

*fazowanie, zatępienie krawędzi, koło zębate, ewolwenta, obrabiarka CNC  
chamfering, debburing, gear wheels, evolvent, CNC Machine Tool*

Jan KOSMOL<sup>1</sup>  
Grzegorz DYRBUŚ<sup>1</sup>  
Maciej KAZIMIERCZAK<sup>1</sup>  
Arkadiusz KOLKA<sup>1</sup>  
Krzysztof LIS<sup>1</sup>

## AUTOMATYZACJA FAZOWANIA I ZATĘPIANIA KRAWĘDZI UZĘBIEŃ KÓŁ ZĘBATYCH

W artykule przedstawiono krytyczną analizę obecnie spotykanych metod automatyzacji fazowania i zatępienia krawędzi uzębienia kół zębatach. Na tej podstawie zaproponowano nową metodę, która bazuje na wykorzystaniu pięcioosiowego centrum obróbkowego. Sformułowano zależności analityczne, które umożliwiają wyznaczenie współrzędnych punktów charakterystycznych, tj. punktu początkowego i końcowego linii ewolwentowej zęba oraz punktu początkowego i końcowego linii przejściowej, która definiuje linię dna wrębu. Na tej podstawie można zdefiniować ścieżkę narzędzia i opracować program CNC. Omówiono narzędzia ściernie i wiórowe do wykonywania zatępień zębów twardych i faz zębów miękkich. Geometria tych narzędzi istotnie wpływa na ścieżkę (tor) narzędzia. Przedstawiono także wyniki pierwszych eksperymentalnych prób fazowania krawędzi uzębienia na centrum obróbkowym DMU 60MB.

## AUTOMATION OF EDGE CHAMFERING AND ROUNDING OF GEAR WHEELS

The paper presents a critical analysis of actual used methods of automation of edge chamfering and rounding of gear wheels. Based on the analysis a new method was proposed using a five-axis machining centre. Analytical relationships were formulated which make possible to calculate the characteristic points, it means, the starting point and finishing point of involutes line of the teeth and starting point and finishing point of passing line, which defines the line of bottom kerf. Having all the points somebody has a possibility to generate a path of cutting tool and the CNC program. Except that the cutting and abrasive tools for edge chamfering and rounding of gear wheels were discussed. Geometry of such tools has an important influence on the cutting tool's path. Some preliminary results of experimental examples of edge chamfering and rounding, using machining centre type DMU 60MB were shown.

### 1. WSTĘP

W procesie technologicznym kół zębatach planowane są operacje fazowania krawędzi uzębienia kół zębatach, poprzedzających obróbkę cieplną, czyli w stanie miękkim, 30-36 HRC, oraz po nawęglaniu i hartowaniu, czyli w stanie twardym, 81-85 HRA (60-64 HRC). Oznacza to, że należy przeanalizować stosowane metody zarówno do uzębienia miękkich jak i twardych.

Spośród metod fazowania i zatępienia krawędzi bazujących na metodach obróbki wiórowej i ścierniej stosuje się:

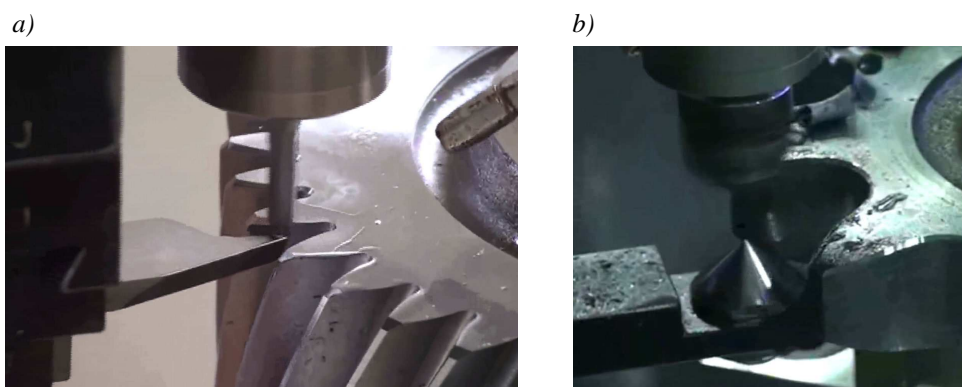
- metody frezowania i szlifowania kopiowego, z narzędziem sztywnym,
- metody z podatnym narzędziem ściernym o stałym docisku (sprężysty, względnie stały docisk narzędzia do krawędzi zęba decyduje o efektywności zatępienia lub fazowania) lub z sprężystym dociskiem i narzędziem sztywnym.- metody frezowania i szlifowania na obrabiarkach sterowanych numerycznie z interpolacją kształtową, z narzędziem sztywnym i/lub podatnym (szczotki ściernie).

W ramach dokonanego przeglądu literaturowego dokonana została ocena ww. metod z punktu widzenia możliwości ich zastosowania do kół zębatach stosowanych w przekładniach lotniczych.

#### Metody kopiowania

Metody kopiowania przydatne do zatępienia krawędzi kół zębatach, bazują na odwzorowaniu „online” kształtu zatępianego zarysu. Możliwe to jest do uzyskania poprzez zastosowanie palca wodzącego, który umiejscowiony pod narzędziem odwzorowując kształt zarysu, przekazuje ruchy do układu napędu posuwowego narzędzia. Zastosowanie takiego rozwiązania przedstawiono na rysunku 1.

<sup>1</sup> Politechnika Śląska, Katedra Budowy Maszyn, 44-100 Gliwice



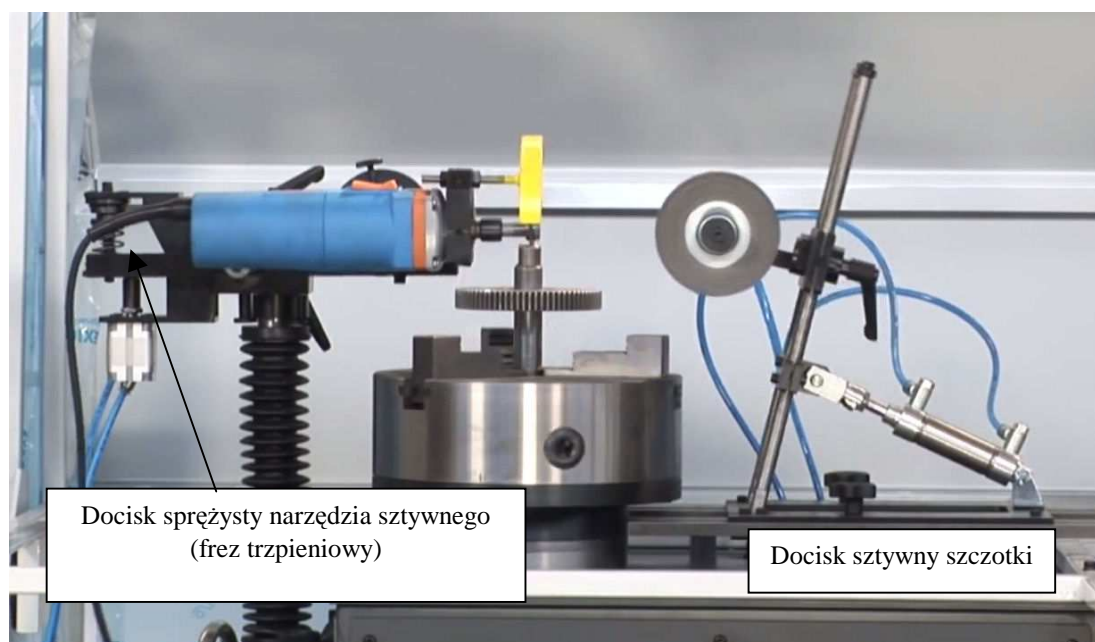
Rys. 1. Metoda kopiowego zatępienia krawędzi, a) kół o zębach skośnych, b) kół o zębach prostych

W metodach kopiowego zatępienia krawędzi kół zębatych, stosowane mogą być tradycyjne układy kopiujące serwo mechaniczne lub hydrauliczne. Jednak z uwagi na niezawodność działania i stabilność powszechniej stosowane są układy serwo mechaniczne oparte o pomiar siły oddziałującej na palec wodzący.

Dla zatępienia kół o zębach prostych, kształt elementu odwzorowującego zarys jest dość prosty, rolę taką może pełnić rolka stożkowa umiejscowiona po przeciwnej stronie zatępianego zęba. Natomiast, w przypadku zatępienia kół o zębach skośnych, z uwagi na niesymetryczne położenie zarysu zębów oraz zmienny kształt po obu flankach zęba, zastosowanie takiego rozwiązania wymaga opracowania odpowiedniego kształtu palca wodzącego.

#### Metody z podatnym narzędziem ściernym

Wydaje się, że znacznie powszechniej w przemyśle, stosowane są metody zatępienia krawędzi podatnym narzędziem typu szczotka lub tarcze z włókniny ściernej. W przypadku narzędzi podatnych stosowany jest sztywny lub podatny (sprężysty) docisk narzędzia. Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono przykładowe stanowiska do zatępienia krawędzi, zarówno z dociskiem sztywnym jak i podatnym.

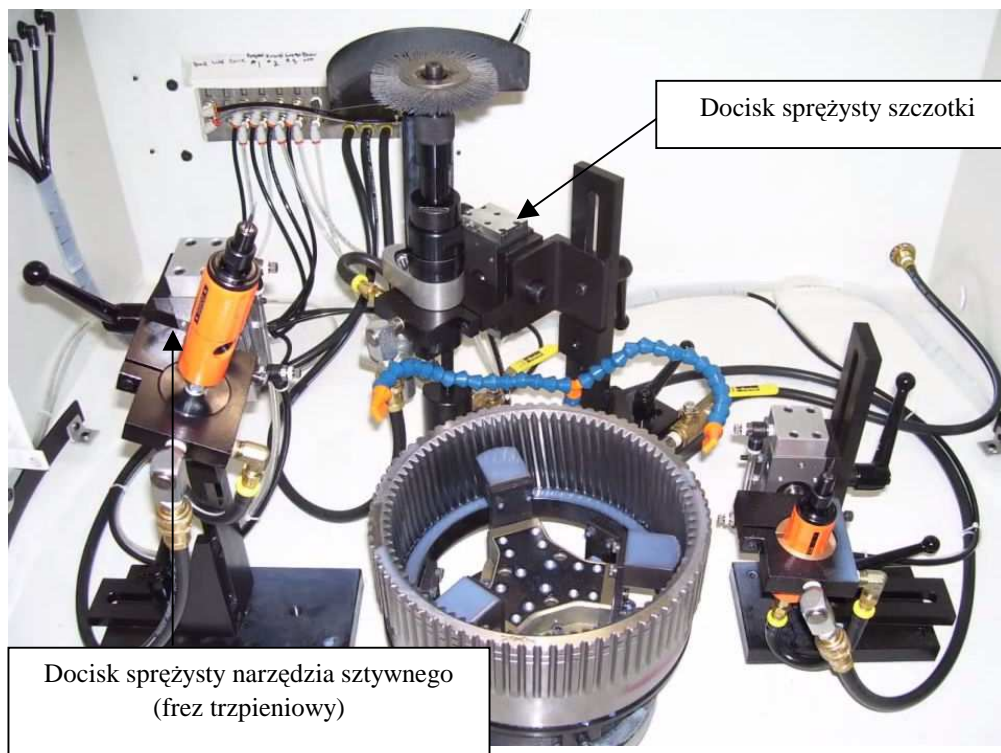


Rys. 2. Metody zatępienia krawędzi z podatnym dociskiem i sztywnym

W przypadku narzędzi typu szczotka, zarówno docisk sztywny jak i podatny, z uwagi na charakter pracy narzędzia znajdują zastosowanie jedynie do polerowania krawędzi kół zębatych zarówno w stanie miękkim jak i twardym. Ich stosowanie ogranicza się jedynie do obróbki końcowej zatępienia, bez możliwości dokładnego kształtowania zarysu faszki.

W celu uformowania odpowiedniego kształtu (geometrii) fazowania krawędzi, konieczne jest zastosowanie narzędzia sztywnego. Dla tych narzędzi stosowany jest wyłącznie podatny docisk. Stosowane są różne rozwiązania konstrukcyjne. Na rysunku 2 przedstawiono rozwiązanie w którym zastosowano układ sprężyn zapew-

niających stałą siłą docisku narzędzia do przedmiotu obrabianego. Stosowane są również rozwiązania wykorzystujące układy pneumatyczne, w których w celu zapewnienia odpowiedniej siły docisku zastosowane są mechaniczne regulatory ciśnienia lub zawory redukcyjne z upustem (rys. 3).



Rys. 3. Metody zatępienia krawędzi z podatym dociskiem

Metody te stosowane są do zatępienia krawędzi kół o uzębieniu zewnętrznym jak i wewnętrznym, jednak ze względu na niesymetryczny zarys zęba, w przypadku kół o uzębieniu skośnym (stała siła docisku powoduje niesymetryczne fazy na obu flankach zęba), stosowane są w głównej mierze do obróbki kół o uzębieniu prostym.

W przypadku zastosowania frezów do nadawania kształtu (kąta) fazy wykorzystywana jest powierzchnia walcowa narzędzia (w niektórych przypadkach stosowane są frezy stożkowe o małej zbieżności), wymaga to ustawienia narzędzia pod pewnym kątem w stosunku do czoła koła zębatego, wynikającym z kąta fazy i zbieżności frezu. Jednak pod uwagę należy również wziąć zmienność kąta działania narzędzia na długości flanki oraz na głowie i w stopie zęba. Zmienny kąt działania narzędzia, zwłaszcza przy fazowaniu kół o dużych modułach, powoduje znaczne różnice w uzyskiwanym kształcie fazy, dlatego, tego typu rozwiązania predysponowane są dla kół o małych modułach.

Z kolei uzyskanie odpowiedniej szerokości fazy wymaga odpowiedniego ustawienia siły docisku, co przy znacznej zmianie kąta działania narzędzia, może wprowadzać dodatkowe niedokładności wykonania fazy.

W przypadku niskich wymagań, co do kształtu i wymiarów zatępienia, metody te stosowane są skutecznie, zarówno do obróbki kół w stanie miękkim, jak i twardym.

### Metody obróbki wiórowej i ścierniej na obrabiarkach sterowanych numerycznie

Zastosowanie obrabiarek sterowanych numerycznie w dobie wysoko rozwiniętych sterowań CNC do zatępienia krawędzi uzębień kół zębatych wydaje się być jak najbardziej uzasadnione. Centra obróbkowe CNC do wykonania uzębień są coraz powszechniej stosowane. Nie stoi więc nic na przeszkodzie aby zastosować je także do fazowania i zatępienia krawędzi uzębień kół zębatych. Jednakże w literaturze praktycznie nie ma informacji o takim wykorzystaniu obrabiarek sterowanych numerycznie. W powszechnie stosowanych sterowaniach CNC nie ma informacji o procedurach numerycznych do zatępienia krawędzi uzębień. Oferowane są procedury (podprogramy) nacinania uzębień i to nie tylko na centrach frezarskich ale i na tokarsko-frezarskich, np. w centrum tokarsko-frezarskich firmy Okuma, Multus B200. Ale nie ma tam wzmianki o fazowaniu czy zatępieniu krawędzi uzębień.

Jednym z wniosków jaki można wysnuć to taki, że technologia zatępienia krawędzi uzębień na obrabiarkach sterowanych numerycznie nie została jeszcze wystarczająco opanowana, albo zapotrzebowanie na taką technologię jest stosunkowo niewielkie. Metoda taka wymaga nie tylko opracowania ścieżki narzędzia ale i wyboru właściwego narzędzia. Wybór właściwego narzędzia to zarówno sprawa jego materiału ale przede wszystkim jego geometrii.

## 2. NARZĘDZIA SKRAWAJĄCE I ŚCIERNE DO FAZOWANIA I ZATĘPIANIA KRAWĘDZI UZĘBIEŃ

Problem wyboru narzędzi do zatępienia krawędzi uzębień kół zębatach należy rozpatrywać w co najmniej dwóch aspektach:

1. uzyskania pożądanego kształtu (postaci) i wymiarów geometrycznych krawędzi zatępianej,
2. trwałości narzędzia, która umożliwi wykonanie, co najmniej jednego kompletnego koła zębatego przy użyciu pojedynczego narzędzia.

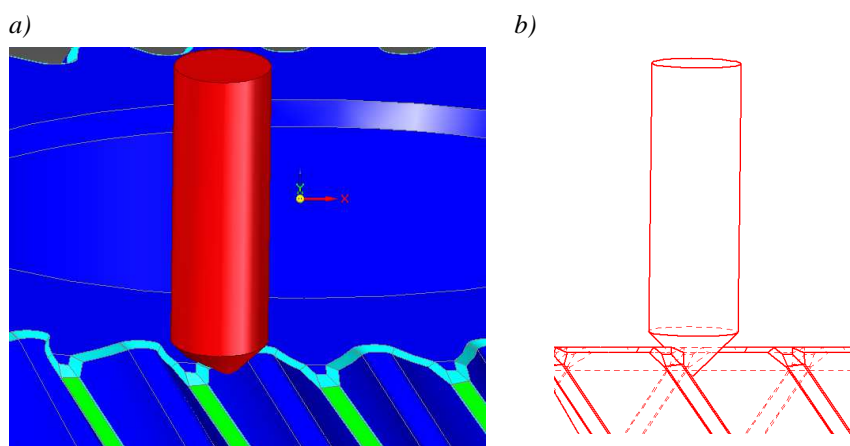
Ten drugi aspekt istotnie zależy od technologii wykonywania uzębień. Możliwe są, bowiem dwie technologie:

1. kształt i wymiary zatępianych krawędzi powstają na etapie wykonywania uzębienia w stanie miękkim, a w stanie twardym, po szlifowaniu zębów, następuje tylko zatępienie już istniejących faz, na drodze polerowania, np. przy pomocy szczotek,
2. wstępne zatępienie następuje w stanie miękkim, po wykonaniu uzębienia, a w stanie twardym, po szlifowaniu zębów, kształt i wymiary faz uzyskuje się w wyniku obróbki kształtującej, czy to na drodze obróbki wiórowej, np. frezowania czy też obróbki ścierniej, przy użyciu ściernic. Ostatnią operacją będzie w takim przypadku polerowanie przy pomocy szczotek.

Dla pierwszej technologii problem trwałości narzędzia, jakkolwiek ważny, nie będzie miał zasadniczego wpływu na końcowy efekt zatępienia. Można, bowiem dobrać narzędzia gwarantujące wystarczającą trwałość, np. dla wykonania, co najmniej jednego kompletnego koła zębatego.

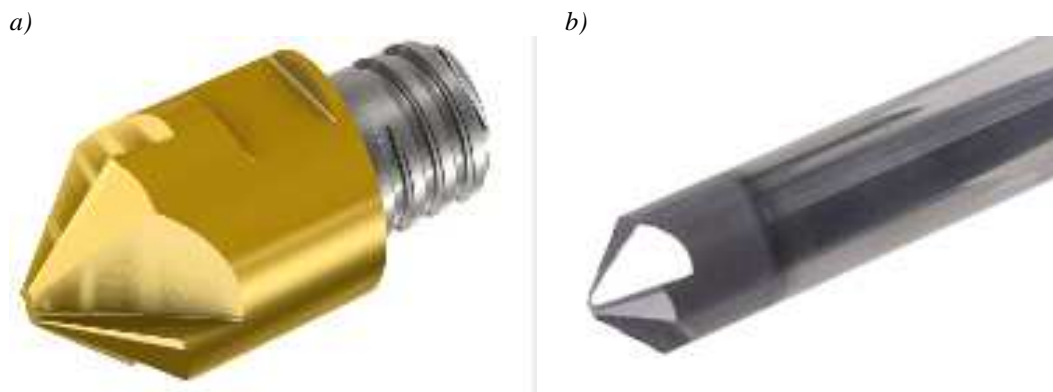
Dla drugiej technologii problem trwałości narzędzia będzie krytyczny. Szlifowanie krawędzi zęba o twardości przekraczającej 60 HRC, narzędziami (ściernicami) o średnicach 6 - 8 mm (wymiar ten wynika z luki międzyzębnej, w której musi zmieścić się ściernica), z prędkościami skrawania do ok. 20 m/s istotnie wpłynie na trwałość narzędzia. Zapewnienie wykonania zatępienia uzębienia dla jednego koła zębatego przy pomocy jednej ściernicy staje się dyskusyjne. Wymaga to przeprowadzenia badań eksperymentalnych nad trwałością tak małych narzędzi w celu sprawdzenia liczby zębów, które mogą zostać zatępienie przy pomocy jednej ściernicy.

Dobór kształtu narzędzia, do obróbki wiórowej lub ścierniej powinien uwzględniać kształt faz oraz możliwości kinematyczne obrabiarki, na której zatępienie będzie wykonywane. W ramach realizowanego projektu przyjęto, że zatępienie będzie odbywało się na pięcioosiowej frezarce, przystosowanej zarówno do frezowania jak i szlifowania (chodzi o prędkości obrotowe wrzeciona, które umożliwią uzyskanie prędkości skrawania do 20 m/s, narzędziami o średnicach 6 - 8 mm). Oznacza to, że obrabiarka ma umożliwiać skrawanie z prędkościami obrotowymi do 35.000 - 40.000 obr/min. Przyjęto, że tam gdzie to będzie możliwe (krawędzie czołowe uzębienia), oś narzędzia ma być prostopadła do czoła koła zębatego, a kąt sfazowania (we wszystkich kołach zębatach będących przedmiotem projektu wynosi on  $45^{\circ}$ ), będzie wynikał z kształtu narzędzia. Tak, więc narzędzia będą miały kształt stożka o kącie wierzchołkowym  $90^{\circ}$ . Na rysunku 4 zobrazowano taką koncepcję zatępienia.



Rys. 4. Koncepcja narzędzia stożkowego dla zatępienia krawędzi uzębienia

W katalogach narzędziowych głównych producentów narzędzi są dostępne zarówno narzędzia typu frez stożkowy jak i ściernice stożkowe. Przykłady frezów, które można zastosować do zatępienia krawędzi uzębienia kół zębatach w stanie miękkim pokazano na rysunku 5.



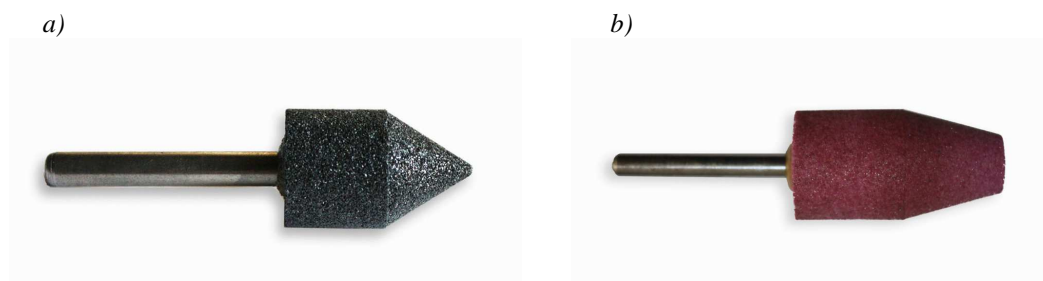
**Rys. 5.** Przykłady frezów stożkowych które można zastosować do zatępienia krawędzi uzębienia w stanie miękkim

Są to zazwyczaj narzędzia 4-ro ostrzowe (dla średnic poniżej 10 mm), wykonane z węglików spiekanych pokrywanych w technologii PVD warstwami TiAlN. Zalecane prędkości skrawania dla obróbki stali niskostopowych 150 - 200 m/min.

Producenci tych narzędzi dopuszczają także ich stosowanie do obróbki stali hartowanych, zalecając prędkości skrawania na poziomie 45 - 65 m/min. Trudno jednak oceniać ich trwałość przy obróbce stali hartowanych. To wymaga badań doświadczalnych. Można jednak z dużym prawdopodobieństwem twierdzić, że będą to przydatne narzędzia do zatępienia krawędzi uzębienia w stanie miękkim.

Dla zatępienia krawędzi uzębienia w stanie twardym, po hartowaniu, kiedy twardość warstwy wierzchniej przekracza 60 HRC, w zasadzie należy stosować narzędzia ściernic. Kształt ściernicy powinien być zbliżony do kształtu frezów pokazanych na Rys. 5, tzn. powinny to być ściernice stożkowe. Jak już wspomniano, stożkowy kształt pozwoli na zatępienie krawędzi z fazą o kącie  $45^{\circ}$ , przy zachowaniu warunku prostopadłości osi narzędzia (i wrzeciona obrabiarki CNC) do powierzchni czołowej koła zębatego.

Na rynku narzędziowym jest wiele ofert ściernic stożkowych o małych średnicach, poniżej 10 mm, tzw. ściernic trzpieniowych. Na rysunku 6 pokazano przykłady takich ściernic trzpieniowych, stożkowych, możliwych do zastosowania podczas zatępienia krawędzi uzębienia w stanie twardym.



**Rys. 6.** Przykłady ściernic trzpieniowych, stożkowych, możliwych do zastosowania podczas zatępienia krawędzi uzębienia w stanie twardym

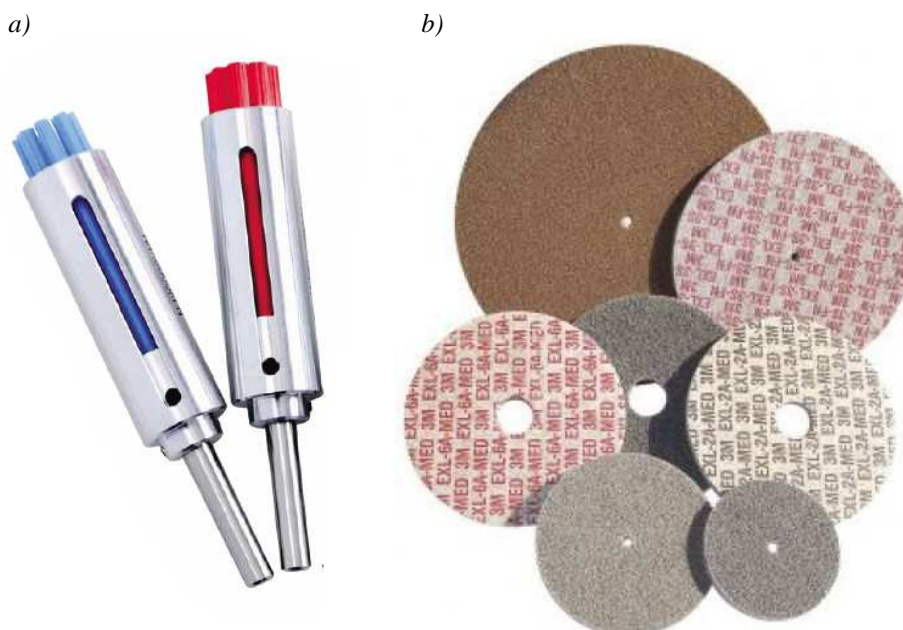
Główne problemy eksploatacyjne stosowania ściernic trzpieniowych wynikają z zalecanych prędkości skrawania, sięgających 20 - 25 m/s. Przy średnicach nieprzekraczających 6 mm, prędkości obrotowe wrzecion przekraczają 30.000 obr/min. Stąd trwałość takich narzędzi będzie głównym kryterium ich wyboru. Wybór dotyczy materiału ściernicy, jej twardości i granulacji. Dostępne są tańsze i popularne ściernice elektrokorundowe oraz droższe ściernice karborundowe (z węglika krzemu). Producenci oferują szeroki zakres twardości ściernic (od I do S) oraz szeroki zakres granulacji (24 - 200).

Materiałem na ściernice o klasę wyższą są ściernice borazonowe, bazujące na tzw. CBN (regularny azotek boru), stosowane przede wszystkim do obróbki materiałów twardych (narzędzia ze stali szybko tnącej, stale do nawęglania i inne). Są to materiały znacznie trwalsze, ale też i zdecydowanie droższe.

Wydaje się, że tylko na drodze doświadczalnej będzie można dobrać właściwą ściernicę, tzn. jej materiał, twardość i granulację, kierując się w pierwszym rzędzie trwałością narzędzia (możliwością wykonania całego koła zębatego przy pomocy jednego narzędzia) oraz jakością warstwy wierzchniej zatępianych krawędzi uzębienia.

Zastosowanie fazowania krawędzi uzębienia na drodze frezowania (w stanie miękkim) a następnie szlifowania (po obróbce cieplno-chemicznej) nie zagwarantuje właściwego ich zatępienia. Dlatego ostateczną operacją, za-

pewniającą zatępienie krawędzi uzębienia będzie polerowanie za pomocą szczotek. Na rysunku 7 przedstawiono jak takie narzędzia mogą wyglądać.



Rys. 7. Widok przykładowych szczotek (a) i dysków (b) do zatępienia

Są to często szczotki z włókien ceramicznych (Rys. 7a), a więc narzędzia o elastycznych ostrzach. Kształt geometryczny zatępianego przedmiotu nie ulega już zmianie a tylko się "zaokrągla" na brzegach. W przypadku materiałów hartowanych, ale poniżej 57 HRC, narzędzia te mogą zostać wykorzystane zarówno do gratowania krawędzi jak i polerowania.

Szczotki z włóknami ceramicznymi są dostarczane z kilkoma wielkościami ziarna, co umożliwia wybór szczotki miękkiej lub twardszej. Najmniejsze średnice takich szczotek rozpoczynają się od 6 mm. Ważną cechą takich narzędzi są stosunkowo małe prędkości obrotowe, poniżej 10.000 obr/min dla średnicy 6 mm. To, co jest ich największą wadą to koszt. Należy się liczyć z ceną rzędu 150 zł za jedną szczotkę. Stąd eksperymentalna ocena trwałości takich narzędzi pozwoli dopiero na ekonomiczne uzasadnienie (lub nie) ich stosowania.

Alternatywą do szczotek ceramicznych, dla polerowania zatępianej krawędzi mogą być dyski ze sprasowanej włókniny. Przykładowe dyski przedstawiono na rysunku 7b.

Dyski dostarczane są w różnych rozmiarach, średnice od 50-150 mm, grubości od 3 – 12 mm. Dostępne są różne rodzaje dysków pod względem twardości, od miękkich do twardych, co pozwoli na doświadczalne określenie stopnia twardości dysku w zastosowaniach do polerowania krawędzi. Dyski tego typu produkowane są w zasadzie z dwóch rodzajów ścierniwa, elektrokorundu i węgiel krzemu. Dostępne są również różne ziarnistości, 120 i 240 dla wykonania z elektrokorundu i 400, 600, dla wykonania z węgliku krzemu.

Mocowanie dysków odbywać się może zarówno na trzpieniach narzędzi pneumatycznych szybkoobrotowych jak i szlifierek kątowych w przypadku obróbki ręcznej. Koszt pojedynczego dysku jest znacznie niższy niż szczotek ceramicznych i w zależności od wykonania waha się w granicach od 10 do ponad 50 zł.

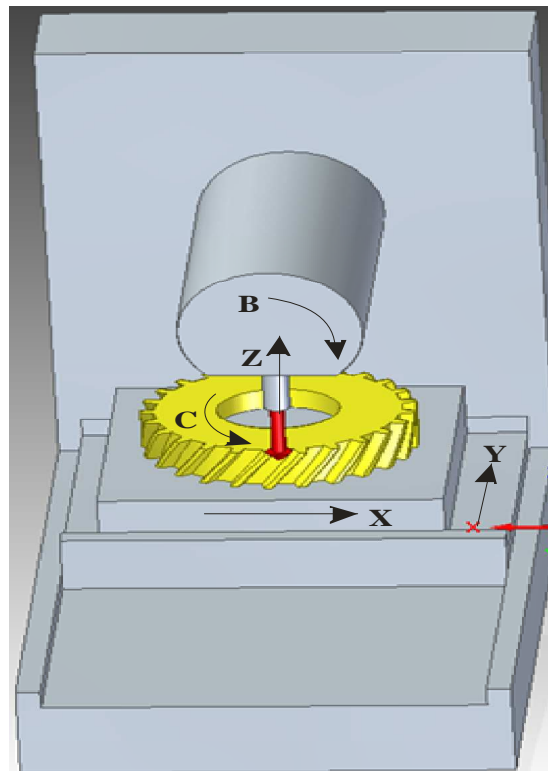
### 3. KONCEPCJA ZATĘPIANIA KRAWĘDZI UZĘBIENIA KÓŁ ZĘBATYCH NA PIĘCIOOSIOWYM CENTRUM FREZARSKIM

Zastosowanie obrabiarki sterowanej numerycznie do zatępienia krawędzi uzębień kół zębatych wydaje się najwłaściwszym kierunkiem do automatyzacji takich czynności. Możliwość zaprogramowania dowolnej ścieżki (toru) narzędzia względem przedmiotu obrabianego przemawia za takim rozwiązaniem, ponieważ umożliwia zrealizowanie ruchu m.in. po linii ewolwenty jak i po linii śrubowej.

Oprócz zdefiniowania torów narzędzia względem przedmiotu, nie mniej istotnym jest problem wyboru narzędzia do zastąpienia. Narzędzie musi umożliwiać obróbkę wiórową lub ścierną przedmiotu twardego, powyżej 60 HRC. Ponadto, z uwagi na wymiary zębów kół zębatych, narzędzie musi mieć stosunkowo małe wymiary średnicowe 3÷6 mm, tak, aby zmieścić się w luce międzyzębnej.

Na rysunku 8 przedstawiono schemat pięcioosiowego centrum frezarskiego, na którym zaznaczono potrzebne osie sterowane numerycznie. Aby można było zrealizować ruchy narzędzia względem przedmiotu po torach ewolwentowych i śrubowych, obrabiarka powinna umożliwić:

- sterowanie osiami liniowymi X, Y i Z,
- sterowanie osiami obrotowymi C i B.



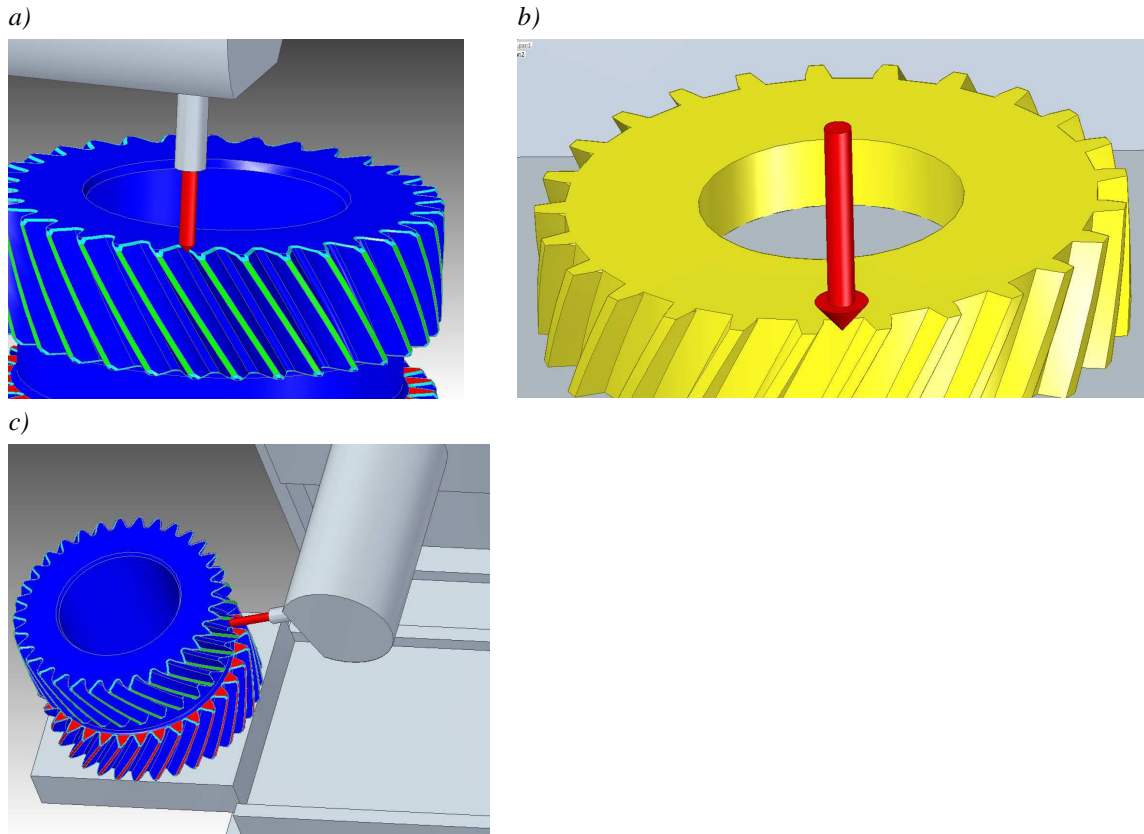
Rys. 8. Schemat pięcioosiowego centrum frezarskiego

Oznacza to, że musi posiadać stół obrotowy sterowany numerycznie w osi C oraz wrzeciennik sterowany numerycznie w osi B. Oś C umożliwi obróbkę kolejno wszystkich zębów a oś B zatępienia krawędzi wzdłuż linii śrubowej.

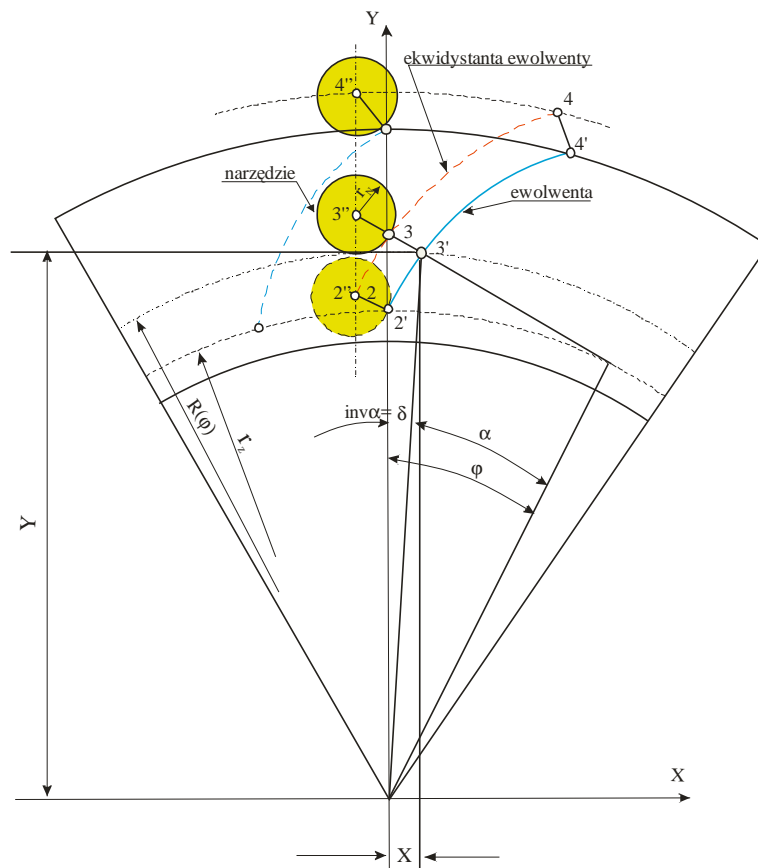
Na rysunku 8 zaznaczono także, w sposób symboliczny, narzędzie do zatępienia. Jest to ściernica lub frez o kształcie stożka. Kształt stożka jest w tym przypadku istotny, ponieważ umożliwi on, w przypadku kół zębatych o zębach zewnętrznych, zachowanie prostopadłości osi Z do płaszczyzny czołowej koła zębatego podczas zatępienia krawędzi ewolwentowych i krawędzi dna wrębu. Na rysunku 9 pokazano przykładowe usytuowanie narzędzia względem krawędzi ewolwentowej i krawędzi dna wrębu. W takim przypadku, do pomyslenia jest ciągła obróbka krawędzi ewolwentowych, dna wrębu i wierzchołkowych całego koła, jeżeli zrealizować interpolację w układzie C-Y. Jeżeli natomiast zrealizować interpolacje w układzie X-Y, to oś C będzie tylko osią podziałową a zatępienie krawędzi będzie realizowane w cyklu podziałowym.

Na rysunku 9c pokazano problem zatępienia krawędzi linii zęba w przypadku zębów śrubowych. W takim przypadku nie uda się uniknąć odchylenia osi narzędzia od kierunku pionowego, tzn. oś B będzie musiała być odchylna o wartość kąta zależnego od kąta  $\beta$  linii śrubowej zęba tak, aby być w każdej chwili prostopadła do linii zęba.

Zrealizowanie zatępienia krawędzi ewolwentowych wymaga zdefiniowania ruchu środka narzędzia po ekwidystancie. W tym celu należy sformułować zależności opisujące krzywą ewolwentową. Na rysunku 10 przedstawiono fragment ewolwenty (odcinek 2' - 4'), stanowiącej jeden z boków zęba oraz usytuowanie hipotetycznego narzędzia.



Rys. 9. Usytuowanie narzędzia skrawającego względem koła zębatego: a) podczas zatępienia krawędzi zęba, b) dna wrębu, c) linii zęba



Rys. 10. Model wspomagający obliczanie toru narzędzia dla zatępienia krawędzi ewolwentowej



Jeżeli zaprogramuje się tor będący linią ewolwentową boku zęba (odcinek 2' - 4'), to wykorzystując klasyczną korekcję promieniową, można stosunkowo łatwo zrealizować ruch po ekwidystancie (odcinek 2 - 4). Korekcja promieniowa będzie w tym przypadku odpowiadała promieniowi narzędzia  $r_N$ , który styka się z krawędzią linii ewolwentowej. Wielkość tego promienia będzie uzależniona od kąta narzędzia stożkowego i od pozycjonowania w osi Z.

Położenie dowolnego punktu krawędzi zęba (punkt 3') można przedstawić dwojako: albo w układzie biegunowym (R,  $\varphi$ ), albo kartezjańskim (X,Y). Wybór układu odniesienia zależy od przewidzianej metody interpolacji. Korzystając z podstawowych informacji o ewolwencie, można wyznaczyć współrzędne dowolnego punktu (punkt 3') w układzie biegunowym, następująco:

$$R(\varphi) = r_z \sqrt{1 + \varphi^2} \quad (1)$$

gdzie:

$R(\varphi)$  – promień, którego początek jest w środku koła zasadniczego,

$\varphi$  – kąt, dla którego styczna do koła zasadniczego, przecinająca się z promieniem  $r_z$ , wyznacza punkt ewolwenty,

$r_z$  – promień koła zasadniczego.

Zależność (1) pozwala opisać ten odcinek boku zęba, który jest zawarty pomiędzy kołem zasadniczym i wierzchołkowym (odcinek 2' - 4'). Zależność ta nie opisuje dna wrębu, tj. części krawędzi zęba poniżej koła zasadniczego.

Kąt  $\varphi$  jest mało przydatny do programowania ruchów. Aby interpolować w układzie biegunowym, ruch narzędzia względem przedmiotu (przemieszczenie liniowe Y, które w tym wypadku równe jest promieniowi  $R(\varphi)$ ) trzeba powiązać z ruchem obrotowym koła (oś C, które w tym wypadku równe jest kątowi  $\delta$ ).

Ruch obrotowy koła reprezentuje kąt  $\delta$  (Rys. 10), który jest równy kątowi  $inv \alpha$ . Kąt  $\varphi$  powiązany jest z kątem  $\alpha$  następująco:

$$\varphi = inv \alpha + \hat{\alpha} \quad (2)$$

gdzie  $\alpha$  – kąt przyporu.

Z definicji  $inv \alpha$  wynosi:

$$inv \alpha = tg \alpha - \hat{\alpha} \quad (3)$$

W literaturze można znaleźć stabelaryzowane związki pomiędzy kątem przyporu  $\alpha$  i  $inv \alpha$ . Dla  $\alpha < 45^\circ$  kąt  $inv \alpha < 10 \div 11^\circ$ .

Wstawiając (3) do (2) otrzymamy:

$$\varphi = tg \alpha \quad (4)$$

Przyjmując oznaczenia:

$$\delta = inv \alpha \quad (5)$$

gdzie:  $\delta$  – kąt obrotu koła w osi C,

i uwzględniając (6) i (1) w zależności (3) otrzymamy związek pomiędzy kątem  $\varphi$  a kątem  $\delta$  (kąt obrotu w osi C):

$$\delta = \hat{\varphi} - arctg \varphi \quad (6)$$

Uwzględniając zależność (6) i (1) możemy powiązać kąt obrotu  $\delta$  w osi C z promieniem  $R$  (jest równy przemieszczeniu w osi Y) w postaci równań parametrycznych, opisujących ewolwentę w układzie biegunowym C, R.

Zależność (6) można przybliżyć, stosując metodę regresji kwadratowej, funkcją wykładniczą o postaci:

$$\varphi = 22,048 \cdot \delta^{0,367} \quad (7)$$

gdzie:  $\delta$  i  $\varphi$  w  $[^\circ]$ .

Zależność (7) w zakresie kąta  $\varphi < 45^\circ$  wprowadza błąd poniżej 2 %.

Wówczas, wstawiając (7) do (1) otrzymamy bezpośredni związek pomiędzy promieniem  $R$  a kątem obrotu koła w osi C (kąt  $\delta$ ), mianowicie:

$$R(\delta) = r_z \sqrt{1 + 486,114 \delta^{0,734}} \quad (8)$$

gdzie:  $\delta$  w  $[^\circ]$ .

Zależność (8) może zostać wykorzystana do interpolacji ruchu narzędzia po linii ewolwentowej w układzie osi C-R, czyli w układzie biegunowym.

Z podstawowej wiedzy o ewolwencie można opisać położenie dowolnego punktu ewolwenty (punkt 3') w układzie kartezjańskim XY, a mianowicie:

$$\begin{aligned} X &= r_z (\sin \varphi - \hat{\varphi} \cos \varphi) \\ Y &= r_z (\cos \varphi + \hat{\varphi} \sin \varphi) \end{aligned} \quad (9)$$

Zależność (9), w postaci parametrycznej, definiuje współrzędne dowolnego punktu krawędzi zęba (punkt 3'). Może ona być podstawą do interpolacji toru narzędzia w układzie osi X-Y.

Podobnie jak w przypadku analizy w układzie biegunowym, uwzględniając (4) i (6), oraz biorąc pod uwagę przybliżony związek (7)), można użyć następującego przybliżenia:

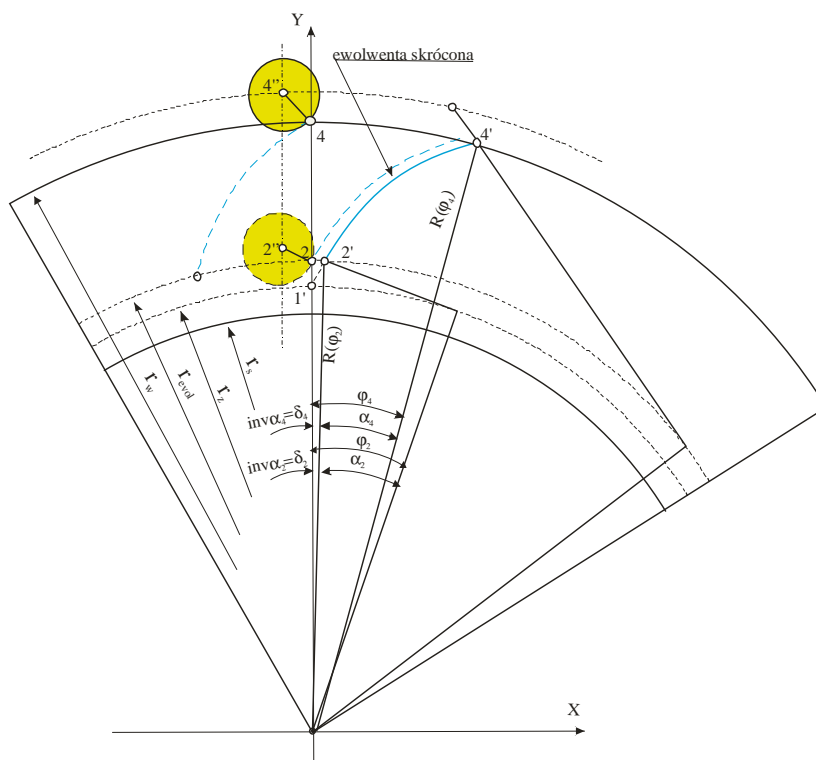
$$\begin{aligned} (\sin \varphi - \hat{\varphi} \cos \varphi) &\approx 0,005\delta^2 + 0,0187\delta - 0,0005 \\ (\cos \varphi + \hat{\varphi} \sin \varphi) &\approx -0,0021\delta^2 + 0,0484\delta + 1,0241 \end{aligned} \quad (10)$$

Wówczas zależność (9) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} X &\approx r_z (0,0005\delta^2 + 0,0187\delta - 0,0007) \\ Y &\approx r_z (-0,0021\delta^2 + 0,0484\delta + 1,0241) \end{aligned} \quad (11)$$

Zależność (11) jest parametrycznym równaniem ewolwenty, przy czym parametrem jest kąt obrotu koła  $\delta$  (obrót w osi C). Błąd z tytułu zastąpienia zależności (9) przybliżoną zależnością (11) nie przekracza 2,5 %.

Układy równań (9) i (11) można wykorzystać do interpolacji ewolwenty w zakresie kąta od  $\delta_2$  (punkt początkowy ewolwenty, punkt 2', który leży na kole o promieniu  $r_{evol}$ ) do  $\delta = \delta_w$  (kąt odpowiadający przecięciu się ewolwenty z kołem wierzchołkowym, punkt 4'). W tym celu posłużymy się rysunkiem 11, na którym zaznaczono graniczne punkty występowania linii ewolwenty, tj. punktu początkowego (punkt 2') i końcowego (punkt 4').



Rys. 11. Schemat do wyznaczenia punktów granicznych linii ewolwenty

W kołach zębatych, które są przedmiotem analizy zastosowano tzw. ewolwentę skróconą, tj. taką krzywą, która swój początek ma nie na kole zasadniczym o promieniu  $r_z$  lecz na kole o promieniu mniejszym  $r_{evol}$  ( $r_{evol} < r_z$ ). Punkt początkowy ewolwenty skróconej oznaczono jako 2' (Rys. 11). Współrzędne punktu 2', w układzie biegunowym wynoszą:  $\delta_2, R_2$ , przy czym

$$R_2 = r_{evol} \quad (12)$$

Natomiast kąt  $\delta_2$  wyznaczmy następująco:  
z zależności (1) otrzymamy:

$$\widehat{\varphi}_2 = \sqrt{\left(\frac{r_{evol}}{r_z}\right)^2} - 1 \quad (13)$$

gdzie:

$\widehat{\varphi}_2$  – kąt odpowiadający punktowi początkowemu ewolwenty (punkt 2'),  
 $r_{evol}$  – promień koła na którym znajduje się punkt początkowy ewolwenty.

Na podstawie zależności (6) możemy wyznaczyć kąt  $\delta_2$  następująco:

$$\delta_2 = \varphi_2 - \arctg \varphi_2 \quad (14)$$

gdzie:

$\delta_2$  – kąt obrotu koła (oś C) mierzony względem punktu 1' (punkt dla którego  $\delta_1 = 0$ , leży on na kole zasadniczym) (rys 11), definiujący położenie początkowe linii ewolwenty na kole o promieniu  $r_{evol}$ .

Podobnie można wyznaczyć współrzędne punktu końcowego linii ewolwenty (punkt 4'), które wynoszą  $\delta_4, R_4$ , przy czym:

$$R_4 = r_w \quad (15)$$

gdzie:

$r_w$  – promień koła wierzchołkowego koła zębatego.

Natomiast kąt  $\delta_4$  wyznaczymy następująco:  
z zależności (1) otrzymamy:

$$\widehat{\varphi}_4 = \sqrt{\left(\frac{r_w}{r_z}\right)^2} - 1 \quad (16)$$

gdzie:

$\widehat{\varphi}_4$  – kąt odpowiadający punktowi końcowemu ewolwenty (punkt 4').

Na podstawie zależności (6) możemy wyznaczyć kąt  $\delta_4$  następująco:

$$\delta_4 = \varphi_4 - \arctg \varphi_4 \quad (17)$$

gdzie:

$\delta_4$  – kąt obrotu koła (oś C) mierzony względem punktu 1' (kąt  $\delta_1 = 0$ ) (Rys. 11), definiujący położenie końcowe linii ewolwenty na kole o promieniu  $r_w$ .

Należy pamiętać, że wszystkie obliczenia prowadzimy w płaszczyźnie czołowej koła zębatego. Oznacza to, że w zależnościach (1) do (17) należy wstawiać wartości dotyczące płaszczyzny czołowej.

Proponowana metoda fazowania krawędzi uzębienia koła zębatego przy pomocy narzędzia stożkowego o kacie wierzchołkowym  $90^0$ , którego oś jest prostopadła do czoła koła zębatego przyczynia się do zróżnicowania szerokości fazy na obu krawędziach linii ewolwentowej. Przyjęto, że  $x_{fl}$  to szerokość fazy na umownie lewej stronie uzębienia a  $x_{fp}$  to szerokość fazy na krawędzi umownie prawej. Zróżnicowanie szerokości obu faz wynika z linii zęba, która w tym przypadku jest linią śrubową o kącie  $\beta$ . Na Rys. 12 pokazano w sposób symboliczny, obie fazy, dla dwóch położen narzędzia stożkowego. Faza  $x_{fp}$  jest wyraźnie większa od fazy  $x_{fl}$ , a wielkość zróżnicowania zależy przede wszystkim od kąta linii zęba  $\beta$ .

Dla kąta wierzchołkowego narzędzia  $90^0$  można wykaazać, że stosunek szerokości obu faz wynosi:

$$\frac{x_{fp}}{x_{fl}} = \frac{(r_N - k_p) \sin(45 + \beta)}{(r_N - k_l) \sin(45 - \beta)} \quad (18)$$

gdzie:

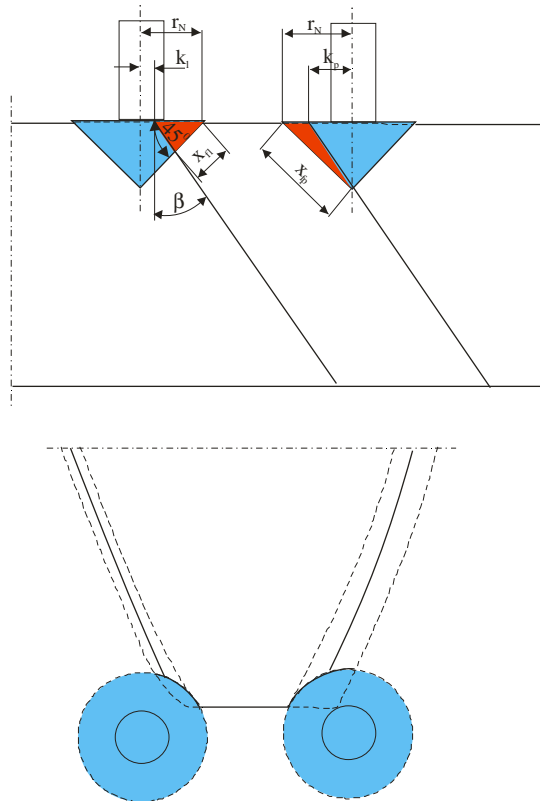
$x_{fp}, x_{fl}$  – szerokości faz po lewej i prawej stronie uzębienia,

$k_l, k_p$  – parametry definiujące położenie osi narzędzia względem linii zęba.

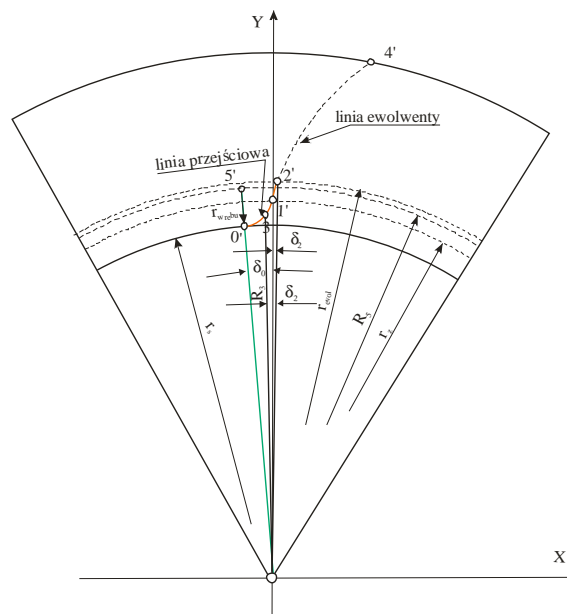
Z rysunku 12 można wywnioskować, że różnicując parametry  $k_l$  i  $k_p$  można zmienić stosunek szerokości obu faz. Do pomyślenia jest taka sytuacja, kiedy  $x_{fp} = x_{fl}$ . Wymaga to znalezienia odpowiednich wartości  $k_l$  i  $k_p$ .

Wszystkie do tej pory zdefiniowane zależności dotyczą tylko fragmentu zarysu zęba, tj. odcinka ewolwenty zawartego pomiędzy punktami 2' i 4' (rys. 11). Jest to najważniejszy odcinek zarysu zęba, ale oprócz niego jest jeszcze odcinek stanowiący fragment wrębu, poniżej koła o promieniu  $r_{evol}$ . Na rysunku 13, na którym przedstawiono schemat wspomagający obliczenia geometryczne wrębu zęba poniżej koła o promieniu  $r_{evol}$ , zaznaczono ten fragment zęba w postaci linii przejściowej.

Linia przejściowa zawarta pomiędzy punktami 0' - 2', w przeciwieństwie do linii ewolwenty (pomiędzy punktami 2' - 4') nie jest tak jednoznacznie opisana zależnościami analitycznymi. Jej kształt i wymiary zależą w pierwszym rzędzie od zastosowanego narzędzia do nacinania zębów. Generalnie, stosuje się dwa rodzaje na-



Rys. 12. Rysunek pomocniczy dla wyznaczenia wielkości fazy  $x_{\beta}$  i  $x_{fp}$  krawędzi uzębienia



Rys. 13. Schemat wspomagający opis wrębu zęba

rzędzi: zębatkowe (metoda Magga i frezowanie obwiedniowe) i ewolwentowe (metoda Fellowsa). Linia przejściowa w obu tych metodach jest inna, w pierwszym przypadku jest to najczęściej linia ewolwentowa wydłużona a w drugim linia epicykloidalna.

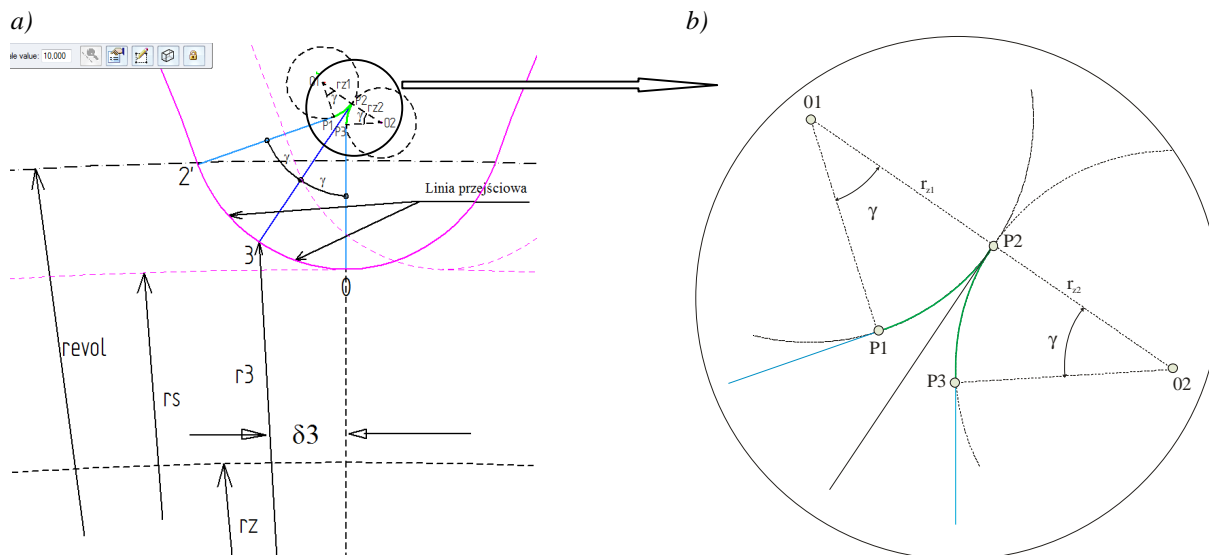
Niezależnie od postaci geometrycznej linii przejściowej dwa jej punkty są zdefiniowane w sposób jednoznaczny: punkt 2' który odpowiada punktowi początkowemu linii ewolwentowej zarysu zęba (współrzędne biegunowe  $\delta_2, r_{evol}$ ) i to jest równocześnie punkt początkowy linii przejściowej oraz punkt 0' leżący na kole dna wrębu (współrzędne  $\delta_0, r_s$ ), który jest punktem końcowym linii przejściowej (dla pojedynczego zęba). Współrzędne punktu 2' zostały zdefiniowane zależnościami (12) do (14), natomiast współrzędne punktu 0' (punkt nr 0' to punkt dna wrębu) można określić następująco:

$$R_0 = r_s$$

$$\delta_0 = \frac{\pi}{2z} \quad (19)$$

Natomiast zarys linii przejściowej zidentyfikujemy na podstawie dokumentacji CAD koła zębatego, ponieważ technologia wykonania uzębienia nie jest nam znana w szczególności.

Na rysunku 14 przedstawiono schematy dna wrębu które posłużą do zdefiniowania linii przejściowej. Schematy te uzyskano z dokumentacji CAD przykładowego koła zębatego.



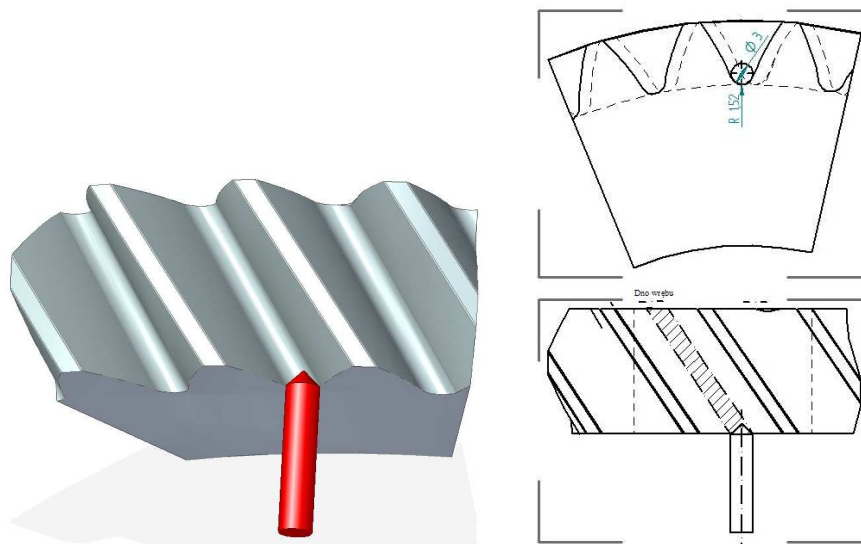
Rys. 14. Schematy wspomagające identyfikację linii przejściowej

Linia przejściowa na rysunku 14 zawarta jest pomiędzy punktami 0 - 2'. Linia ta składa się z dwóch identycznych odcinków: 0 - 3 i 3 - 2'. Odcinki tych linii uzyskujemy w wyniku odwijania z koła o promieniu  $r_{z1}$  (środek koła w punkcie  $O_1$ ), dla odcinka 2' - 3 i z koła o promieniu  $r_{z2}$  (środek koła w punkcie  $O_2$ ), dla odcinka 3 - 0. Zakładamy, że znany jest promień zaokrąglenia narzędzia skrawającego  $r_N$ . Na rysunku 14 promień ten jest równy odcinkowi 0 -  $P_3$  i odcinkowi 2' -  $P_1$ . Z podobieństwa trójkątów  $O_1, P_1, P_2$  i  $O_2, P_2, P_3$  wynika że promienie kół  $r_{z1} = r_{z2} = 0,25 r_N$ . Mechanizm powstawania linii przejściowej jest więc podobny do tworzenia linii ewolwentowej zęba, którego promień koła zasadniczego wynosi  $0,25 r_N$ , a środki kół znajdują się w punktach  $O_1$  i  $O_2$ .

Aby móc wykorzystać ten mechanizm do tworzenia linii przejściowej na obrabiarce CNC należy jeszcze zdefiniować współrzędne punktu 3 w układzie współrzędnych przedstawionych na rysunku 14, czyli ( $\delta_3, r_3$ ).

Przedstawiony powyżej sposób definiowania linii przejściowej należy potraktować, jako przykład podejścia do rozwiązania tego zagadnienia. Nie można go uogólniać na wszystkie koła zębate. Wydaje się, że identyfikację linii przejściowej, w warunkach warsztatowych najlepiej zrealizować na drodze jej zeskanowanie dla każdego koła zębatego i utworzenie tabeli współrzędnych punktów, tworzących linię przejściową. Na jej podstawie będzie można zdefiniować w programie CNC ścieżkę narzędzia, uwzględniając promień zaokrąglenia narzędzia skrawającego  $r_N$  w postaci korekcji promieniowej. Skanowanie linii przejściowej musi się odbywać na odcinku pomiędzy punktami 2' i 0' (patrz rys. 14).

Fazowanie krawędzi dna wrębu posiada jeszcze jeden krytyczny parametr, mianowicie, maksymalną średnicę narzędzia, które "zmieści" się w luce dna wrębu. Na rysunku 15 przedstawiono przykład takiego krytycznego stanu. Najmniejszy promień krzywizny dna wrębu wynosi w tym przykładzie 1,52 mm. W takim przypadku, kiedy oś narzędzia ma być prostopadła do czoła koła zębatego maksymalna średnica narzędzia nie może przekroczyć 3 mm.

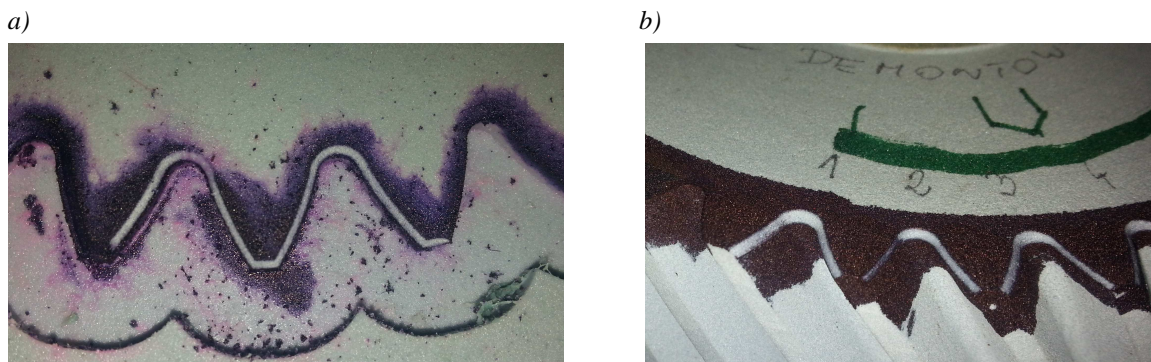


Rys. 15. Usytuowanie narzędzia trzpieniowego stożkowego w dnie wrębu

#### 4. EKSPERYMENTALNE TESTY FAZOWANIA UZĘBIEŃ NA CENTRUM OBRÓBKOWYM

Przedstawiona metodę fazowania krawędzi uzębień przetestowano na centrum obróbkowym DMU 60 Monoblock. Próby wykonano na kołach miękkich, używając frezów stożkowych o kącie wierzchołkowym  $90^{\circ}$  (rys. 5b) o średnicy 3 mm. Przeprowadzono szereg testów, zarówno, kiedy oś narzędzia była prostopadła do czoła koła zębatego i kiedy była odchylona.

Na rysunku 16 pokazano dwa przykłady takich testów.



Rys.16. Przykładowe efekty fazowania krawędzi uzębień kół z zębami prostymi (a) i skośnymi (b), kiedy oś narzędzia była prostopadła do czoła koła zębatego

Przykłady pokazane na rysunku 16 generalnie potwierdzają prawidłowość koncepcji technologii fazowania krawędzi uzębienia na obrabiarkach CNC.

#### 5. PODSUMOWANIE

Automatyzacja procesu fazowania i zatępienia krawędzi uzębienia kół zębatych w oparciu o centra obróbkowe CNC wydaje się teoretycznie możliwa. Wygenerowanie ścieżek narzędzia, jakkolwiek kłopotliwe, jest realne. Krytycznym zagadnieniem wydaje się być dobór narzędzia wiórowego lub ściernego. Główną trudność w doborze narzędzia, zwłaszcza do obróbki twardej, czyli po zahartowaniu zębów, polega na zapewnieniu odpowiedniej trwałości, która wystarczy do wykonania przynajmniej jednego koła zębatego. Z uwagi na konieczność stosowania narzędzi o bardzo małych średnicach, które "zmieszczą się" w luce międzyzębnej, ich zużywanie się będzie stosunkowo szybkie. Owocować to będzie m.in. zmianą średnicy narzędzia, co bezpośrednio będzie wpływać na szerokość fazy na krawędzi uzębienia. Odpowiedni dobór materiału narzędzia (ściernice bora-zonowe) będzie decydował o spełnieniu warunku obróbki jednym narzędziem całego koła zębatego. Negatywną stroną takiego rozwiązania będą odpowiednio wyższe koszty operacji zatępienia.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] Ochęduszek K.: *Koła zębate* cz. I. PWN Warszawa, 1970.
- [2] Cichosz P., Kuzinovski M.: *Mechanik. Zeszyt 7. Metody wykonywania fazek i gratowania krawędzi*. Warszawa 2011.
- [3] Cichosz P., Kuzinovski M.: *Mechanik. Zeszyt 8. Metody wykonywania fazek i gratowania krawędzi*. Warszawa 2011.
- [4] Kaniak S., Praca dyplomowa magisterska - *Stanowisko do usuwania zadziorów z kół zębatach o zębach wewnętrznych*, Gliwice 2014.
- [5] Węgrzyński K., Praca dyplomowa magisterska - *Projekt stanowiska do gratowania kół zębatach o uzębieniu zewnętrznym*, Gliwice 2014.
- [6] Katalog narzędzi firmy 3M.
- [7] Katalog narzędzi firmy Lukas.
- [8] Materiały informacyjne firmy SenjoSeiki.
- [9] Materiały informacyjne firmy Redin Production Machine.
- [10] Materiały informacyjne firmy Yaskawa Motoman Robotics.
- [11] Materiały informacyjne firmy BRM.
- [12] Materiały informacyjne firmy BEF-MONT.
- [13] Materiały informacyjne firmy SPV Spintec.
- [14] Materiały informacyjne firmy CDMC.

Publikacja powstała w oparciu o realizowany projekt w ramach Programu INNOLOT pt. Zaawansowane techniki wytwarzania przekładni lotniczych prowadzonego na podstawie umowy nr INNOLOT/I/10/NCBR/2014 pomiędzy WSK Rzeszów a Narodowym Centrum Badań i Rozwoju.