O potrzebie identyfikacji modeli dynamicznych

On the need of dynamical model identyfication

ZBIGNIEW DĄBROWSKI *

DOI: 10.17814/mechanik.2016.12.559

W artykule przedstawiono definicje i podstawowe formalizmy identyfikacji parametrycznej i strukturalnej. Krótko przedstawiono praktyczne aspekty tak postawionego zadania. Następnie, wykorzystując prosty model matematyczny, pokazano, że pominięcie identyfikacji modelu może prowadzić do grubych błędów jakościowych i ilościowych.
SŁOWA KLUCZOWE: identyfikacja, model dynamiczny, zadanie nieliniowe

The paper reminds of basic definitions and formalisms of parametric and structural identification. Practical aspects of formulation of identification problem were presented. Furthermore, the simple example shows that the omission of identification procedure leads to serious errors, even for not complicated models.
KEYWORDS: identification, dynamic model, nonlinear task

Celem przewodnim niniejszego artykułu jest wykazanie konieczności posługiwania się modelem dostatecznie dobrze opisującym zjawiska fizyczne, czyli poprawnie zidentyfikowanym. Wbrew pozorom zadanie to nie jest proste. W chwili obecnej dążność do uzyskiwania konstrukcji materiałooszczędnych w połączeniu z dokonaniami inżynierii materiałowej stawia przed inżynierem wymóg tworzenia nowych, dokładniejszych modeli dynamicznych i rezygnacji z ogólnie przyjętych „podręcznikowych" uproszczeń [1–3]. Wiele zagadnień z dostatecznie dobrą dokładnością traktowanych jako liniowe wymaga obecnie pełnego opisu nieliniowego itp. Sformułowanie w sposób poprawny zadania optymalizacji wymaga pewności, że opisuje się zjawiska w pełni adekwatnym modelem. Jedynym sposobem na stwierdzenie, czy tak jest w istocie, jest konfrontacja z rzeczywistością, czyli eksperyment, a „dopasowanie" modelu do rzeczywistości wymaga jednak formalnego rozwiązania zadania identyfikacji. Alternatywą jest metoda prób i błędów, na co obecnie nikogo nie stać.

Krótka teoria

Zacznijmy rozważania od definicji. Samo słowo „identyfikacja", mające zresztą polski synonim „utożsamienie", używane bywa w różnych znaczeniach. Dlatego też w dalszych rozważaniach przyjmijmy, że pod pojęciem identyfikacji rozumieć będziemy „identyfikacje modelu dynamicznego", czyli mówiąc poglądowo: wszelkie działania polegające na zmianie wartości współczynników i struktury modelu w taki sposób, by model odpowiadał wynikom naszej obserwacji z możliwie największą (dopuszczalną) dokładnością. Przyjmijmy, że budowany model dynamiczny stanowi układ równań różniczkowych zwyczajnych rzędu drugiego zapisany w postaci:

$$f_1(\ddot{q}_i,\dot{q}_i,q_i,t)=0 \quad \rightarrow \quad \ddot{\xi}_i+\omega_0^2\xi_i=f(\ddot{\xi}_1\ldots\ddot{\xi}_j,\xi_1\ldots\xi_j;t) \qquad (1)$$

gdzie przez q_i oznaczono dowolne (liniowe, kątowe) współrzędne uogólnione, a przez ξ_i – współrzędne główne (normalne) układu zlinearyzowanego.

* Prof. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski (mail: zdabrow@simr.pw.edu.pl) – Politechnika Warszawska, Instytut Podstaw Budowy Maszyn

Transformacja $q \rightarrow \xi$ jest liniowa i odwracalna, a jej wykonanie niezbędne dla dowiedzenia twierdzenia o możliwości uzyskania w sposób addytywny coraz dokładniejszych przybliżeń przy analitycznym rozwiązywaniu układu nieliniowego [4]. Załóżmy dalej, że istnieje możliwość porównania wyników obliczeń z rezultatem obserwacji dla pewnej liczby współrzędnych (stopni swobody). Założenie to pozwala zapisać relację „wynik obserwacji $\Leftrightarrow$ model" w następujący sposób:

$$S_t\{x_i(t,\theta,n,r)\}\Leftrightarrow\kappa\sum_i p_j(t)*h_{ji}(m_i,k_i,c_i) \qquad (2)$$

– dla modelu liniowego,

$$S_t\{x_i(t,\theta,n,r)\}\Leftrightarrow y_i(m_i,k_i,c_i,t) \qquad (3)$$

– dla modelu nieliniowego.

W równaniach przyjęto następujące oznaczenia: $\{x_i(\ldots)\}$ – wynik obserwacji będący w istocie procesem losowym, zależnym od czasu obserwacji t, czasu ewolucyjnego θ, uwzględniającego zmiany zachowań maszyny w różnych okresach eksploatacji; n – egzemplarza badanego obiektu i r – punktu lokalizacji sensora pomiarowego; S_t – zdefiniowany operator selekcji w dziedzinie czasu, zawierający w sobie przedział czasowy eksperymentu i odpowiednie uśrednienie (preprocesing) sygnału, umożliwiające porównanie modelu zdeterminowanego nie z procesem losowym (co jest niewykonalne), tylko z jego zdeterminowaną charakterystyką; $p_j(t)$ – wymuszenia; h_i – impulsowe funkcje przejścia będące funkcjami parametrów modelu, czyli mas (m_i), sztywności (k_i) i tłumień (c_i); y_i – rozwiązanie układu nieliniowego niedające się przedstawić w postaci sumy splotów funkcji przejścia i wymuszeń; κ – operator dopasowania stosowany wówczas, gdy nie można bezpośrednio zmierzyć (zarejestrować) przebiegu dynamicznego wybranej współrzędnej, np. gdy modelujemy drgania przekładni zębatej i wynikiem modelowania są drgania wału w łożyskach, a obserwujemy przebieg dynamiczny wybranej części korpusu [5].

Aby relację sygnał↔model przekształcić w najprostsze zadanie identyfikacji, należy spośród parametrów układu wybrać zmienne decyzyjne i zdefiniować metrykę tak, by możliwe było liczenie w połączonym zbiorze przetworzonych sygnałów i obliczeń modelowych. Prowadzi to do układu równań:

$$S_t\{x_i(\ldots)\}\Leftrightarrow\kappa\sum_i p_j(t)*h_{ji}(\ldots,z_k)+\varphi_i+\varphi_{ni}+\psi_i \qquad (4)$$

gdzie: φ_i – błąd struktury modelu występujący zawsze, gdyż żaden model nie jest idealny; φ_{ni} – błąd nieliniowego zaburzenia; φ_i – szum pomiarowy.

Często zaburzenia nieliniowe traktujemy jako błąd strukturalny modelu, co sprowadza się do zaniechania wyodrębnienia osobnej funkcji φ_{ni}. Formalnie zatem zadanie identyfikacji parametrycznej w dziedzinie czasu możemy zapisać w postaci:

$$S_t\{x_i(\ldots)\} \Leftrightarrow \kappa_t \sum_i p_j(t) * h_{ji}(\ldots, z_k) \le \delta \qquad \rho \overset{def}{=} \rho(.,.) \tag{5}$$

gdzie $\delta \ge \psi_i + \phi_i$ oznacza dopuszczalny błąd identyfikacji.

Problem niemożliwości uzyskania dużej liczby niezależnych punktów pomiarowych rozwiązuje się zazwyczaj, poddając równanie obustronnie transformacji Fouriera, czyli sprowadzając do postaci:

$$S_\omega\{X_i(\ldots)\} - \kappa_\omega \sum_i P_j(\omega) \cdot H_{ji}(\omega, \ldots, z_k) \le \Delta \qquad \rho \overset{def}{=} \rho(.,.) \tag{6}$$

gdzie: $\Delta \ge \Psi + \Phi$; $X = \Im S_t\{x\}$; $H = \Im h$ – transmitancja widmowa; $\Im$ – operator transformaty Fouriera (wszystkie pozostałe wielkości opisane dużymi literami są transformatami odpowiednich wielkości występujących w równaniu (4)); S_ω oznacza operator selekcji w dziedzinie częstotliwości, czyli operator filtracji.

Przykład prostego modelu nieliniowego

Opisany teoretycznie tok postępowania prześledźmy najpierw na możliwie najprostszym przykładzie. Rozpatrzmy model ciężkiej tarczy osadzonej na lekkim wale wytworzonym z kompozytu węglowego [6]. Wiadomo, że materiał wału ma cechy nieliniowe, to znaczy, że przynajmniej współczynnik sprężystości jest nieliniową funkcją przemieszczenia. Spróbujmy zidentyfikować prosty model dynamiczny w dziedzinie częstotliwości. Jako kryterium identyfikacji przyjmijmy porównanie modułów transmitancji. Obserwacja polega na rejestracji przemieszczenia dla różnych prędkości obrotowych. Nieliniowość siły sprężystej aproksymujemy rozwinięciem w szereg potęgowy z dokładnością do drugiego wyrazu. Załóżmy również pomijalnie małą masę wału w stosunku do masy tarczy. Zadanie sprowadza się zatem do następującej zależności:

$$m\ddot{x} + kx + \varepsilon x^3 + \ldots + c\dot{x} = \Omega^2 e \sin \Omega t \tag{7}$$

gdzie: *e* – mimośród (niewyrównoważenie); Ω – prędkość obrotowa; *c* – współczynnik tłumienia obliczony z pomiaru drgań gasnących; *k* – liniowa część charakterystyki sprężystej z próby statycznej.

$$\underset{\omega}{\wedge} S_t S_\omega H_0(\omega) - H(\omega) < \delta \Rightarrow \varepsilon \tag{8}$$

gdzie: S_t – definiuje się jako charakterystykę okna Hanninga; S_ω – filtracja sygnału w przedziale 0–3ω_0, gdzie przez ω_0 oznaczono częstość własną układu zlinearyzowanego. Wielkość δ przyjęto jako $0{,}1H_0$.

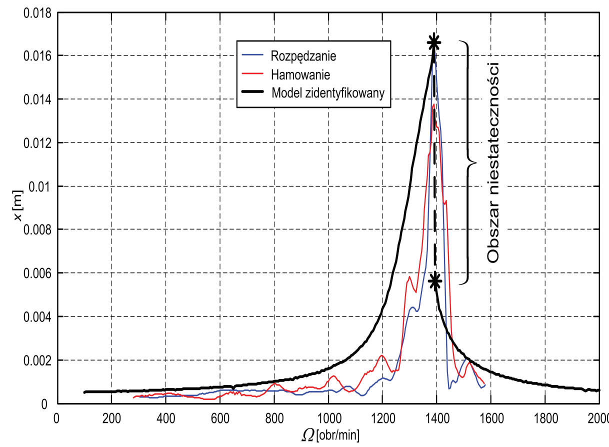
Przeprowadzone obliczenia wykazują niemożliwość dokonania identyfikacji przy takich założeniach. Oznacza to, że model jest jakościowo błędny. Spróbujmy zatem znaleźć inną postać funkcji opisującej nieliniową sprężystość. Załóżmy, że siła sprężysta dana jest zależnością:

$$F = F(x, \dot{x}) = kx + \varepsilon_1 \dot{x} + \varepsilon_2 x\dot{x} + \varepsilon_3 x^2 + \varepsilon_4 \dot{x}^2 + \varepsilon_5 x^3 + \ldots \tag{9}$$

W pierwszym przybliżeniu aproksymujmy to wyrażenie trzema wyrazami rozwinięcia, pomijając wyraz prostokątny i składową x^2 jako niemającą sensu fizycznego:

$$F = kx + \varepsilon_1 \dot{x} + \varepsilon_5 x^3 + \ldots \tag{10}$$

W tym przypadku zadanie jest rozwiązywalne i pozwala na znalezienie ε_1 i ε_5 tak, by spełniony był warunek (8). Rezultat identyfikacji przedstawiono na rysunku z widocznym obszarem niestateczności charakterystycznym dla układu nieliniowego. Warto zwrócić uwagę na dwa fakty. Składnik charakterystyki sprężystej zależny od prędkości ma wymiar siły tłumienia. Gdyby zamiast przyjęcia modelu według wzoru (10) po prostu zidentyfikować współczynnik tłumienia, otrzymalibyśmy równanie, w którym tłumienia od zaburzenia sprężystości odróżnić się nie da, a współczynnik *c* jest nieprawdziwy i maskuje błąd opisu siły sprężystości. Tak uzyskane równania byłyby nieużyteczne w przypadku ewentualnych zmian układu, np. przy optymalizacji położenia tarczy na wale itp.



Rys. Rezultat identyfikacji modelu dynamicznego wału maszynowego wykonanego z kompozytu węglowego ([6])

Podsumowanie i wnioski

Naturalna szczupłość ram artykułu nie pozwala na umieszczenie dalszych, bardziej skomplikowanych przykładów. Niemniej jednak nawet tak prosty przykład, jak umieszczony w punkcie poprzednim, może przekonać Czytelnika, że identyfikacja modelu dynamicznego bywa niezbędna. Żaden bowiem, nawet najlepszy program komputerowy nowych zjawisk nie odkryje.

LITERATURA

1. Matyja T., Łazarz B. „Modeling the coupled flexural and torsional vibrations in rotating ma-chines in transient states". *Journal of Vibroengineering*. Vol. 16. Iss. 4 (2014): s. 1911–1924.
2. Pakowski R. (red.), Pakowski R., Mańkowski J., Chiliński B. *„Badania i analiza dynamiki układów przenoszenia mocy z wałami spajanymi"*. Warszawa: WN ITE-PIB, 2015.
3. Peruń G., Łazarz B. „Modelling of power transmission systems for design optimization and diagnostics of gear in operational conditions". *Solid State Phenomena*. Vol. 210 (2014): pp. 108–114.
4. Batko W., Dąbrowski Z., Kiciński J. „Nonlinear effects in technical diagnostics". Radom–Warszawa: PAN – WN ITE–PIB, 2008.
5. Dziurdz J. „Modelling of the toothed gear operations with the application of the analysis of the gear sliding mesh velocity changes". *Solid State Phenomena*. Vol. 180 (2012): pp. 200–206.
6. Deuszkiewicz P. *„Analiza dynamiczna w projektowaniu i ocenie stanu kompozytowych wałów maszynowych"*. Rozprawa doktorska. Warszawa: Oficyna Wydawnicza PW, 2012.