

Metoda wyznaczania współczynnika tarcia spoczynkowego pary śruba – rolka w rolkowych przekładniach tocnych

A method to measure static friction coefficient in the screw and roller pair in roller screw transmission

STANISŁAW WARCHOŁ
ALEKSANDER MAZURKOW*

DOI: 10.17814/mechanik.2016.4.49

Artykuł z XIII Forum Inżynierskiego ProCAx 2015

Przedstawiono metodę określania współczynnika tarcia spoczynkowego w rolkowych przekładniach tocnych dla pary rolka – śruba. W tym celu wykorzystano molekularno-mechaniczną teorię tarcia opracowaną przez Kragielskiego. Ślady styku pary śruba – rolka wyznaczono metodami wspomaganymi komputerowo.

SŁOWA KLUCZOWE: rolkowe przekładnie tocne, współczynnik tarcia, naprężenia stykowe

Explained in the article is a method by which static friction coefficient between the roller and screw could be determined. The method refers to the molecular/mechanical theory of friction developed by Kragielski. The lines of contact between screw and roller were traced by the Computer Aided Engineering (CAE) software.

KEYWORDS: roller screw transmission, friction, shear stress

Istotnym parametrem opisującym właściwości przekładni rolkowych jest współczynnik tarcia spoczynkowego. Do rozważań przyjęto model tarcia suchego i wykorzystano molekularno-mechaniczną teorię tarcia opracowaną przez Kragielskiego. Obliczenia przeprowadzono na długości zwoju odpowiadającej skokowi gwintu w przypadku rolki współpracującej tylko ze śrubą. Dla modelu przekładni przedstawionego na rys. 1 moment tarcia M_T można wyznaczyć z zależności:

$$M_T = T \cdot R_z \quad (1)$$

gdzie: R_z – promień zastępczy, T – siła tarcia.

Siła tarcia wynosi:

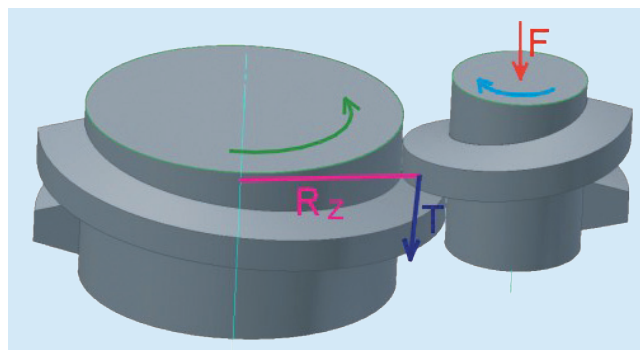
$$T = \mu \cdot F_n \quad (2)$$

gdzie: μ – współczynnik tarcia, F_n – siła normalna.

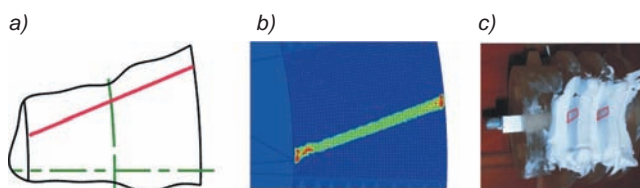
Siła normalna jest natomiast opisana wzorem:

$$F_n = \frac{F}{\cos \alpha \cdot \cos \gamma} \quad (3)$$

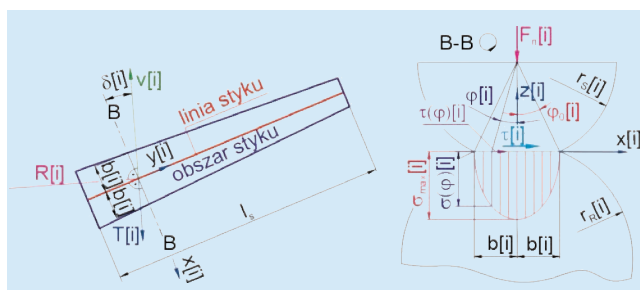
gdzie: F – siła obciążająca, α – półkąąt zarysu gwintu śruby, γ – kąt wzniosu linii śrubowej śruby.



Rys. 1. Model do wyznaczenia współczynnika tarcia



Rys. 2. Ślady styku uzyskane różnymi metodami



Rys. 3. Obszar styku i rozkład naprężeń

Na rys. 2 przedstawiono przykładowe ślady styku pary śruba – rolka uzyskane z wykorzystaniem eksperymentu numerycznego [5] i badań stanowiskowych [3]. Jak można zauważyć, linia styku jest prostą. W związku ze zmianą wartości promienia krzywizny wzdłuż linii styku [6] rzeczywisty kontakt najlepiej odzwierciedla przyjęty do dalszej analizy model kontaktu dwóch stożków. Wspomniana zmiana promienia krzywizny pociąga za sobą zmianę szerokości pola styku. Model obszaru styku oraz rozkład naprężeń normalnych wyznaczonych na podstawie teorii Hertza przedstawiono na rys. 3.

Siłę $F_n[i]$ odniesioną do długości linii styku l_s obliczono z zależności:

* Dr inż. Stanisław Warchoł (warchols@prz.edu.pl), dr hab. inż. Aleksander Mazurkow prof. PRz (almaz@prz.edu.pl) – Katedra Konstrukcji Maszyn, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej

$$F_n [i] = \frac{F_n}{l_s} \quad (4)$$

Rozkład naprężeń normalnych w funkcji kąta φ jest określony wzorem:

$$\sigma(\varphi)[i] = \sigma_{\max} [i] \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi_0 [i] - \sin^2 \varphi [i]}}{\sin \varphi_0 [i] \cdot \cos \varphi_0 [i]} \quad (5)$$

gdzie:

$$\varphi_0 [i] = \arcsin \frac{b[i]}{r_s [i]} \quad (6)$$

Naprężenia styczne według teorii Kragielskiego

W molekularno-mechanicznej teorii tarcia [1, 2, 4] opracowanej przez Kragielskiego siła tarcia jest sumą sił oddziaływania mechanicznego oraz molekularnego między cząsteczkami materiałów rolki i śruby. W tym modelu naprężenia styczne w i -tym punkcie styku opisuje więc zależność:

$$\tau [i] = \tau_m [i] + \tau_d [i] \quad (7)$$

gdzie: $\tau [i]$ – naprężenie styczne w i -tym punkcie styku, $\tau_m [i]$ – naprężenie styczne pochodzące od składowej molekularnej w i -tym punkcie styku, $\tau_d [i]$ – naprężenie styczne pochodzące od deformacji sprężystych w i -tym punkcie styku.

Uwzględniając strukturę geometryczną warstwy wierzchniej oraz właściwości fizyczne materiałów [1, 2], składowa molekularna w i -tym punkcie styku ma postać:

$$\tau_m [i] = \frac{\tau_0}{2} \cdot \left[\frac{5 \cdot \sigma_n [i] \cdot (1 - \nu^2)}{a_p \cdot (a_p - 1) \cdot k_1 \cdot E \cdot \sqrt{\Delta}} \right]^{2 \cdot a_p + 1} + \beta \cdot \sigma_n [i] \quad (8)$$

gdzie: τ_0 – wytrzymałość na ścinanie szczytów adhezyjnych, σ_n – naprężenie normalne a_p – parametr krzywej nośności profilu, k_1 – stała zależna od parametrów krzywej nośności, Δ – bezwymiarowy wskaźnik chropowatości, β – składowa molekularna oporów tarcia.

Ze względu na zmianę wartości naprężeń normalnych σ_n w kierunku współrzędnej $\varphi [i]$ następuje też zmiana wartości składowej molekularnej naprężeń stycznych $\tau_m(\varphi)[i]$:

$$\tau_m(\varphi)[i] = \frac{\tau_0}{2} \cdot \left[\frac{5 \cdot \sigma(\varphi)[i] \cdot (1 - \nu^2)}{a_p \cdot (a_p - 1) \cdot k_1 \cdot E \cdot \sqrt{\Delta}} \right]^{2 \cdot a_p + 1} + \beta \cdot \sigma(\varphi)[i] \quad (9)$$

Naprężenia styczne pochodzące od deformacji sprężystych w i -tym punkcie styku wyrażone są zależnością:

$$\tau_d [i] = 0,0398 \cdot \alpha_{ef} \cdot \left(\frac{(1 - \nu^2) \cdot \Delta^{a_p}}{E} \right)^{\frac{1}{2 \cdot a_p + 1}} \cdot \left[\frac{5 \cdot \sigma_n [i]}{a_p \cdot (a_p - 1) \cdot k_1} \right]^{2 \cdot a_p + 2} \quad (10)$$

gdzie: α_{ef} – współczynnik strat spowodowanych wpływem histerezy odkształceń mikronierówności powierzchni kontaktu.

Podobnie jak w przypadku składowej molekularnej również tu następuje zmiana wartości naprężenia w kierunku osi $\varphi [i]$:

$$\tau_d(\varphi)[i] = 0,0398 \cdot \alpha_{ef} \cdot \left(\frac{(1 - \nu^2) \cdot \Delta^{a_p}}{E} \right)^{\frac{1}{2 \cdot a_p + 1}} \cdot \left[\frac{5 \cdot \sigma(\varphi)[i]}{a_p \cdot (a_p - 1) \cdot k_1} \right]^{2 \cdot a_p + 2} \quad (11)$$

Sumaryczne naprężenie styczne w funkcji kąta φ w i -tym punkcie styku wynosi:

$$\tau(\varphi)[i] = \tau_m(\varphi)[i] + \tau_d(\varphi)[i] \quad (12)$$

Całkowite naprężenie styczne $\tau [i]$ w i -tym punkcie styku obliczono natomiast ze wzoru:

$$\tau [i] = 2 \cdot \int_0^{\varphi_0 [i]} \tau(\varphi)[i] \cdot d\varphi [i] \quad (13)$$

Siła tarcia $T [i]$ w i -tym punkcie styku to:

$$T [i] = 2 \cdot \frac{r_s [i]}{\cos \delta [i]} \cdot \int_0^{\varphi_0 [i]} \tau(\varphi)[i] \cdot d\varphi [i] \quad (14)$$

gdzie: $\delta [i]$ – kąt między kierunkiem siły tarcia a kierunkiem naprężeń stycznych.

Całkowitą siłę tarcia na długości linii styku l_s określono następująco:

$$T = \int_0^{l_s} T [i] \cdot dl = 2 \cdot \int_0^{l_s} \left(\frac{r_s [i]}{\cos \delta [i]} \cdot \int_0^{\varphi_0 [i]} \tau(\varphi)[i] \cdot d\varphi [i] \right) \cdot dl \quad (15)$$

Po podstawieniu zależności (15) do równania (2) wyznaczono współczynnik tarcia μ :

$$\mu = \frac{2}{F_n} \cdot \int_0^{l_s} \left(\frac{r_s [i]}{\cos \delta [i]} \cdot \int_0^{\varphi_0 [i]} \tau(\varphi)[i] \cdot d\varphi [i] \right) \cdot dl \quad (16)$$

Podsumowanie

Zaprezentowana metoda pozwala na wyznaczenie współczynnika tarcia spoczynkowego z uwzględnieniem sił oddziaływania mechanicznego i molekularnego. W opracowanym modelu uwzględniono właściwości fizyczne materiałów oraz strukturę geometryczną warstwy wierzchniej konstrukcyjnych elementów przekładni będących w kontakcie.

LITERATURA

1. Kragielskij I., Michin N. „Uzły trenija maszin. Sprawocznik”. Moskwa: Maszynostrojenie, 1984.
2. Allwood J. Ciftici H. „An incremental solution method for rough contact problems”. *Wear*. 258 (2005): pp. 1601-1615.
3. Bernaczek J., Mazurkow A., Sobolak M., Sobolewski B., Warchoł S. „Badania stanowiskowe położenia śladu styku pary śruba – rolka w rolkowej przekładni tocznej”. *Mechanik*. Nr 2 (2015): CD4, S. 1-9.
4. Mazurkow A. „The study of journal side bearings start-up with hydrodynamic lubrication”. *55 Tribologie-Fachtagung*. Göttingen: Gesellschaft für Tribologie e.V., 2014.
5. Warchoł S. „Analiza porównawcza zarysów gwintu i śladów współpracy dla wybranych rozwiązań konstrukcyjnych rolkowych przekładni tocznych”. *Mechanik*. Nr 2 (2013): CD30: s. 1-8.
6. Warchoł S. „Model analityczny do wyznaczania nośności statycznej i obciążalności pary śruba – rolka w rolkowej przekładni tocznej na podstawie teorii Hertza”. *Mechanik*. Nr 2 (2015): CD41, s. 1-11. ■