego struktura (rys. 3) jest odpowiednia dla makra programu Excel.

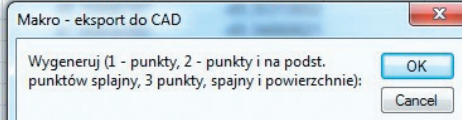
Plik *txt* należy zaimportować do programu Excel. Jego makro pozwala na wybranie określonej opcji eksportu danych do programu CATIA. Możliwe jest także łączenie określonych punktów w splajny (profile) oraz generowanie na ich podstawie powierzchni wieloprzekrojowej (rys. 4). Na rys. 5 pokazano wygenerowaną automatycznie powierzchnię wieloprzekojową boku zęba ślimaka. Za pomocą makra wygenerowano też drugi bok zęba ślimaka.

Przekrój w dowolnej płaszczyźnie osiowej modelu zwoju ślimaka stożkopochodnego, utworzonego w systemie CATIA, posłużył do określenia zarysu. Okazało się, że otrzymano prostoliniowy zarys ślimaka w jego przekroju osiowym.

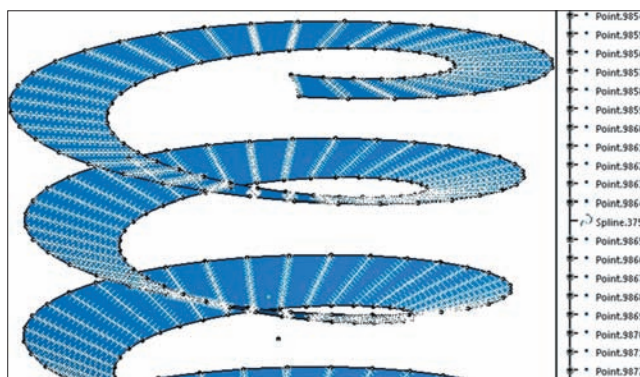
punkty_eksport — Notatnik	
Plik Edycja Format Widok Pomoc	
StartLoft	
StartCurve	
0.	339808176461979; -48.4390382559896; -37.2848414993793
0.	348688596893849; -47.4762863186205; -37.5552284123389
0.	357922844174651; -46.5135455155543; -37.8256550641464
0.	367532393517465; -45.5508168085507; -38.0961248873667
0.	377540485085602; -44.5881012629644; -38.3666416843007

Rys. 3. Punkty linii styku wyeksportowane do pliku *txt*

	A	B	C	D
1	StartLoft			
2	StartCurve			
3		-0,487639198	-51,82591796	-49,37277347
4		-0,482124608	-50,78556993	-49,36621629
5		-0,476108624	-49,74522438	-49,35966798
6		-0,469559253		
7		-0,462441731		
8		-0,454718223		
9		-0,446347473		
10		-0,437284414		
11		-0,427479719		
12		-0,416879286		
13		-0,405423654		
14		-0,393047323		
15		-0,379677976		
16		-0,365235571		



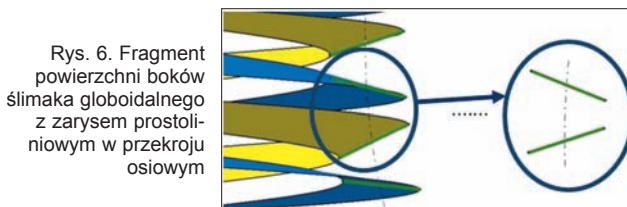
Rys. 4. Makro programu Excel eksportujące punkty do systemu CATIA, tworzące profile na podstawie punktów oraz rozwijające powierzchnie wieloprzekrojowe na podstawie profilu



Rys. 5. Punkty i profile linii styku wyeksportowane automatycznie za pomocą makra programu Excel oraz wygenerowana powierzchnia wieloprzekrojowa boku zęba ślimaka

Wnioski

Przedstawione algorytmy wspomagają proces modelowania ślimaka globoidalnego stożkopochodnego. Mimo że linie styku mają charakter krzywoliniowy, nie pokrywają się z zarysem osiowym ślimaka – po wyszczególnieniu przekroju osiowego ślimaka okazuje się, że ma on zarys prostoliniowy (rys. 6). Do wytworzenia ślimaka globoidalnego z zarysem prostoliniowym można wykorzystać frez palcowy stożkowy.



Rys. 6. Fragment powierzchni boków ślimaka globoidalnego z zarysem prostoliniowym w przekroju osiowym

LITERATURA

- Połowniak P., Sobolak M. „Matematyczny model ślimaka globoidalnego na potrzeby generowania modelu CAD”. *Mechanik*. Nr 2 (2015): CD.
- Połowniak P., Sobolak M. „Modelowanie ślimaka globoidalnego w środowisku CAD”. *Mechanik*. Nr 1 (2015): s. 71÷74.
- Połowniak P., Sobolak M. „Wykorzystanie systemów CAD do modelowania ślimaka stożkowym narzędziem trzpieniowym”. W: „Wybrane zagadnienia i problemy z zakresu budowy maszyn”. Red. L. Skoczyła, S. Kut. Rzeszów: Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2014: s. 1÷12.
- Połowniak P., Sobolak M. „Wykorzystanie modelu matematycznego do modelowania ślimaka globoidalnego stożkowym narzędziem trzpieniowym”. *Przegląd Mechaniczny*. Nr 1–2 (2016): s. 41÷45.
- Skoczyła L. „Synteza geometrii zazębienia walcowych przekładni ślimakowych ze ślimakiem o dowolnym zarysie”. Rzeszów: Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2010.