

Problematyka podziału przełożenia całkowitego między kołem centralnym a jazmem w przekładni z zespołem dwuwieżcowych kół satelitarnych

The issue of distribution of the total gear ratio between central gear and the yoke in the gear systems with dual satellite wheels

PAWEŁ WYSMULSKI
LESZEK KUŚMIERZ*

DOI: 10.17814/mechanik.2015.8-9.501

Przedstawiono wybrane problemy związane z projektowaniem przekładni planetarnych dwustopniowych z zespołem dwuwieżcowych kół obiegowych. Przekładnie tego typu umożliwiają uzyskanie znacznych przełożeń w szerokim zakresie wartości (od kilkunastu do kilkudziesięciu). Szczególną uwagę zwrócono na podział przełożenia całkowitego między kołem centralnym a jazmem na przełożenia cząstkowe. Wykazano, że istnieje ograniczenie maksymalnej wartości przełożenia I stopnia reduktora planetarnego, wynikające ze spełnienia warunku sąsiedztwa. Z drugiej strony, zmniejszanie wartości tego przełożenia prowadzi do znaczącej redukcji liczby zębów koła satelitarnego współpracującego z kołem koronowym. Omówiono warunki konstrukcyjne, które należy spełnić w procesie projektowania rozważanego typu przekładni. Zaprezentowano, uwzględniając przyjęte dane, schemat zazębienia obu par współpracujących kół – zwrócono przy tym uwagę na występującą w wielu przypadkach konieczność przeprowadzania korekcji konstrukcyjnej typu P. Zbadano wpływ zmiany przełożenia I stopnia na wartości zdefiniowanego w określony sposób wymiaru zewnętrznego przekładni D stanowiącego ważny parametr eksploatacyjny.

SŁOWA KLUCZOWE: reduktor planetarny, przekładnia obiegowa dwustopniowa, zespół dwuwieżcowych kół satelitarnych

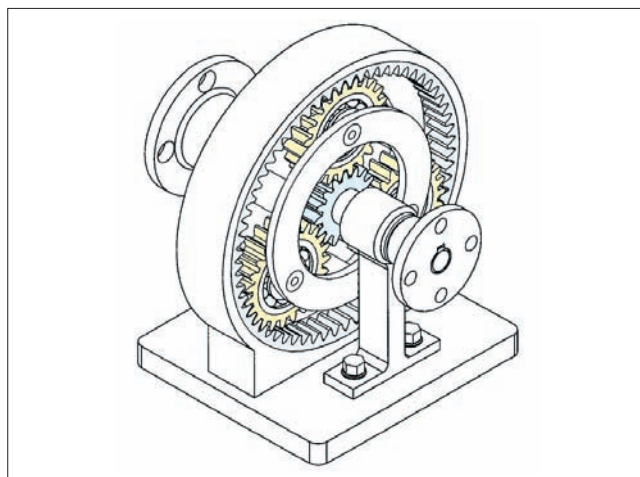
Presented in the article are some problems related to design work on of two-stage planetary gear with dual satellite wheels. Gears of this type provide for opportunity to arrive at significant gear ratios within considerable number of the ratios (from a few to dozens). Particular attention is paid to distribution of the total gear ratio between the central gear and the yoke by fractional rates. It is shown that there is a limit to the maximum value of the first stage gear ratio in the single-stage planetary reduction gear due to the direct neighborhood condition. On the other hand, reduced value of this gear ratio should lead to significant reduction of number of teeth in the satellite wheels remaining in mesh with the ring gear. The design conditions to be complied with in the design process of a specific type of planetary gear are discussed. Presented with reference to the requirements data, is meshing diagram of both pairs of mating wheels with the attention paid to the P-type structural correction as should be required in many cases. Also scrutinized is the effect of the changes to the first stage ratio on the specifically determined outside dimension D considered as a critical operation service parameter.

KEYWORDS: two-stage planetary gear, reduction gear, dual satellite wheels

W układach napędowych jednym z najczęściej stosowanych typów przekładni mechanicznych jest przekładnia z kołami zębatymi o osiach stałych. Może ona występować w formie przekładni jedno- lub wielostopniowej, umożliwiającej określoną zmianę prędkości obrotowej w zależności od uzyskanego przełożenia. W przypadku przekładni zwykłej z kołami walco-

wymi realizacją przełożenia o znacznej wartości wiąże się z koniecznością wykonania tej przekładni jako wielostopniowej, co istotnie zwiększa jej wymiary, masę oraz masowe momenty bezwładności (głównie kół zębatych). Alternatywę stanowią przekładnie obiegowe (planetarne), w których – w odróżnieniu od przekładni zwykłych – występują koła wykonujące ruch obrotowy względem ruchomego członu nazywanego jazmem, obracającego się względem obudowy. Przekładnie obiegowe bada się pod różnym kątem. W dostępnej literaturze autorzy zajmują się m.in. takimi zagadnieniami, jak analiza zazębienia współpracujących ze sobą par kół [1, 17, 21] czy badania wibracji wywołanych różnymi czynnikami [2, 3, 7, 10]. Brakuje jednak wyczerpujących opracowań koncentrujących się na odpowiednim doborze przełożenia między poszczególnymi stopniami dwustopniowej przekładni planetarnej, a jest to istotny problem podczas jej projektowania.

Przekładnia planetarna pozwala uzyskać duże przełożenie przy stosunkowo niewielkich wymiarach kół. Efekt obniżenia mas kół sprzyja skróceniu czasu rozruchu układu napędowego maszyny roboczej, co z punktu widzenia właściwości eksploatacyjnych tego typu przekładni [5, 20] stanowi niewątpliwą zaletę. Podstawową odmianą przekładni obiegowej jest jednostopniowy reduktor z zespołem kół satelitarnych zazębiających się zewnętrznym z jednym z kół centralnych oraz wewnętrznym – z drugim kołem centralnym zwanym koronowym (rys. 1). W przypadku tego rozwiązania uzyskanie znacznego przełożenia jest ograniczone – wymaga zastosowania układu kół satelitarnych składających się z dwóch wieńców. Z reguły zespół jednego wieńca stanowi zazębienie zewnętrzne z jednym z kół centralnych, natomiast zespół drugiego wieńca – zazębienie wewnętrzne z kołem koronowym. Dzięki unieruchomieniu koła koronowego uzyskuje się przekładnię o jednym stopniu swobody [5, 6, 14, 20]. To oznacza, że na podstawie zadanego ruchu drugiego koła centralnego można określić ruch pozostałych członów mechanizmu planetarnego.



Rys. 1. Jednostopniowy reduktor planetarny o zazębieniu wewnętrznym

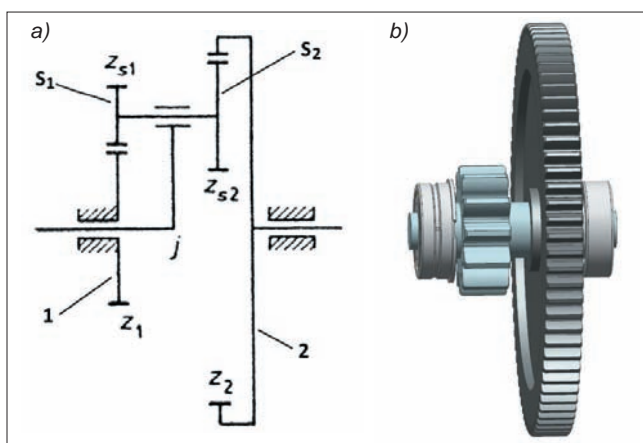
* Mgr inż. Paweł Wysmulski (p.wysmulski@pollub.pl), dr inż. Leszek Kuśmierz (lekusmierz@gmail.com) – Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn i Mechatroniki, Wydział Mechaniczny Politechniki Lubelskiej

Opis obiektu badań i metoda wyznaczania przełożeń

Schemat reduktora dwustopniowego z zespołem dwuwieżkowych satelit oraz wirtualny model dwuwieżkowego koła obiegowego przedstawiono na rys. 2.

Takie rozwiązanie przekładni pozwala uzyskać między kołem centralnym a jazmem przełożenie o dużej wartości (kilkanaście, a nawet kilkadziesiąt). Z uwagi na fakt, że w tym przypadku występują dwa stopnie, niezbędne jest wyznaczenie ich przełożeń. Podział całkowitego przełożenia u_{1j} na stopnie cząstkowe to istotne zagadnienie w procesie projektowania przekładni. O ile wyznaczenie przełożenia między poszczególnymi członami przekładni zwykłej (o osiach stałych) jest stosunkowo proste, to w przypadku przekładni planetarnej należy w tym celu zastosować bardziej złożoną metodę, np. [5, 6, 11, 12, 14, 18, 20]:

- metodę graficzno-analityczną (metodę Kutzbacha),
- metodę analityczną (metodę Willis'a),
- metodę tablicową.



Rys. 2. Schemat reduktora dwustopniowego z zespołem dwuwieżkowych satelit [5] (a) oraz wirtualny model dwuwieżkowego koła obiegowego opracowany z wykorzystaniem systemu CAD/CAM Siemens NX 8.5 [16] (b)

Metoda analityczna Willis'a opiera się na zasadzie przyjęcia układu odniesienia związanego z jazmem. Wszystkim elementom przekładni nadawana jest prędkość kątowna równa prędkości obrotowej jarmza ze znakiem ujemnym: $-\omega_j$. Prowadzi to do unieruchomienia jarmza i przekształcenia przekładni obiegowej w przekładnię zwykłą. Wyznaczenie stosunku prędkości dwóch kół centralnych względem jarmza – tzw. przełożenia bazowego u_0 – nie nastręcza wtedy żadnych trudności. Znajomość wartości u_0 umożliwia określenie przełożeń między poszczególnymi członami przekładni planetarnej. W rozważanym w artykule modelu przekładni obiegowej przełożenie bazowe oblicza się ze wzoru [5, 14]:

$$u_0 = -\frac{z_{s1}}{z_1} \cdot \frac{z_2}{z_{s2}} \quad (1)$$

gdzie: z_{s1} , z_1 , z_{s2} , z_2 – liczby zębów kół zębatych S_1 , 1, S_2 , 2.

Obliczona w ten sposób wartość przełożenia jest liczbą ujemną, co kwalifikuje tę odmianę przekładni do grupy przekładni planetarnych o ujemnym przełożeniu bazowym.

Przekształcając odpowiednio wzór Willis'a, otrzymujemy:

$$u_{1j} = \frac{n_1}{n_j} = 1 - u_0 = 1 - \left(-\frac{z_{s1} \cdot z_2}{z_1 \cdot z_{s2}} \right) \quad (2)$$

gdzie: n_1 – prędkość obrotowa koła centralnego, n_j – prędkość obrotowa jarmza.

Zatem:

$$\frac{z_{s1} \cdot z_2}{z_1 \cdot z_{s2}} = u_{1j} - 1 \quad (3)$$

Przełożenie bazowe u_0 wynika z przyjęcia układu odniesienia związanego z jazmem, co skutkuje przekształceniem przekładni obiegowej w przekładnię zwykłą.

Model matematyczny wymaganych warunków konstrukcyjnych i jego analiza

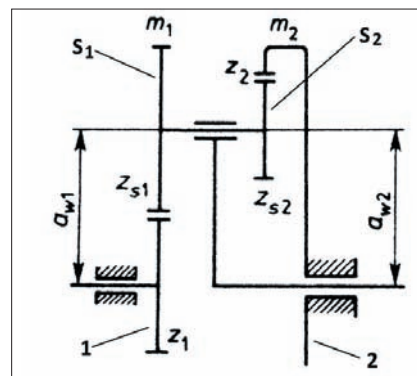
W projektowaniu przekładni planetarnej muszą być spełnione następujące warunki [5, 11, 12, 14]:

- współosiowości,
- sąsiedztwa,
- równomiernego rozmieszczenia kół obiegowych.

Z uwagi na współosiowość wałków kół centralnych oraz jarmza odległości rzeczywiste ich osi oraz osi dwuwieżkowego koła satelitarnego powinny być równe (rys. 3), tj.:

$$a_{w1} = a_{w2} \quad (4)$$

gdzie: a_{w1} – rzeczywista odległość osi kół 1 i S_1 , a_{w2} – rzeczywista odległość osi kół 2 i S_2



Rys. 3. Warunek współosiowości kół centralnych i kół satelitarnych [5]

Po zastąpieniu odległości rzeczywistych odległościami zerowymi par kół warunek współosiowości przyjmuje postać:

$$\frac{z_1 + z_{s1}}{2} \cdot m_1 = \frac{z_2 - z_{s2}}{2} \cdot m_2 \quad (5)$$

lub

$$a_{1s} = a_{2s} \quad (6)$$

gdzie: m_1 , m_2 – moduły poszczególnych par kół walcowych, a_{1s} – zerowa odległość osi kół 1 i S_1 , a_{2s} – zerowa odległość osi kół 2 i S_2

Z uwagi na występujące zazwyczaj różnice odległości zerowych oraz rzeczywistych rozważanych par kół konieczne jest przeprowadzenie korekcji konstrukcyjnej typu P, która umożliwia obliczenie sumy wartości współczynników korekcji danej pary [4, 8, 9, 15]. Autorzy przeprowadzili przykładowe obliczenia dla następujących danych: $z_1=18$, $z_{s1}=78$, $z_{s2}=12$, $z_2=66$, $m_1=2,75$, $m_2=5$, $a_{s1}=132$ mm, $a_{s2}=135$ mm, $a_w=135$ mm (odległość rzeczywista). Na rys. 4 przedstawiono schematy zazębienia par kół – 1, S_1 oraz S_2 , 2 – otrzymane z wykorzystaniem modułu Sketch systemu Siemens NX 8.5 [16]. W przypadku pary kół 1, S_1 wykonano korekcję konstrukcyjną typu P.

Po przekształceniu wzoru (5) uzyskuje się następującą zależność:

$$z_2 - z_{s2} = (z_1 + z_{s1}) \cdot \frac{m_1}{m_2} \quad (7)$$

Z równania (7) wynika, że:

$$z_{s2} \left(\frac{z_2}{z_{s2}} - 1 \right) = z_1 \left(1 + \frac{z_{s1}}{z_1} \right) \cdot \frac{m_1}{m_2} \quad (8)$$

Jeżeli $z_{s1}/z_1 = u_{1s}$ oraz $z_2/z_{s2} = u_{2s}$, równanie (8) przyjmuje postać:

$$z_{s2} (u_{2s} - 1) = z_1 (1 + u_{1s}) \cdot \frac{m_1}{m_2} \quad (9)$$

Wzór (3) wskazuje, że wzrost wartości przełożenia I stopnia reduktora planetarnego u_{1s} wywołuje obniżenie wartości przełożenia II stopnia u_{2s} . Na podstawie wzoru (9) można natomiast stwierdzić, że zmniejszenie wartości przełożenia u_{2s} powoduje wzrost liczby zębów koła satelitarne S_2 . Zwiększenie wartości przełożenia u_{1s} prowadzi do wzrostu wymiarów przekładni w kierunku promieniowym. Te zależności przeanalizowano w dalszej części artykułu.

W artykule omówiono wpływ liczby zębów koła centralnego 1 oraz przełożenia u_{1s} przekładni na spełnienie podstawowego ograniczenia konstrukcyjnego – warunku sąsiedztwa. W literaturze nie ma informacji na ten temat, co utrudnia poprawne wyznaczenie takich wymiarów projektowanego reduktora, które byłyby zbliżone do optymalnych. Przedstawiona analiza stanowi oryginalne rozwiązanie problemu obliczeń projektowych umożliwiające poprawny dobór cech konstrukcyjnych reduktora planetarnego. Ustalenie wartości przełożenia I stopnia ma zasadniczy wpływ na parametry geometryczne projektowanej konstrukcji, a więc również na cechy eksploatacyjne urządzenia. Pozwala zredukować masę urządzenia i przestrzeń zabudowy, a zatem ograniczyć koszty jego wykonania i zwiększyć funkcjonalność.

Warunek sąsiedztwa wynika z konieczności zapewnienia odpowiedniego przeswitu Δ_{\min} między wałcami zewnętrznymi sąsiadującymi ze sobą kół obiegowych. W przypadku kół zerowych i współczynnika wysokości zęba $\gamma=1$ oraz przy $\Delta_{\min}=m$ warunek sąsiedztwa można przedstawić w następującej formie:

$$(z_1 + z_{s1}) \cdot \sin \frac{\pi}{s} - z_{s1} - 3 > 0 \quad (10)$$

gdzie s – liczba satelit.

Po odpowiednim przekształceniu wzór (10) przybiera postać:

$$\left(1 + \frac{z_{s1}}{z_1} \right) \cdot \sin \frac{\pi}{s} - \frac{z_{s1}}{z_1} - \frac{3}{z_1} = \Delta \quad (11)$$

gdzie Δ jest zmienną, której wartość nie może być mniejsza od 0.

Jeśli się uwzględni, że $z_{s1}/z_1 = u_{1s}$, zależność (11) przedstawia się następująco:

$$(1 + u_{1s}) \cdot \sin \frac{\pi}{s} - u_{1s} - \frac{3}{z_1} = \Delta \quad (12)$$

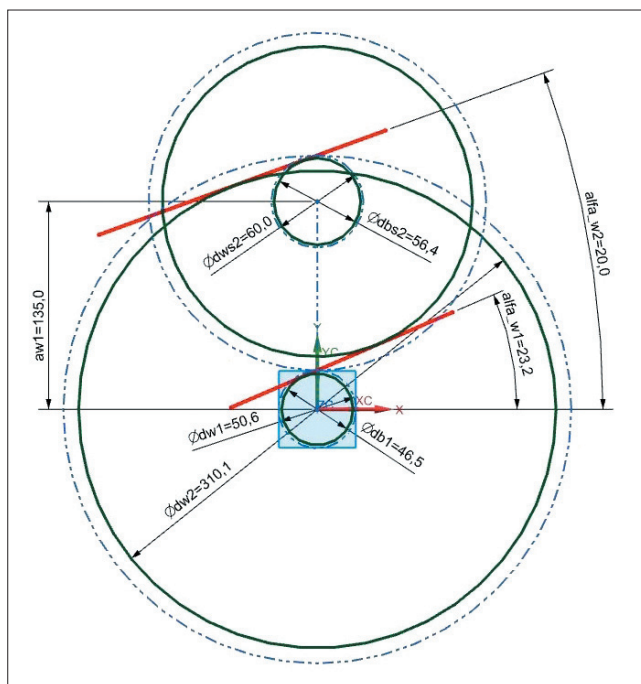
Wartość Δ w równaniu (12) zależy od trzech zmiennych: przełożenia u_{1s} , liczby kół obiegowych s oraz liczby zębów z_1 koła centralnego. Obliczenia wartości przeprowadzono dla:

- zakresu zmian przełożenia u_{1s} od 3,5 do 6,
- liczby kół satelitarnych s równej 3,
- liczby zębów z_1 w zakresie od 16 do 25.

Wyniki obliczeń zawiera tabl. I. Wartości dodatnie funkcji Δ świadczą

o spełnieniu warunku sąsiedztwa, natomiast wartości ujemne, odnoszące się do przypadków niespełnienia tego warunku, należy odrzucić.

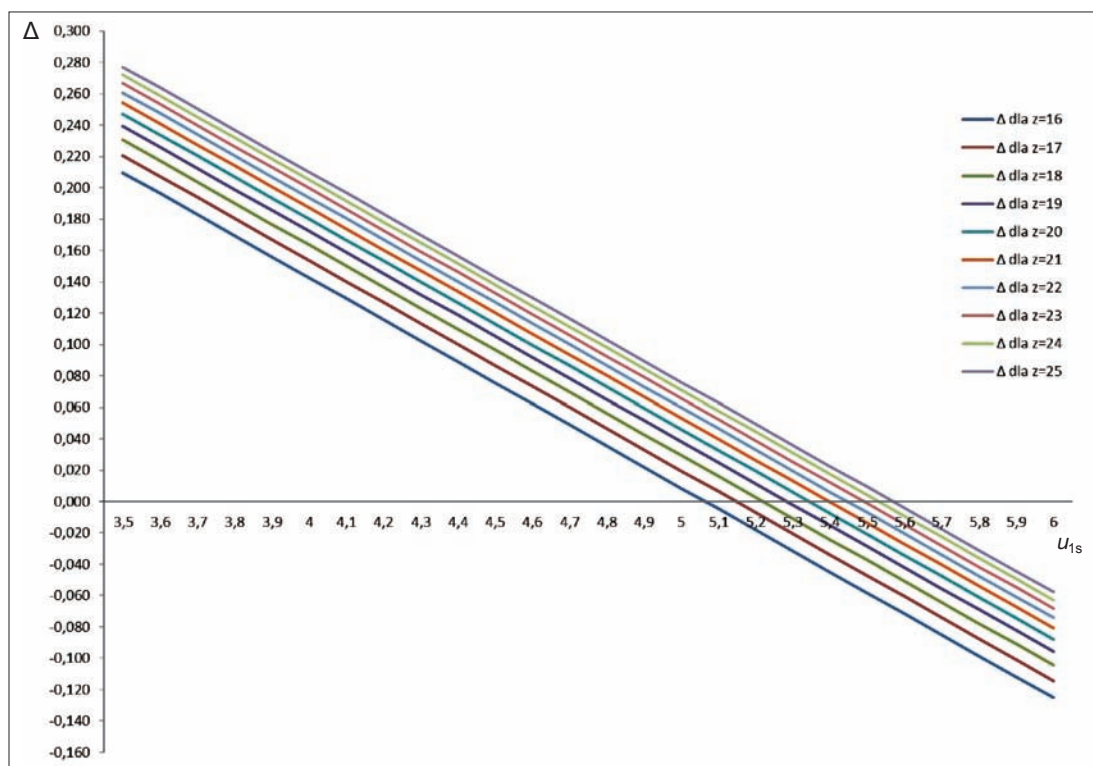
Graficzna prezentację wyników zawartych w tabl. I stanowi rys. 5. Analiza przedstawionych wykresów prowadzi do wniosku, że istnieje maksymalna wartość przełożenia u_{1s} , której przekroczenie powoduje niespełnienie warunku sąsiedztwa. Zmniejszenie wartości u_{1s} oraz zwiększanie liczby zębów koła centralnego z_1 , znacznie rozszerza obszar poprawnych rozwiązań rozważanego typu przekładni.



Rys. 4. Schemat ząbień I pary kół (korygowane ząbień zewnętrzne) oraz II pary kół (niekorygowane ząbień wewnętrzne)

TABLICA I. Obliczone wartości Δ w zależności od przełożenia u_{1s} oraz liczby zębów z_1 (liczba kół satelitarnych $s = 3$)

$u_{1s} \backslash z_1$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3,5	0,210	0,221	0,230	0,239	0,247	0,254	0,261	0,267	0,272	0,277
3,6	0,196	0,207	0,217	0,226	0,234	0,241	0,247	0,253	0,259	0,264
3,7	0,183	0,194	0,204	0,212	0,220	0,227	0,234	0,240	0,245	0,250
3,8	0,169	0,180	0,190	0,199	0,207	0,214	0,221	0,226	0,232	0,237
3,9	0,156	0,167	0,177	0,186	0,194	0,201	0,207	0,213	0,219	0,224
4	0,143	0,154	0,163	0,172	0,180	0,187	0,194	0,200	0,205	0,210
4,1	0,129	0,140	0,150	0,159	0,167	0,174	0,180	0,186	0,192	0,197
4,2	0,116	0,127	0,137	0,145	0,153	0,160	0,167	0,173	0,178	0,183
4,3	0,102	0,113	0,123	0,132	0,140	0,147	0,154	0,159	0,165	0,170
4,4	0,089	0,100	0,110	0,119	0,127	0,134	0,140	0,146	0,152	0,157
4,5	0,076	0,087	0,096	0,105	0,113	0,120	0,127	0,133	0,138	0,143
4,6	0,062	0,073	0,083	0,092	0,100	0,107	0,113	0,119	0,125	0,130
4,7	0,049	0,060	0,070	0,078	0,086	0,093	0,100	0,106	0,111	0,116
4,8	0,035	0,046	0,056	0,065	0,073	0,080	0,087	0,093	0,098	0,103
4,9	0,022	0,033	0,043	0,052	0,060	0,067	0,073	0,079	0,085	0,090
5	0,009	0,020	0,029	0,038	0,046	0,053	0,060	0,066	0,071	0,076
5,1	-0,005	0,006	0,016	0,025	0,033	0,040	0,046	0,052	0,058	0,063
5,2	-0,018	-0,007	0,003	0,011	0,019	0,027	0,033	0,039	0,044	0,049
5,3	-0,032	-0,021	-0,011	-0,002	0,006	0,013	0,020	0,026	0,031	0,036
5,4	-0,045	-0,034	-0,024	-0,015	-0,007	0,000	0,006	0,012	0,018	0,023
5,5	-0,058	-0,047	-0,038	-0,029	-0,021	-0,014	-0,007	-0,001	0,004	0,009
5,6	-0,072	-0,061	-0,051	-0,042	-0,034	-0,027	-0,021	-0,015	-0,009	-0,004
5,7	-0,085	-0,074	-0,064	-0,056	-0,048	-0,040	-0,034	-0,028	-0,023	-0,018
5,8	-0,099	-0,087	-0,078	-0,069	-0,061	-0,054	-0,047	-0,041	-0,036	-0,031
5,9	-0,112	-0,101	-0,091	-0,082	-0,074	-0,067	-0,061	-0,055	-0,049	-0,044
6	-0,125	-0,114	-0,104	-0,096	-0,088	-0,081	-0,074	-0,068	-0,063	-0,058



Rys. 5. Wartości Δ w funkcji przełożenia u_{1s}

Warunek równomiernego rozmieszczenia kół obiegowych w przypadku przekładni z zespołem dwuwieżkowych satelit przyjmuje postać:

$$\frac{z_1 \cdot z_{s2} + z_2 \cdot z_{s1}}{s} = N \cdot q \quad (13)$$

gdzie: N – liczba naturalna, q – największy wspólny dzielnik liczb z_{s1} i z_{s2} .

Spełnienie tego warunku sprzyja minimalizacji wypadkowej sił obciążających koła i wały, jak również pozwala uniknąć drgań wywołanych wypadkową sił odśrodkowych. Matematyczna postać warunku (13) stanowi istotne ograniczenie w procesie doboru liczby zębów poszczególnych kół.

Wpływ przełożenia u_{1s} reduktora planetarnego na jego wymiary zewnętrzne

Jak wcześniej wykazano, spełnienie warunku sąsiedztwa jest uzależnione od liczby zębów z_1 koła centralnego oraz przełożenia I stopnia reduktora u_{1s} . Przeprowadzono analizę wpływu przełożenia I stopnia przekładni na jej wymiar zewnętrzny D , przyjmując:

- liczbę zębów koła centralnego $z_1 = 18$,
- wartość przełożenia $u_{1s} = 25$,
- moduł I pary kół $m_1 = 2,75$ mm.

Liczbę zębów z_{s1} obliczono według zależności:

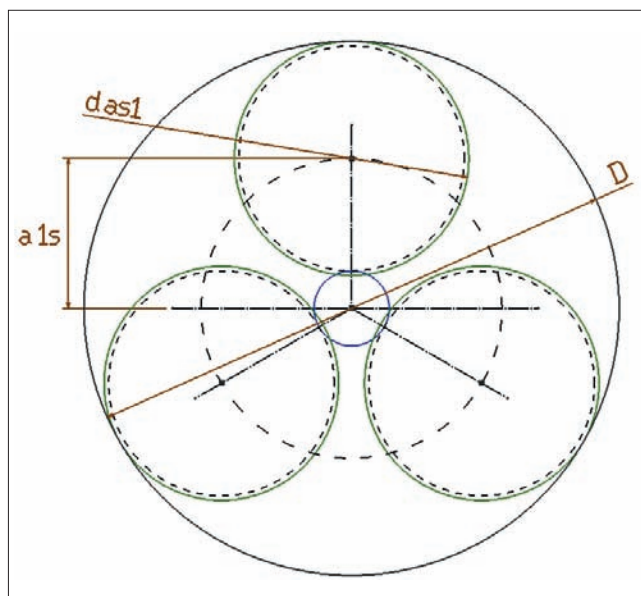
$$z_{s1} = z_1 \cdot u_{1s} \quad (14)$$

i zaokrąglono do najbliższej liczby całkowitej. Na podstawie liczby zębów z_1 i z_{s1} określono odległości zerowe osi współpracujących kół. Wymiar zewnętrzny reduktora D wyznaczono, posługując się schematem przedstawionym na rys.6, sporządzonym w systemie CAD CATIA v5 R21 [13, 19]:

$$D = 2a_{1s} + d_{as1} \quad (15)$$

gdzie d_{as1} – średnica wierzchołkowa koła S_1

Dane niezbędne do obliczenia wymiaru D oraz jego wartości dla założonego przełożenia I stopnia reduktora u_{1s} zawiera tabl. II.

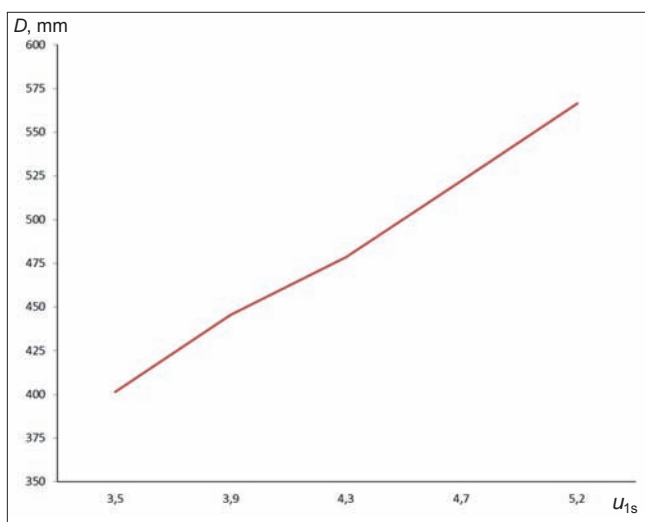


Rys. 6. Schemat przekładni umożliwiający określenie wymiaru zewnętrznego reduktora D

TABLICA II. Wpływ przełożenia I stopnia reduktora u_{1s} na zmianę wymiaru zewnętrznego D

u_{1s}	z_{s1}	d_{s1} , mm	d_{as1} , mm	a_{1s} , mm	D , mm
3,5	63	173,25	178,75	111,375	401,5
3,9	71	195,25	200,75	122,375	445,5
4,3	77	211,75	217,25	130,625	478,5
4,7	85	233,75	239,25	141,625	522,5
5,2	93	255,75	261,25	152,625	566,5

Na rys.7 przedstawiono zmiany wymiaru konstrukcyjnego D w zależności od założonych wartości przełożenia I stopnia u_{1s} . Jak widać, wartość przełożenia u_{1s} ma istotny wpływ na wymiary zewnętrzne przekładni.



Rys. 7. Zmiany wymiaru zewnętrznego reduktora D w funkcji przełożenia I stopnia przekładni

Podsumowanie

Proces projektowania przekładni planetarnych jest znacznie bardziej złożony w porównaniu z projektowaniem przekładni zwykłych. Wynika to z wymogu spełnienia trzech podstawowych warunków konstrukcyjnych: współosiowości, sąsiedztwa i równomiernego rozmieszczenia kół obiegowych.

Przeprowadzona analiza podziału przełożenia całkowitego między kołem centralnym a jazmem wykazała, że istnieją ograniczenia zakresu przełożenia I stopnia wynikające z konieczności spełnienia warunku sąsiedztwa. W przypadku rozważanej przekładni zmniejszanie wartości przełożenia I stopnia wymusza przyjęcie małej liczby zębów koła satelitarnego II stopnia, co może uniemożliwić korekcję konstrukcyjną. Wzrost wartości przełożenia I stopnia prowadzi do istotnego zwiększania się wymiaru przekładni w kierunku promieniowym.

W artykule przedstawiono oryginalną koncepcję doboru przełożenia I stopnia projektowanej przekładni planetarnej ze szczególnym uwzględnieniem warunku sąsiedztwa, którego spełnienie decyduje o bezkolizyjnej współpracy kół satelitarnych z kołami centralnymi. Analizę przeprowadzono dla przyjętego zakresu liczby zębów koła centralnego I stopnia reduktora. Omówione rozwiązanie poprawia funkcjonalność i cechy eksploatacyjne projektowanych przekładni planetarnych, co jest niezwykle ważne np. w przypadku zastosowania tego typu przekładni w śmigłowcach, a więc konstrukcjach, gdzie redukcja wymiarów i masy ma podstawowe znaczenie.

LITERATURA

1. Boguski B., Kahraman A., Nishino T. "A new method to measure planet load sharing and sun gear radial orbit of planetary gear sets". *Journal of Mechanical Design*. Vol. 134, Issue 7 (2012): p. 134.
2. Cai Y., Hayashi T. "The linear approximated equation of vibration of a pair of spur gears (theory and experiment)". *Journal of Mechanical Design*. Vol. 116, Issue 2 (1994): pp. 558–564.
3. Cooley C.G., Parker R.G. "Mechanical stability of high-speed planetary gears". *International Journal of Mechanical Sciences*. Vol. 69 (2013): pp. 59–71.
4. Czarnigowski J., Ferdynus M., Kuśmierz L., Ponieważ G. „Podstawy konstrukcji maszyn. Zbiór zadań”. Otwock: Wydawnictwo Edit, 2008: s. 119–121.
5. Dietrich M. red. „Podstawy konstrukcji maszyn. Tom 3”. Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1999: s. 515–558.
6. Dziurski A., Kania L., Kasprzycki A., Mazanek E., Ziara J. „Przykłady obliczeń z podstaw konstrukcji maszyn. Tom 2”. Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2005: s. 360–379.

7. Farshad Shakeri Askari, Mina Mirparizi, Farhad Sheykh Samani, Mohammad Ali Hajabasi. „Vibration behavior optimization of planetary gear sets”. *Propulsion and Power Research*. Vol. 3, Issue 4 (2014): pp. 196–206.
8. Kuśmierz L., Ponieważ G. „Podstawy konstrukcji maszyn. Projektowanie napędów mechanicznych”. Lublin: Politechnika Lubelska, 2011: s. 17–18.
9. Kuśmierz L., Ponieważ G. „Podstawy konstrukcji maszyn. Projektowanie mechanizmów łożyskowych oraz przekładni zębatych”. Lublin: Politechnika Lubelska, 2011: s. 71–72.
10. Lin J., Parker R.G. "Structured vibration characteristics of planetary gears with unequally spaced planets". *Journal of Sound and Vibration*. 233 (2000): pp. 921–928.
11. Malik L., Medvecký S. „Casti a mechanizmy strojov v príkladoch a ulohach”. Zilina: Vydala Zilinska univerzita, 2004: s. 178–182.
12. Malik L., Medvecký S. „Casti a mechanizmy strojo”. Zilina: Vydala Zilinska univerzita, 2003: s. 401–421.
13. Michaud M. „CATIA. Narzędzia i moduły”. Gliwice: Wydawnictwo Helion, 2014.
14. Muller L., Wilk A. „Zębate przekładnie obiegowe”. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 1996: s. 9–36, 51–137.
15. Ochęduszek K. „Koła zębate. Tom 1”. Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2010: s. 135–147.
16. Samuel S., Stevenson B., Weeks E. „Advanced simulation using Nastran NX5/NX6”. San Jose (USA): Design Visionaries, 2008.
17. Shyi-Jeng Tsai, Guan-Lin Huang, Siang-Yu Ye. "Gear meshing analysis of planetary gear sets with a floating sun gear". *Mechanism and Machine Theory*. Vol. 84 (2015): pp. 145–163.
18. Sikora J., Maciakowski R. „Wykład z podstawy konstrukcji maszyn z ćwiczeniami rachunkowymi. Przekładnie zębate – geometria i kinematyka zazębienia”. Gdańsk: Politechnika Gdańska, 1994: s. 209–233.
19. Skarka W., Mazurek A. „CATIA. Podstawy modelowania i zapisu konstrukcji”. Gliwice: Wydawnictwo Helion, 2005: s. 7–110.
20. Surowiak W. „Przekładnie obiegowe”. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Techniczne, 1959.
21. Vecchiato D. „Tooth contact analysis of a misaligned isostatic planetary gear train”. *Mechanism and Machine Theory*. Vol. 41 (2006): pp. 617–631. ■